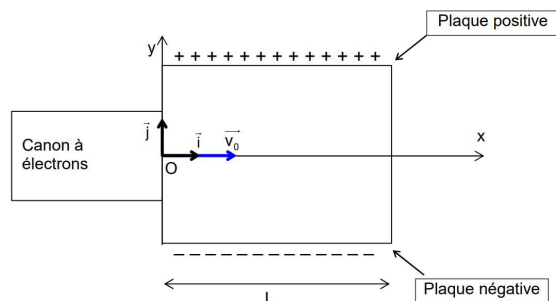


TB1	Chapitre T1	Particule chargée dans un champ
Exercices		

### Exercice 1 : Détermination du rapport e/m pour l'électron

Le montage ci-dessous reprend le principe de la deuxième expérience de Thomson. Il comporte un tube à vide dans lequel un faisceau d'électrons est dévié entre deux plaques de charges opposées. On mesure la déviation verticale du faisceau d'électrons lors de la traversée des plaques sur une longueur L, afin de déterminer la valeur du rapport e/m.



Données de l'expérience :

Les électrons sortent du canon à électrons avec une vitesse  $v_0 = 2,27 \times 10^7 \text{ m.s}^{-1}$ .

Le faisceau d'électrons passe entre les deux plaques chargées et est dévié d'une hauteur h quand il sort des plaques.

L'intensité du champ électrostatique entre les deux plaques est :  $E = 15,0 \text{ kV.m}^{-1}$ .

La longueur des plaques est :  $L = 8,50 \text{ cm}$ .

On fait l'hypothèse que le poids des électrons est négligeable par rapport à la force électrostatique F.

1. représenter sur dans le schéma ci-dessus le vecteur correspondant au champ électrostatique  $\vec{E}$ . On prendra l'échelle suivante : 1,0 cm pour  $5,0 \text{ kV.m}^{-1}$ .

2. J.J. Thomson a observé une déviation du faisceau d'électrons vers la plaque métallique chargée positivement. Expliquer comment il en a déduit que les électrons sont chargés négativement.

3. Donner la relation entre la force électrostatique  $\vec{F}$  subie par un électron, la charge élémentaire e et le champ électrostatique  $\vec{E}$ . Montrer que le sens de déviation du faisceau d'électrons est cohérent avec le sens de  $\vec{F}$ .

4. En appliquant la deuxième loi de Newton à l'électron, montrer que les relations donnant les coordonnées de son vecteur accélération sont :

$$a_x = 0 \quad \text{et} \quad a_y = \frac{e \cdot E}{m}$$

5. Montrez que la courbe décrite par les électrons entre les plaques admet pour équation :

$$y = \frac{e \cdot E}{2 \cdot m \cdot v_0^2} \cdot x^2$$

À la sortie des plaques, en  $x = L$ , la déviation verticale du faisceau d'électrons par rapport à l'axe (Ox) a une valeur  $h = 1,85 \text{ cm}$ .

6. En déduire l'expression du rapport  $\frac{e}{m}$  en fonction de E, L, h et  $v_0$ . Puis le calculer numériquement.

On donne ci-dessous les valeurs des grandeurs utilisées, avec les incertitudes associées :

$$v_0 = (2,27 \pm 0,02) \times 10^7 \text{ m.s}^{-1} ;$$

$$E = (15,0 \pm 0,1) \text{ kV.m}^{-1} ;$$

$$L = (8,50 \pm 0,05) \text{ cm} ;$$

$$h = (1,85 \pm 0,05) \text{ cm} ;$$

L'incertitude du rapport  $\frac{e}{m}$ , notée  $U\left(\frac{e}{m}\right)$ , s'exprime par la formule suivante :

$$U\left(\frac{e}{m}\right) = \frac{e}{m} \cdot \sqrt{\left(\frac{U(h)}{h}\right)^2 + \left(\frac{U(E)}{E}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{U(v_0)}{v_0}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{U(L)}{L}\right)^2}$$

7. Calculer l'incertitude  $U\left(\frac{e}{m}\right)$ , puis exprimer le résultat de  $\frac{e}{m}$  avec cette incertitude.

### Exercice 2 : Électrophorèse partie I

La technique d'électrophorèse consiste à séparer les constituants d'un mélange de protéines déposé sur un support horizontal (papier à acétate de cellulose, gel d'amidon ou d'agarose, etc.) en le soumettant à un champ électrique  $\vec{E}$  supposé uniforme. La séparation repose essentiellement sur les différences de charge électrique et de taille des constituants du mélange.

Les constituants sont supposés immobiles avant que la tension ne soit appliquée.

Quelques fractions de seconde après le début de l'application du champ électrique, pour chaque constituant du mélange, la force de frottement  $\vec{f}$ , modélisée par  $\vec{f} = -k \cdot R \cdot \vec{v}$ , compense la force électrique avec :

- k : constante positive caractéristique du constituant et du milieu où s'effectue la migration ;
- R : rayon de Stokes du constituant. Ce rayon est d'autant plus grand que le constituant est volumineux ;
- $\vec{v}$  : vecteur vitesse du constituant.

1. Justifier que le mouvement de la migration des constituants du mélange est rectiligne uniforme.

2. Montrer que la vitesse de migration d'un constituant de charge q est donnée par :

$$v = \frac{|(q)| \cdot E}{k \cdot R}$$

3. Tous les constituants se déplacent-ils à la même vitesse ? Justifier.

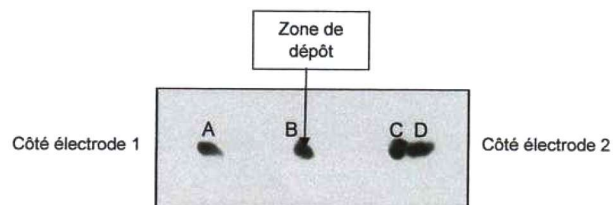
On choisit une durée de 40 min pour réaliser l'électrophorèse. Pour un constituant tel que  $k \cdot R = 2,2 \times 10^{-12} \text{ N.s.m}^{-1}$  et portant une charge élémentaire  $q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  placée dans un champ électrique de valeur  $E = 7,5 \times 10^2 \text{ V.m}^{-1}$ .

4. Calculer la durée nécessaire pour obtenir une migration de 10 cm. Conclure sur la durée choisie initialement.

On modélise un mélange, noté M, de protéines par une solution aqueuse de quatre acides  $\alpha$ -aminés : la lysine, la glycine, l'acide aspartique et l'acide glutamique. L'objectif étant de les séparer par cette méthode, les 4 composés sont mis dans une solution tampon à pH = 6, sous un champ électrique dont la tension vaut  $U = 150 \text{ V}$ . Le mélange M est déposé au milieu du milieu de migration.

5. À partir des documents ci-après, représenter les domaines de prédominance des quatre acides  $\alpha$ -aminés évoqués ci-dessus.

6. À partir des réponses aux questions précédentes, associer à chaque tache obtenue lors de l'électrophorèse du mélange M, l'acide  $\alpha$ -aminé qui lui correspond.



### Exercice 3 : Électrophorèse partie II

La différence de potentiel aux extrémités de la colonne d'électrophorèse étant maintenue à la valeur  $U_1 - U_2 = 120 \text{ V}$ , entre deux plaques distantes de  $d = 31 \text{ cm}$ .

- exprimer le champ électrique  $\vec{E} = E \cdot \vec{u}_x$  qui règne dans l'électrolyte ainsi que la force électrostatique  $\vec{F} = F \cdot \vec{u}_x$  qui s'exerce sur un ion de charge  $q$ .

Sous l'effet de cette force, l'ion se met en mouvement. Il est accompagné d'un cortège de molécules d'eau qui lui sont liées par des forces électrostatiques. La masse totale de l'ensemble en mouvement est  $m$ . Le mouvement de cet ensemble est freiné par le milieu environnant qui exerce sur lui une force de frottement  $\vec{F}_{\text{frot}} = -f \cdot \vec{v} = -f \cdot v \cdot \vec{u}_x$ , où  $v$  est la vitesse de l'ion et  $f$  un coefficient positif qui dépend de l'encombrement de l'ion et de son cortège de molécules liées.

À la date  $t_0 = 0$ , l'ion est supposé immobile en 0, origine du repère cartésien Oxyz dans le référentiel lié à la colonne. À cet instant précis, on applique la différence de potentiel  $U_1 - U_2 = 120 \text{ V}$  aux extrémités de la colonne.

- Écrire l'équation différentielle à laquelle obéit la vitesse  $v$  de l'ion en fonction de  $m$ ,  $q$ ,  $E$  et  $f$ .
- Déterminer l'expression de la vitesse  $v$  en fonction du temps.
- Exprimer, en fonction  $m$ ,  $q$ ,  $E$  et  $f$ , le temps  $t_1$  au bout duquel une vitesse limite  $v = \text{constante}$  est atteinte à 5 % près.

On appelle mobilité de l'ion le coefficient  $\mu$  tel que :  $\vec{v} = \mu \cdot \vec{E}$

- En prenant comme ordres de grandeurs :  $m = 10^{-25} \text{ kg}$ ,  $\mu = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$  et  $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , calculer numériquement l'ordre de grandeur de  $t_1$ . Que peut-on en conclure ?
- Quel est l'ordre de grandeur de la vitesse limite  $v$  ?
- En déduire l'ordre de grandeur de la durée possible d'une expérience.

Acide $\alpha$ -aminé	Glycine	Lysine
Couple acide/base n°1 et $pK_a$	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COOH} \\   \\ \text{H} \end{array} / \begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ \text{H} \end{array}$ noté $\text{GLY}^+/\text{GLY}^{+-}$ $pK_{a1} = 2,3$	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COOH} \\   \\ \text{H}_3\text{N}^+-(\text{CH}_2)_4 \end{array} / \begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ \text{H}_3\text{N}^+-(\text{CH}_2)_4 \end{array}$ noté $\text{LYS}^+/\text{LYS}^{+-}$ $pK_{a1} = 2,2$
Couple acide/base n°2 et $pK_a$	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ \text{H} \end{array} / \begin{array}{c} \text{H}_2\text{N} \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ \text{H} \end{array}$ noté $\text{GLY}^{+-}/\text{GLY}^{--}$ $pK_{a2} = 9,6$	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ \text{H}_3\text{N}^+-(\text{CH}_2)_4 \end{array} / \begin{array}{c} \text{NH}_2 \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ \text{H}_3\text{N}^+-(\text{CH}_2)_4 \end{array}$ noté $\text{LYS}^{+-}/\text{LYS}^{--}$ $pK_{a2} = 9,0$
Couple acide/base n°3 et $pK_a$	Aucun	$\begin{array}{c} \text{NH}_2 \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ \text{H}_3\text{N}^+-(\text{CH}_2)_4 \end{array} / \begin{array}{c} \text{NH}_2 \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ \text{H}_2\text{N}-(\text{CH}_2)_4 \end{array}$ noté $\text{LYS}^{--}/\text{LYS}^{---}$ $pK_{a3} = 10,5$

Acide $\alpha$ -aminé	Acide aspartique	Acide glutamique
Couple acide/base n°1 et $pK_a$	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COOH} \\   \\ \text{HOOC}-\text{CH}_2 \end{array} / \begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ \text{HOOC}-\text{CH}_2 \end{array}$ Noté $\text{ASP}^+/\text{ASP}^{+-}$ $pK_{a1} = 2,2$	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COOH} \\   \\ \text{HOOC}-(\text{CH}_2)_2 \end{array} / \begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ \text{HOOC}-(\text{CH}_2)_2 \end{array}$ Noté $\text{GLU}^+/\text{GLU}^{+-}$ $pK_{a1} = 2,2$
Couple acide/base n°2 et $pK_a$	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ \text{HOOC}-\text{CH}_2 \end{array} / \begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ -\text{OOC}-\text{CH}_2 \end{array}$ Noté $\text{ASP}^{+-}/\text{ASP}^{--}$ $pK_{a2} = 3,9$	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ \text{HOOC}-(\text{CH}_2)_2 \end{array} / \begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ -\text{OOC}-(\text{CH}_2)_2 \end{array}$ Noté $\text{GLU}^{+-}/\text{GLU}^{--}$ $pK_{a2} = 4,3$
Couple acide/base n°3 et $pK_a$	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ -\text{OOC}-\text{CH}_2 \end{array} / \begin{array}{c} \text{H}_2\text{N} \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ -\text{OOC}-\text{CH}_2 \end{array}$ Noté $\text{ASP}^{--}/\text{ASP}^{---}$ $pK_{a3} = 9,8$	$\begin{array}{c} \text{H}_3\text{N}^+ \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ -\text{OOC}-(\text{CH}_2)_2 \end{array} / \begin{array}{c} \text{H}_2\text{N} \\   \\ \text{CH}-\text{COO}^- \\   \\ -\text{OOC}-(\text{CH}_2)_2 \end{array}$ Noté $\text{GLU}^{--}/\text{GLU}^{---}$ $pK_{a3} = 10,5$

### Exercice 4 : Électrophorèse partie III

Une goutte d'un mélange des deux acides aminés (l'acide aspartique et l'acide glutamique) à séparer est déposée au milieu d'une plaque horizontale recouverte de gel d'agarose. Leur vitesse est supposée nulle avant qu'une tension ne soit appliquée entre les deux plaques créant un champ électrostatique, dont la norme est notée  $E$ . Une solution tampon est utilisée afin d'avoir les acides aminés, sous forme anionique.

L'action du gel sur les molécules est modélisée par une **force de frottement fluide linéaire en vitesse** notée  $\vec{f} = -k \cdot \vec{v}$

Données :

- masse d'un ion aspartate :  $m_1 = 2,12 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$  ;
- masse d'un ion glutamate :  $m_2 = 2,43 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$  ;
- $E = 520 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$  : intensité du champ électrostatique ;
- $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  : valeur de la charge élémentaire ;
- $k$  le coefficient caractéristique du constituant et du milieu dans lequel s'effectue la migration :
  - pour l'ion aspartate  $k_1 = 2,7 \cdot 10^{-12} \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$  ;
  - pour l'ion glutamate  $k_2 = 3,0 \cdot 10^{-12} \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$  ;
- $\vec{v}$  le vecteur vitesse de l'ion concerné.

- Faire le bilan des forces appliquées à un anion. Puis montrer que dans toute l'étude, on va pouvoir négliger le poids.
- En justifiant, faire un schéma de la plaque d'électrophorèse en indiquant : les électrodes + et -, le champ électrique  $\vec{E}$ , et en un point entre les deux plaques les forces appliquées sur l'anion.
- Montrer que l'équation différentielle du mouvement est de la forme :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = B$$

Exprimer de  $\tau$  et  $B$  en fonction des données de l'énoncé.

4. Préciser la signification de  $\tau$  et son intérêt.
5. Calculer la valeur de  $\tau_1$  pour l'ion aspartate (de même  $\tau_2$  pour l'ion glutamate). Commenter leur valeur. Quelle approximation peut-on alors faire ?
6. Montrer alors que l'on peut considérer que les constituants du mélange se déplacent suivant un mouvement rectiligne uniforme avec une vitesse constante, notée  $v_{lim1}$  et  $v_{lim2}$ , respectivement pour l'ion aspartate et l'ion glutamate. Exprimer les en fonction des données de l'énoncé, faire l'application numérique et les comparer.

En fin d'électrophorèse, les taches sont révélées sous lumière ultraviolette. On admet qu'une différence de distance de migration d'au moins 5 mm est nécessaire pour distinguer la tache associée au mouvement des ions glutamate et celle associée au mouvement des ions aspartate.

7. Déterminer la durée minimale de l'électrophorèse et les distances alors parcourues par les ions pour pouvoir distinguer les deux taches correctement.
8. Sur le schéma précédent de la plaque, positionner et identifier les taches obtenues après électrophorèse.

Définition de la **mobilité électrophorétique absolue  $\mu$  d'une particule chargée** : elle est définie comme le rapport entre la vitesse limite de migration électrophorétique et le champ électrique appliqué

$$\text{soit : } \mu = \frac{v_{lim}}{E}$$

Un modèle plus précis de  $\vec{f}$  est donnée par la loi de Stokes :  $\vec{f} = -k \cdot \vec{v} = -6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot \vec{v}$ , avec  $\eta$  la viscosité du milieu et  $R$  le rayon de Stokes de la particule

9. D'après la définition précédente, on peut écrire de manière générale en relation vectorielle  $\vec{v}_{lim} = \pm \mu \cdot \vec{E}$   
Expliquer la présence du symbole  $\pm$  devant  $\mu$ .

10. Donner l'expression de  $\mu_1$  et  $\mu_2$  en tenant compte de la loi de Stokes.
11. Commenter qualitativement de manière générale l'influence de la taille d'une particule et de sa charge électrique sur sa mobilité électrophorétique.