



FO7 | Fiche Outils

**Dérivées**

Ce document est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons "Attribution – Pas d'utilisation commerciale – Partage dans les mêmes conditions 4.0 International".



1 Dérivées usuelles

a est une constante appartenant à $\mathbb{R}$.

Fonction	Dérivée
e^t	e^t
e^{at}	$a e^{at}$
$\ln(t)$	$\frac{1}{x}$
$\ln(at)$	$\frac{a}{x}$
x^a	ax^{a-1}

Fonction	Dérivée
$\cos(t)$	$-\sin(t)$
$\sin(t)$	$\cos(t)$
$\cos(at)$	$-a \sin(at)$
$\sin(at)$	$a \cos(at)$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\frac{1}{ax}$	$\frac{1}{a} \times -\frac{1}{x^2}$

2 Dérivée de la somme, différence, produit et quotient

Soit deux fonctions du temps : $u(t)$ et $v(t)$.

Expression	Dérivée
Somme : $u(t) + v(t)$	$u'(t) + v'(t)$
Différence : $u(t) - v(t)$	$u'(t) - v'(t)$
Produit : $u(t) \times v(t)$	$u'(t)v(t) + u(t)v'(t)$
Quotient : $\frac{u(t)}{v(t)} = u(t) \times \frac{1}{v(t)}$	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{u'(t)}{v(t)} + u(t) \left(\frac{1}{v(t)} \right)' \\ \Leftrightarrow \frac{u'(t)v(t) - u(t)v'(t)}{v^2(t)} \end{array} \right.$

3 Dérivée de fonction composée

Soit deux fonctions $u(t)$ et $v(t)$ alors :

$$\begin{aligned} \frac{du(v(t))}{dt} &= \frac{dv(x)}{dx} \times \frac{du(v(t))}{dx} \\ &= v'(x)u'(v(x)) \end{aligned}$$

Exemples à connaître :

$$[\cos(\theta(t))]' = -\dot{\theta}(t) \sin(\theta(t))$$

$$[\sin(\theta(t))]' = \dot{\theta}(t) \cos(\theta(t))$$

$$\frac{d}{dt}(f(t)^2) = 2 \frac{df(t)}{dt} f(t)$$

4 Exercices d'entraînement

Dans les cas suivants, déterminer $f'(x)$.

- ① $\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = (x^2 + 3x + 2)(2x - 5)$
- ② $\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = (x^3 + 3x + 2)(x^2 - 5)$
- ③ $\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = (x^2 - 2x + 6)e^{2x}$
- ④ $\forall x \in]2, \infty[, \quad f(x) = (3x^2 - x) \ln(x - 2)$
- ⑤ $\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = (\sin(x) + 2 \cos(x))^2$
- ⑥ $\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln(x^2 + 1)$
- ⑦ $\forall x > 1, \quad f(x) = \ln(\ln(x))$
- ⑧ $\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = e^{3 \sin(2x)}$
- ⑨ $\forall x \in]0; \pi[, \quad f(x) = \sqrt{\sin(x)}$
- ⑩ $\forall x \leq 0, \quad f(x) = \sin(\sqrt{x})$
- ⑪ $\forall x \in]1; \infty[, \quad f(x) = \frac{2x^2 + 3x}{\ln(x)}$
- ⑫ $\forall x \in]0; \pi[, \quad f(x) = \ln\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)$

Solutions :

- ① $f'(x) = 6x^2 + 2x - 11$
- ② $f'(x) = 5x^4 - 6x^2 + 4x - 15$
- ③ $f'(x) = (2x^2 - 2x + 10)e^{2x}$
- ④ $f'(x) = (6x - 1) \ln(x - 2) + \frac{3x^2 - x}{x - 2}$
- ⑤ $f'(x) = 8 \cos(x)^2 - 6 \cos(x) \sin(x) - 4$
- ⑥ $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$
- ⑦ $f'(x) = \frac{1}{x \ln(x)}$
- ⑧ $f'(x) = 6 \cos(2x) e^{3 \sin(2x)}$
- ⑨ $f'(x) = \frac{\cos(x)}{2\sqrt{\sin(x)}}$
- ⑩ $f'(x) = \frac{\cos(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$
- ⑪ $f'(x) = \frac{(4x + 3) \ln(x) - (2x + 3)}{(\ln(x))^2}$
- ⑫ $f'(x) = \frac{1}{\tan(x)} - \frac{1}{x}$