TD M1 & M2 | Mécanique

Fondement de la mécanique du point matériel

- exercice à préparer à la maison avant le TD ;
- exercice classique / important ; à maîtriser pour les concours ;
- niveau de difficulté de l’exercice.

Maîtriser son cours

Exercice 1 : Repères

d’après M. Melzani

(1) Pour chaque repère de la figure 1, dire si la base directe ou non.

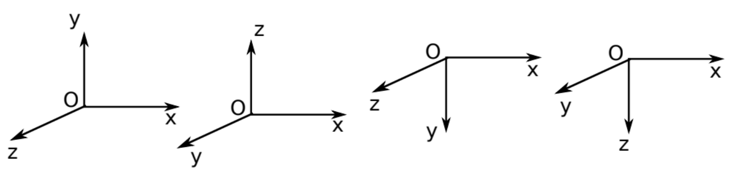


FIGURE 1 – Repères

Exercice 2 : Projections

d’après M. Melzani

(1) Dans chaque cas de la figure 2, projeter le vecteur $\vec{g}$ ou $\vec{v}$ dans la base $(\vec{e_x}, \vec{e_y})$.

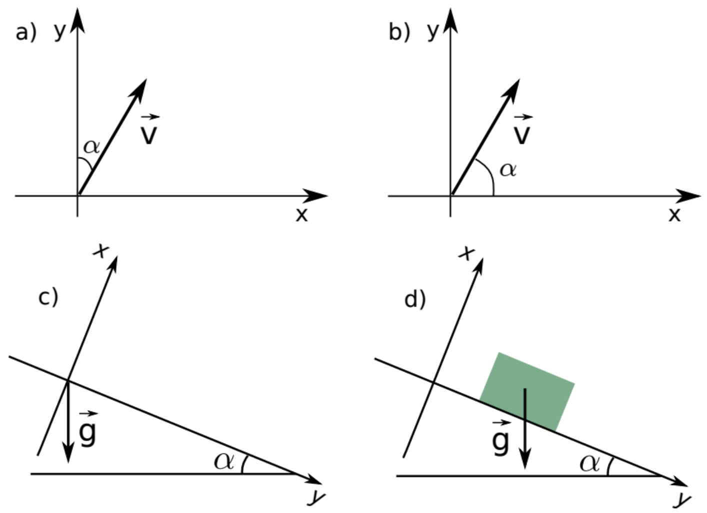


FIGURE 2 – Repères

Exercice 3 : Ballon sonde

d'après M. Melzani et E. Thibierge

On modélise un ballon sonde par un point matériel de coordonnées $(x(t), z(t))$. Le ballon est lâché depuis le point O à l'instant $t = 0$.

Il acquiert quasi-instantanément une vitesse verticale v_0 qui demeure constante tout au long du mouvement.

Le vent lui communique une vitesse horizontale $v_x > 0$, orientée suivant l'axe (Ox), et proportionnelle à son altitude $z > 0$ mesurée par rapport au niveau du sol : $v_x = z/\tau$ où $\tau > 0$ est homogène à un temps.

1 Écrire et résoudre l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$.

2 Écrire et résoudre l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$, à exprimer en fonction de v_0 et τ.

3 En déduire l'équation $z(x)$ de la trajectoire du ballon sonde.

4 Représenter cette trajectoire, et représenter le vecteur vitesse du ballon sonde à trois instants différents.

5 Exprimer les composantes de l'accélération du ballon sonde.

6 On donne $v_0 = 10\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ et $\tau = 100\,\mathrm{s}$. Combien de temps le ballon met-il pour atteindre une altitude de 1 km ? De quelle distance horizontale s'est-il alors déplacé ?

Exercice 4 : Gravitation et pesanteur

d'après M. Melzani

1 Rappeler l'expression de la force de gravitation entre deux masses m_1 et m_2. Faire un schéma.

2 Définir le champ de gravitation (ou champ de pesanteur) à la surface de la Terre exercé par la Terre. Donner son expression en fonction de G et d'autres constantes. Que vaut-il environ à la surface de la Terre ?

3 Quelle est l'unité S.I. de g et de G ?

Approfondir son cours

Exercice 5 : Course de voiture commandée

d'après E. Thibierge

François et Coline comparent les performances des voitures télécommandées que le Père Noël leur a apporté. La voiture de François a une accélération de 2 m/s^2 alors que celle de Coline accélère à 3 m/s^2. Cependant, la voiture de François peut atteindre 12 km h^{-1} alors que celle de Coline plafonne à 10 km h^{-1}

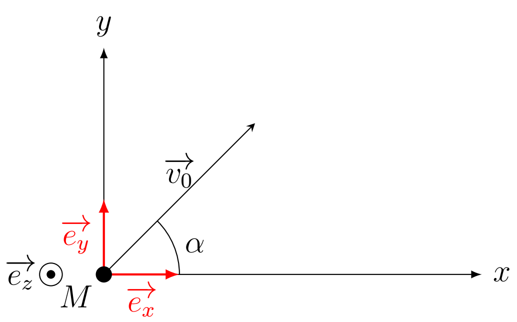
1 Qui gagne la course dans l'allée du jardin, longue de $d = 15$ m ?

2 Grand prince, le gagnant accorde une revanche à son malheureux adversaire et lui laisse même choisir la distance de la course. Quelle distance le perdant doit-il proposer pour être sûr de gagner ?

Exercice 6 : Trajectoire balistique

Cet exercice reprend en partie l'application de cours sur le mouvement dans un champ uniforme (application 6).

Nous lançons une balle de masse m avec une vitesse initiale comme sur le schéma ci-dessous. La balle est initialement à l'origine du repère. Nous négligeons les frottements de l'air.



1 Justifier que le mouvement est plan.

2 Déterminer les équations différentielles pour $x(t)$, $y(t)$.

3 En déduire : $\dot{x}(t)$, $\dot{y}(t)$. En déduire le vecteur vitesse $\vec{v}$.

4 En déduire : $x(t)$, $y(t)$.

5 En déduire la trajectoire $y(x)$.

6 Déterminer la flèche de la trajectoire, c'est-à-dire le point culminant de la trajectoire.

7 Pour quelle valeur de α la flèche est maximale ?

8 Déterminer la portée (distance maximale à laquelle la balle touche le sol).

9 Pour quelle valeur de α la balle atteint-elle une distance maximale ? Déterminer cette distance.