DS1 Proposition de corrigé.

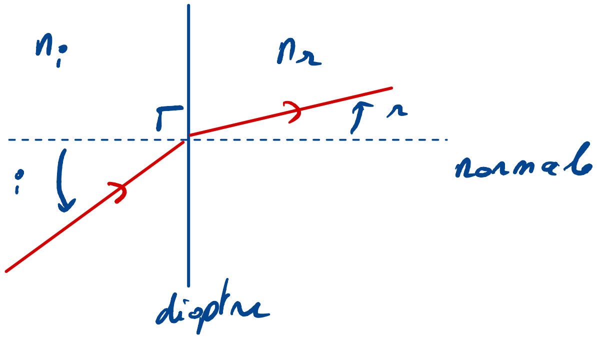
Exercice 1

1.1 - Formules des cours

Pour chaque question, citez la formule demandée, préciser la signification de chaque grandeur employée et faites un schéma.
[1] Loi de la réflexion de *Snell-Descartes*.
[2] Loi de la réfraction de *Snell-Descartes*.

Rq : on ne demande que les formules, pas la règle du plan

[1]

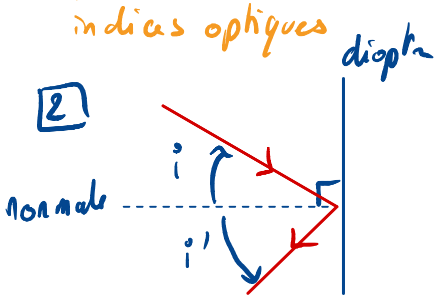


$$\boxed{n_i \sin(i) = n_r \sin(r)}$$

angles

indices optiques

[2]

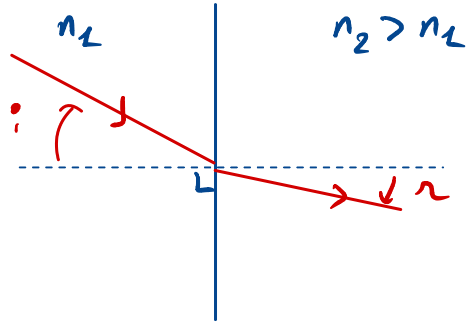


$$\boxed{i' = -i}$$

1.2 - application de cours

Nous considérons un rayon lumineux passant d'un milieu d'indice optique n_1 vers un milieu d'indice n_2.
[3] Montrer que si l'on passe dans un milieu plus réfringent $n_2 > n_1$ alors l'angle réfracté r est plus petit que l'angle incident i ($r < i$).
[4] Montrer que si l'on passe dans un milieu moins réfringent $n_2 < n_1$ alors l'angle réfracté r est plus grand que l'angle incident i ($r > i$).

[3]



Par hypothèse $n_2 > n_1$) $\times \sin(r)$

$$n_2 \sin(r) > n_1 \sin(r)$$

or d'après la relation de Snell-Descartes (SD)

$$n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r)$$

ainsi $\cancel{n_1} \sin(i) > \cancel{n_1} \sin(r)$

la fonction sinus est croissante sur $[-\pi/2 ; \pi/2]$, et $(i, r) \in [-\pi/2 ; \pi/2]$,

donc $\boxed{i > r}$

4 De la même manière qu'à la Q précédente :

$$n_1 > n_2$$

$$n_1 \sin(r) > n_2 \sin(i)$$

$$\cancel{n_1} \sin(r) > \cancel{n_1} \sin(i)$$

$$\boxed{r > i}$$

5

$$v = v_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

5 $[v] = m.s^{-1}$

$[v_0] = m.s^{-1}$

$\left[1 - e^{-t/\tau}\right] = \phi$ car $\left[-\frac{t}{\tau}\right] = \frac{\cancel{s}}{\cancel{s}} = \phi$.

La relation est <u>homogène</u>

6

$$\frac{h}{h_0} = \frac{4\pi}{\omega\tau}\left(1 + \sin(\omega_0 t)\right)$$

6 $\left[\frac{h}{h_0}\right] = \frac{\cancel{m}}{\cancel{m}} = \phi$

$\left[\frac{4\pi}{\omega\tau}\right] = \frac{\phi}{rad.\cancel{s^{-1}} \times \cancel{s}} = \phi$

$\left[1 + \sin(\omega t)\right] = \phi + \sin\left(rad.\cancel{s^{-1}} \times \cancel{s}\right) = \phi$

La relation est <u>homogène</u>

7

$$\frac{u_s}{u_e} = \frac{1 + \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + \frac{2\pi}{3}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

7 $\left[\frac{u_s}{u_e}\right] = \frac{\cancel{V}}{\cancel{V}} = \phi$

$\left[1 + \omega/\omega_0\right] = \phi + \frac{\cancel{rad}.\cancel{s^{-1}}}{\cancel{rad}.\cancel{s^{-1}}} = \phi$

$\left[1 + \frac{2\pi}{3}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right] = \phi + \phi\left(\frac{\cancel{rad}.\cancel{s^{-1}}}{\cancel{rad}.\cancel{s^{-1}}} - \frac{\cancel{rad}.\cancel{s^{-1}}}{\cancel{rad}.\cancel{s^{-1}}}\right)$

La relation est <u>homogène</u>

8

$$h = h_0\sqrt{\frac{l_0^2}{h_0^2} - \sqrt{\cos\frac{v_0 t}{h_0}}}$$

8 $[h] = m$

$[h_0] = m$

$$\left[\frac{l_0^2}{h_0^2}\right] = \frac{m^2}{m^2} = \emptyset$$

$$\left[\cos\left(\frac{v_0 t}{h_0}\right)\right] = \cos \frac{\cancel{m}.\cancel{s^{-1}} \times \cancel{s}}{\cancel{m}} = \emptyset$$

donc $\left[h_0 \sqrt{\frac{l_0^2}{h_0^2} - \sqrt{\cos\left(\frac{v_0 t}{h_0}\right)}}\right] = [h_0] = m$

la relation est <u>homogène</u>.

Exercice 2

9 $[E] = [\frac{1}{2} m v^2]$ d'après la définition de l'énergie cinétique.

$$\boxed{[E] = kg\ m^2 . s^{-2}}$$

10 $\Delta E = P \Delta t$

$$[P] = \left[\frac{\Delta E}{\Delta t}\right] = kg\ m^2 s^{-3}$$

11 P_i est une puissance, ainsi

$$[P_i] = kg\ m^2 s^{-3}$$

a est donc aussi une puissance

$$\boxed{[a] = kg\ m^2 s^{-3}}$$

$[\omega t] = \emptyset$ car le terme dans un cosinus est sans unité

ainsi $\boxed{[\omega] = \frac{1}{s}}$

et $[b \cos(\omega t)] = [P_i]$

$$[b] = [P_i]$$

$$\boxed{[b] = kg\, m^2 s^{-3}}$$

[12] Si $P'(t) = p_i$ alors P est une primitive de p_i.

$$P'(t) = a + \frac{b}{\cancel{\omega}} \times \left(- \cancel{\omega} \sin(\omega t)\right)$$

$$P'(t) = a - b \sin(\omega t)$$

$$\boxed{P'(t) = p_i(t)}$$

Conclusion : P est une primitive de p_i.

[13] $$E = P(60) - P(0)$$

$$E = 60a + \frac{b}{\omega} \cos(60\omega) - \frac{b}{\omega}$$

$$E = 60a + \frac{b}{\omega} \left(\cos(60\omega) - 1\right)$$

A.N. $\underline{E = 735{,}0 \text{ mW}}$ ($\underline{Rq}$: 4 CS).

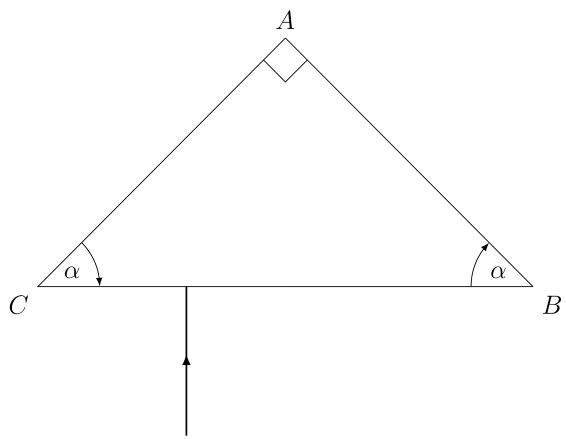
D

[14] A.N. $\underline{z = 1{,}5}$

$z < 2$, le modèle proposé $\underline{\text{est en accord}}$ avec la mesure.

Exercice 3

15



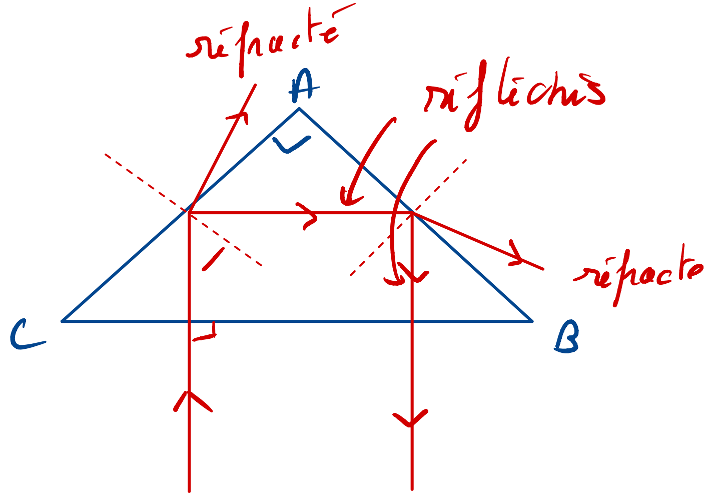
Le triangle ABC est isocèle rectangle en A.

$$2\alpha + \pi/2 = \pi$$

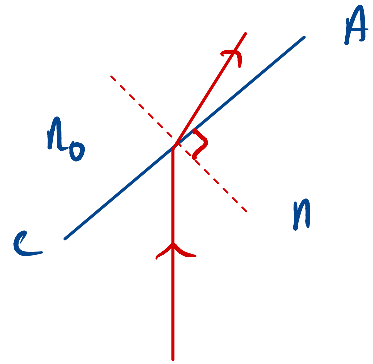
d'où $\boxed{\alpha = \pi/4}$

16 "sous incidence normale" signifie que le rayon incident est orthogonal au dioptre. L'angle d'incidence est nul.

17

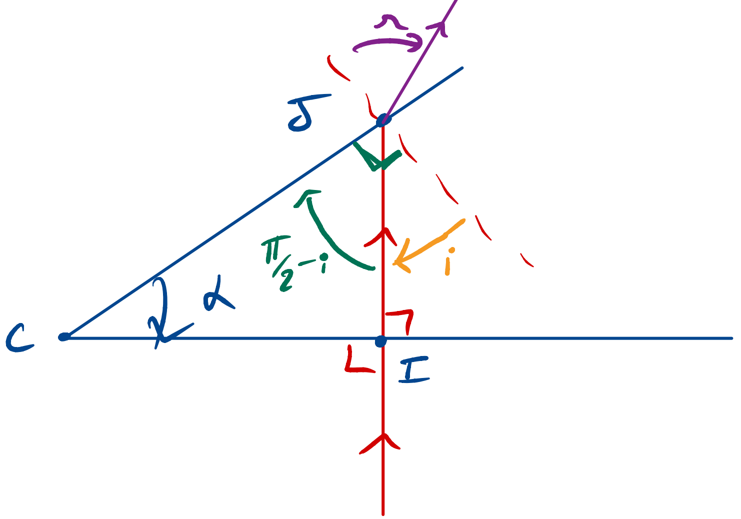


18



$n > n_0$, le milieu émergent est moins réfringent donc une réflexion totale est possible.

19 D'après la Q16, le rayon franchit la face [BC] sans être dévié, car le rayon arrive sous incidence normale.



Que vaut i ? Dans le triangle

IJC : $\alpha + \cancel{\frac{\pi}{2}} - i + \cancel{\frac{\pi}{2}} = \cancel{\pi}$

$$\alpha = i = \pi/4$$

Il y réflexion totale si

$i \geqslant i^*$ où i^* est l'angle limite de réfraction

pour $i = i^*$, $r = \pi/2$

D'après (SD) au point J :

$$n \sin(i^*) = n_0$$

$$i^* = \arcsin\left(\frac{n_0}{n}\right)$$

$$i \geqslant i^* = \arcsin\left(\frac{n_0}{n}\right)$$

On cherche une condition sur n, on l'isole

$$n \geqslant \frac{n_0}{\sin(i)}$$

$$n \geqslant \frac{n_0}{\sin(\pi/4)}$$

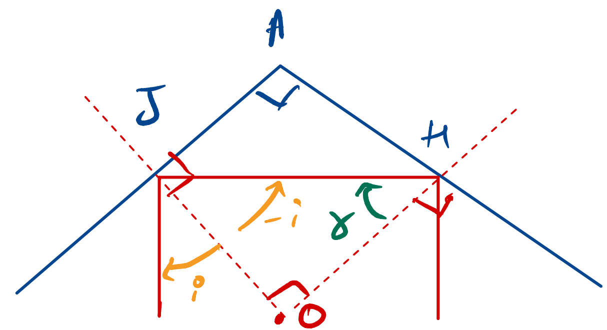
$$n \geqslant \frac{1}{\sqrt{2}/2}$$

$$\boxed{n \geqslant \sqrt{2}}$$

20) $n = 1,5 \geqslant \sqrt{2} \simeq 1,414$.

- Pour $n = 1,5$, il y a réflexion totale, la lumière est réfléchie sur la face [AC].

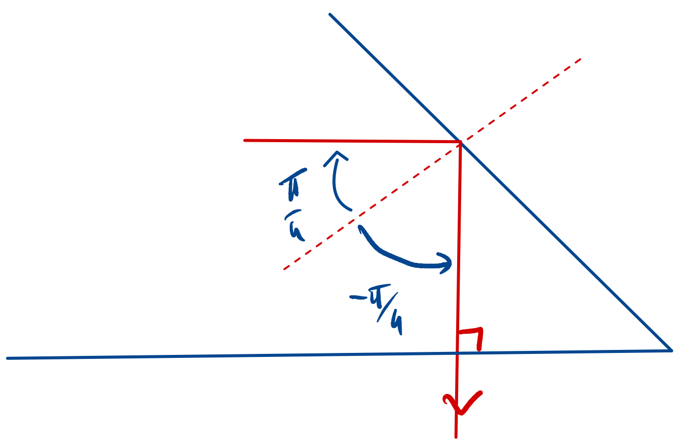
-



- Après réflexion, l'angle vaut $-i$
- Le triangle OIJ est rectangle en O,

$$\frac{\pi}{2} + \gamma - -i = \pi$$
$$\gamma = \frac{\pi}{2} - i$$
$$\gamma = \frac{\pi}{4}$$
$$\gamma = i$$

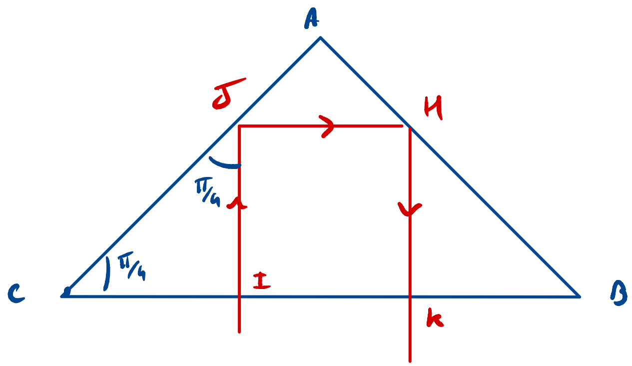
- Sur la face [AB] on trouve les mêmes conditions que sur la face [AC], il y a donc réflexion totale.
-



Le rayon arrive dans les mêmes conditions qu'il est entré : sans incidence normal, il sort sans être dévié.

Le rayon émerge donc dans la même direction qu'il est entré mais en sens contraire. Le prisme réfléchi la lumière.

$\boxed{21}$



- Le triangle IJC est isocèle en I, donc

$$IJ = IC$$

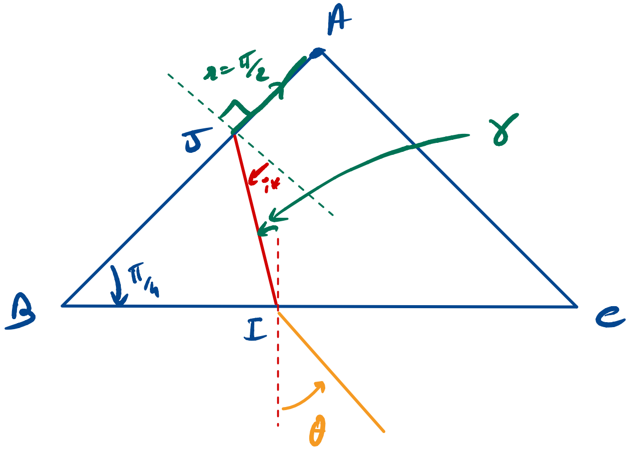
- De même $HK = KB$
- IJHK est un rectangle donc $JH = IK$
- Ainsi la longueur du trajet est

$L = IJ + JH + HK$

$L = CI + IK + KB$

$\boxed{L = BC}$

2.2 Dans cette question le rayon n'est plus sous incidence normale.



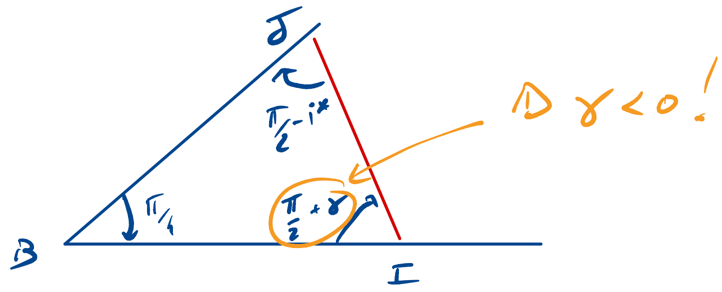
On cherche θ tel que $r = \pi/2$

(SD) en J $\quad n \sin(i^*) = n_0$

(SD) en I $\quad n_0 \sin(\theta) = n \sin(\gamma)$

Quel lien entre γ et i^* ?

Dans le triangle BIJ



$$\cancel{\pi} \quad \frac{\pi}{4} + \cancel{\frac{\pi}{2}} - i^* + \cancel{\frac{\pi}{2}} + \gamma = \cancel{\pi}$$

$$\gamma = i^* - \pi/4$$

SD

$$\arcsin\left(\frac{n_0}{n}\sin\theta\right) = \arcsin\left(\frac{n_0}{n}\right) - \pi/4$$

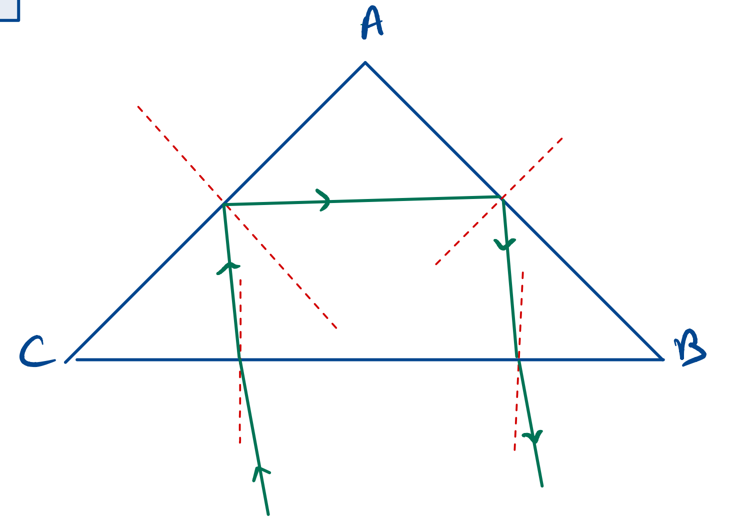
on cherche θ

$$\boxed{\theta = \arcsin\left[\frac{n}{n_0} \sin\left(\arcsin\left(\frac{n_0}{n}\right) - \frac{\pi}{4}\right)\right]}$$

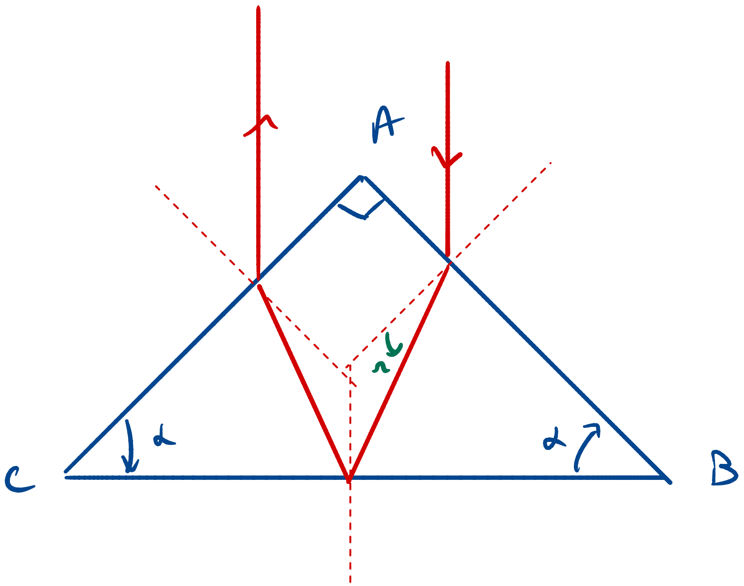
A.N. $\quad \underline{\theta = -4{,}8°}$

Rq : le signe est cohérent avec le schéma.

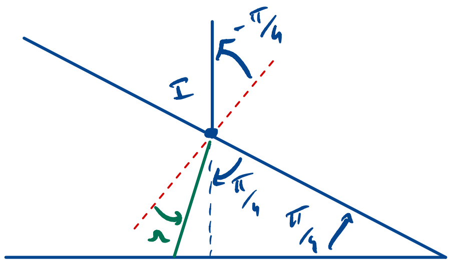
23



24



25



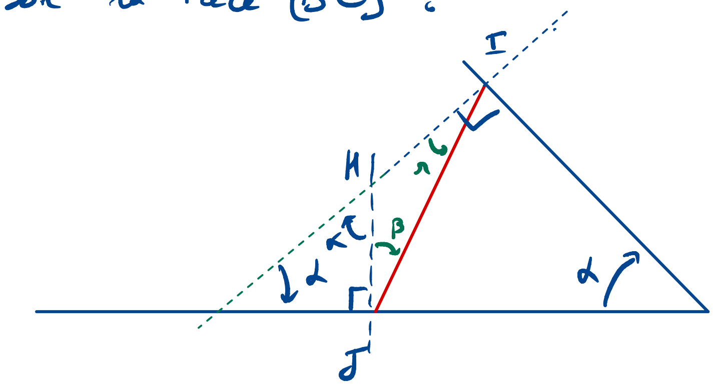
- Comme à la question 15, l'angle d'incidence vaut $-\pi/4$.

- on applique (SD) en I,

$$n_0 \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = n \sin(r)$$

$$r = -\arcsin\left(\frac{n_0}{n}\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

- Sur la face [BC] ?



Dans le triangle HIJ. $-r+\beta+\cancel{\pi}-\alpha=\cancel{\pi}$

$$\beta = \alpha + r$$

$$\beta = \frac{\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{n_0}{n}\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

Pour qu'il y ait réflexion totale

$$\beta \geq \beta^* = \arcsin\left(\frac{n_0}{n}\right) \quad \text{(voir Q18)}$$

$$\boxed{\frac{\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{n_0}{n}\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) \geq \arcsin\left(\frac{n_0}{n}\right)}$$

$\boxed{26}$

A.N. si $n = 1,5$

$$0,29 \cancel{\geq} 0,73$$

Il n'y a pas réflexion totale pour $n = 1,5$

si $n = 2,5$

$$0,50 \geq 0,41$$

Il y a réflexion totale si $n = 2,5$

$\boxed{27}$ Par définition de l'indice optique

$$n = \frac{c}{v}$$

Plus l'indice optique est grand plus la vitesse de propagation est faible.

Comme la distance est la même pour les deux méthodes, le temps de trajet est plus long pour la seconde méthode.

$\boxed{\text{FIN}}$