

TD 3 du chapitre 3 : Géométrie plane

Exercice 1

On considère les points $A(1, 2)$, $B(2, -3)$ et $C(3, 1)$. Déterminer les coordonnées du barycentre de $\{(A, 3), (B, -1), (C, 2)\}$.

Exercice 2

Soit $m \in \mathbb{R}$. Dans un repère orthonormé, on donne $\vec{u}(1, m)$ et $\vec{v}(m, m - 2)$. Déterminer pour quel(s) valeur(s) de m le couple $(\vec{u}, \vec{v})$ constitue une base du plan.

Exercice 3

Dans un repère, on donne :

$$\mathcal{D} : 3x - 2y + 4 = 0 \text{ et } \mathcal{D}' : \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Déterminer une représentation paramétrique de $\mathcal{D}$ et une équation cartésienne de $\mathcal{D}'$. Déterminer l'intersection de $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$.

Exercice 4

Soit $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j})$ une base de $\mathcal{V}$.

1. Établir que $\mathcal{B}' = (\vec{i} + \vec{j}, \vec{i} - 2\vec{j})$ est une base de $\mathcal{V}$.
2. $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$. Quelles sont les coordonnées de $\vec{u}$ dans $\mathcal{B}$? Déterminer les coordonnées de $\vec{u}$ dans $\mathcal{B}'$.
3. Soit $\forall u$ un vecteur et on note (x, y) ses coordonnées dans la base $\mathcal{B}$ et (X, Y) ses coordonnées dans la base $\mathcal{B}'$.
 - (a) Déterminer x et y en fonction de X et Y
 - (b) Déterminer X et Y en fonction de x et y

Exercice 5

Soit ABC un triangle, I le milieu de $[AB]$, J le milieu de $[BC]$. Justifier que $(IJ) \parallel (AC)$.

Exercice 6

Soit ABC un triangle. Soit D et E définie par les relations vectorielles :

$$\overrightarrow{AD} = 5\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CE} = \frac{4}{5}\overrightarrow{CA}$$

1. Justifier que $\mathcal{B} = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est une base du plan vectoriel.
2. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{CD}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
3. Déterminer les coordonnées des points D et E dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
4. Soit F le barycentre de du système $[(B, -4), (E, 5)]$. Déterminer les coordonnées de F dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. Comparer $\overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{CD}$. Que peut-on dire du quadrilatère $BFDC$.

Exercice 7

On considère un triangle ABC du plan.

1. (a) Déterminer et construire le point G , barycentre de $[(A, 1); (B, -1); (C, 1)]$.
- (b) Déterminer et construire le point G' , barycentre de $[(A, 1); (B, 5); (C, -2)]$.

2. (a) Soit J le milieu de $[AB]$. Exprimer $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{IG'}$ en fonction de $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$ puis en déduire l'intersection des droites (GG') et (AB) .
(b) Montrer que le barycentre I de $[(B; 2); (C; -1)]$ appartient à (GG') .
3. Soit D un point quelconque du plan, Soit O le milieu de $[CD]$ et K le milieu de $[OA]$.
(a) Déterminer trois réels a , d et c tels que K soit barycentre de $[(A; a); (D; d); (C; c)]$.
(b) Soit X le point d'intersection de (DK) et (AC) . Déterminer les réels a' et c' tels que X soit barycentre de $[(A; a'); (C; c')]$.