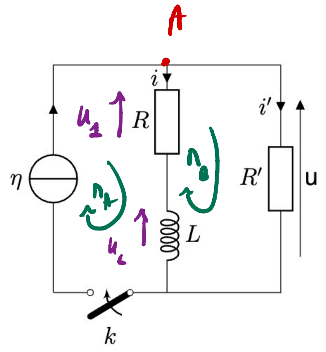
Exercice 6.

1



- LN en A : $\eta = i + i'$

à $t = 0^-$ $\Rightarrow$ $i(0^-) = -i'(0^-)$

- LM sur Π_B $u_L + u_1 = u$

à $t = 0^-$ $u_L = 0$ car ‑ᴍᴍ‑ $\Leftrightarrow$ —— en reg permanent.

d'où $u_1 = u \Leftrightarrow R\,i(0^-) = R'\,i'(0^-)$

$R\,i(0^-) = -R'\,i(0^-)$

soit $R = R'$ soit $i(0^-) = 0$

Comme à priori $R \neq R'$, $\boxed{i(0^-) = 0}$

d'où $\boxed{i(0^-) = i(0^+) = 0}$

à $t = 0^+$, dans la LN en A : $\boxed{i'(0^+) = \eta}$

Rq $i'(0^-) = 0 \Rightarrow$ il y a une discontinuité !

2 • LN en A. $\forall t$

$$\eta = i(t) + i'(t)$$

- Loi de comportement $\begin{cases} u = R'i' \\ u = Ri + L\dfrac{di}{dt} \end{cases} \Rightarrow i' = \dfrac{R}{R'}\,i + \dfrac{L}{R'}\dfrac{di}{dt}$

- Dans la LN en A : $\eta = i(t) + \dfrac{R}{R'}\,i(t) + \dfrac{L}{R'}\dfrac{di}{dt}$

d'où $$\frac{di}{dt} + \frac{R'}{L}\left(1 + \frac{R}{R'}\right) i(t) = \frac{R'}{L}\eta$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{R+R'}{L}\, i(t) = \frac{R'}{L}\eta}$$

Posons $\tau = \dfrac{L}{R+R'}$ $\qquad L = \tau(R+R')$

$$\frac{di}{dt} + \frac{i(t)}{\tau} = \frac{R'}{\tau(R+R')}\eta$$

On reconnaît une équation différentielle du 1er ordre à coefficients constants avec second membre constant dont la solution est :

$$\boxed{i(t) = \lambda \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) + \frac{R}{R+R'}\eta}$$

or à $t = 0$ $\quad i(0) = 0$ $\quad$ d'où $\quad \lambda = -\dfrac{R}{R+R'}\eta$

d'où $$\boxed{i(t) = \frac{R}{R+R'}\eta\left(1 - \exp -\frac{t}{\tau}\right)}$$

$\boxed{3}$ $\quad i'(t) = \eta - i(t)$

$$= \eta\left(-\frac{R}{R+R'}\left(1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)\right) + 1\right)$$

$$= \eta\left(\frac{-R + R\exp(-t/\tau) + (R+R')}{R+R'}\right)$$

$$= \eta\left(\frac{+R' + R\exp(-t/\tau)}{R+R'}\right)$$

$$= \frac{\eta}{R+R'}\left(R' + R\exp(-t/\tau)\right)$$

qd $t=0$ $\quad i'(0) = \eta$.

qd $t \to +\infty$ $\quad i' \to \dfrac{R'}{R+R'}\eta$ $\qquad$ et $i + i' = \eta$! Ok !

$u(t) = R' i'$.

$$\boxed{u(t) = \frac{R'\eta}{R+R'}\left(R' + R \exp{-t/\tau}\right)}$$

$\boxed{4}$