

Automatisme du 5 septembre 2024 (D)

Exercice 1

Résoudre les inégalités ci-dessous :

a) $\frac{1 - 2x}{(x - 3)(2x - 3)} \leq 0$

b) $\frac{x}{x + 2} \geq 1$

Exercice 2

Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer un encadrement sur l'intervalle I proposé, ainsi que leur variation sur cet intervalle :

1. $f(x) = -2x^2 + 1$ sur $I = [1, 2]$

2. $g(x) = \frac{-2}{\sqrt{3x^2 + 1}} + 2$ sur $I = [0, 1]$

Exercice 3

Résoudre les inégalités ci-dessous :

a) $|x - 3| < 7$

b) $|3x - 1| > 2$

c) $|x - 2| + |x - 1| > 3$

Exercice 4

Pour la fonction polynomiale $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ déterminer les racines, la forme factorisée, le tableau de signes, le tableau variation et forme canonique. Faites une représentation approximative et rapide sur $[-2; 4]$.

Exercice 5

1. Montrer l'inégalité : $\forall x \in \mathbb{R}, \quad e^{x-1} \geq x$

Vous pourrez commencer par faire l'étude de la fonction $f(x) = e^{x-1} - x$ sur $\mathbb{R}$.

(On rappelle que $(e^u)' = u'e^u$ où u est une fonction)

Interpréter graphiquement le résultats précédent.

2. (Bonus) Montrer les inégalités :

$$\forall x \in]-\infty, 1], \quad e^{x-1} \leq \frac{x^2 + 1}{2} \quad \text{et} \quad \forall x \in [1, +\infty[, \quad e^{x-1} \geq \frac{x^2 + 1}{2}$$

Interpréter graphiquement le résultats précédent.
