Lycée Kastler **2024-2025**
TPC1

PROGRAMME DE COLLES

SEMAINE DU 11/11/24

Fonctions usuelles- Nombres complexes.

Questions de cours (Définitions et démonstrations à connaître)

1. Savoir donner le domaine de définition, de dérivabilité et calcul de f' pour une fonction simple présentant soit un quotient, soit un logarithme, soit une racine carrée. *Attention à la rédaction !*
2. Connaître la formule du taux d'accroissement "VIP"
$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1.$$
Preuve à connaître.
3. Savoir lever des FI simples en utilisant les techniques habituelles (factorisation par les termes dominants, quantité conjuguée, croissance comparée, taux d'accroissement). *Pas d' exercice trop technique !*
4. Savoir mettre en oeuvre le théorème de la bijection pour répondre à une question du type *"montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution $\alpha\in I$."*
5. Définition de la fonction ln et propriété fondamentale de la fonction ln : *la fonction* ln *transforme un produit en une somme.* **Preuve admise.**
6. Propriétés de la fonction logarithme :
   - $\forall n\in\mathbb{N},\ \forall x\in]0,+\infty[,\ \ln(x^n)=n\ln x.$ **Preuve à connaître par récurrence sur n.**
   - $\forall x\in]0,+\infty[,\ \ln\left(\frac{1}{x}\right)=-\ln x.$ **Preuve à connaître.**
   - $\forall x,y\in]0,+\infty[,\ \ln\left(\frac{x}{y}\right)=\ln x-\ln y.$ **Preuve à connaître.**

   • Dérivée de ln, monotonie de ln, dérivée de la composée $\ln(u)$ où u est une fonction convenablement choisie.
   • Limites de la fonction ln en les bornes de l'intervalle. Graphe de la fonction. Croissances comparées.
7. Définition de la fonction exp (via le théorème de la bijection) et propriété fondamentale de la fonction exp : *la fonction* exp *transforme une somme en un produit.*
8. Propriétés de la fonction exponentielle :
   - $\forall n\in\mathbb{N},\ \forall x\in\mathbb{R},\ (e^x)^n=e^{nx}.$ **Preuve par récurrence sur n à connaître.**
   - $\forall x\in\mathbb{R},\ e^{-x}=\frac{1}{e^x}.$
   - $\forall x,y\in\mathbb{R},\ e^{x-y}=\frac{e^x}{e^y}$

   • Dérivée de exp, monotonie de exp, dérivée de la composée $\exp(u)$ où u est une fonction convenablement choisie.
   • Limites de la fonction exp en les bornes de l'intervalle. Graphe de la fonction. Croissances comparées.
9. Inégalités de convexité : **preuves à connaître ABSOLUMENT.**
   - $\forall x\in]-1,+\infty[,\ \ln(1+x)\leqslant x.$
   - $\forall x\in\mathbb{R},\ e^x\geqslant 1+x.$
10. Définition de la fonction "élévation à la puissance" lorsque la puissance est entière (un entier relatif) et lorsque la puissance est un réel ? Attention aux domaines de définition... Les élèves doivent savoir justifier et calculer la dérivée de fonctions de la forme u^n avec u une fonction et $n\in\mathbb{Z}$ et de fonctions de la forme u^α avec $\alpha\in\mathbb{R}$.
11. Définition de l'écriture algébrique, trigonométrique et exponentielle d'un nombre complexe.
12. Définition du module et d'un argument d'un nombre complexe z donné. Savoir les calculer (uniquement pour des arguments remarquables !).
13. Savoir passer de l'écriture algébrique à l'écriture exponentielle et vice-versa pour un nombre complexe facile.
14. Savoir calculer l'inverse d'un nombre complexe donné sous forme algébrique. *Penser à la technique du conjugué !.*
15. Connaître les valeurs remarquables de cosinus et sinus.
16. REFLEXE : Donner immédiatement les valeurs de $e^{i\pi}$, $e^{2i\pi}$, $e^{i\frac{\pi}{2}}$, $e^{i\frac{3\pi}{2}}$. Retrouver ces résultats par le calcul.
17. Savoir représenter géométriquement les nombres complexes de module 1. Notation : $\mathbb{U}$. Donner des exemples de nombres complexes de module 1.