



## Ordre 1

☕ exercice sera corrigé en TD ;  
 ❤ exercice classique / important ; à maîtriser pour les concours ;  
 ⚡ ⚡ ⚡ niveau de difficulté de l'exercice.

### Parcours d'entraînement :

Je suis à l'aise avec le chapitre	Exercices 1, 2, 3, 5
Je ne suis pas à l'aise	Exercices 1, 5, 6, 7

### Révisions mathématiques

#### Exercice 1 : À propos d'équations différentielles



$a, b, c, d, e, \omega_0$  et  $\tau$  sont des constantes positives.  $s, y, x, u, i$  sont des fonctions du temps.

- ① Identifier les équations différentielles d'ordre 1.
- ② Identifier les équations différentielles d'ordre 2.
- ③ Identifier les équations différentielles harmoniques.
- ④ Identifier les équations différentielles homogènes.
- ⑤ Résoudre toutes les équations différentielles sauf une que vous ne savez pas encore résoudre, en justifiant. On ne demande pas de déterminer les constantes d'intégration.

$$a\ddot{s}(t) + bs(t) = 0 \quad (1) \qquad \dot{s}(t) - \frac{s(t)}{\tau} = 0 \quad (6)$$

$$\dot{x}(t) + bx(t) = e \quad (2) \qquad \ddot{s} = b \quad (7)$$

$$\ddot{u}(t) + \omega_0^2 u(t) = 0 \quad (3) \qquad a\ddot{s} = -cs \quad (8)$$

$$\dot{y} + b = 0 \quad (4) \qquad \ddot{s} + \frac{b}{a}\dot{s} = 0 \quad (9)$$

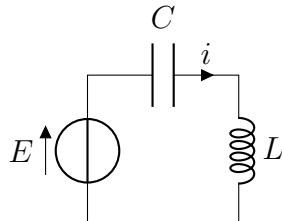
$$a\ddot{s} - \omega_0 s = 0 \quad (5) \qquad \ddot{s} + b\ddot{s} = 0 \quad (10)$$

### Maîtriser son cours

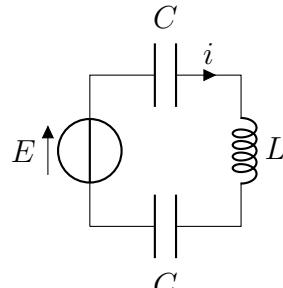

**Exercice 2 : Déterminer l'équation différentielle d'un circuit**

Pour chacun des circuits suivants, déterminer l'équation différentielle sur la tension  $u$  ou  $i$  mise en avant. (On ne demande pas de résoudre l'équation différentielle).

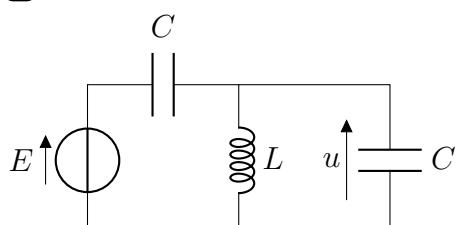
①



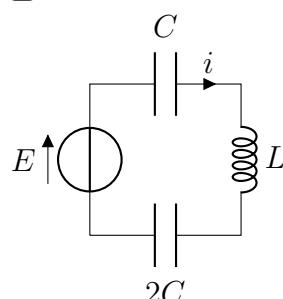
②



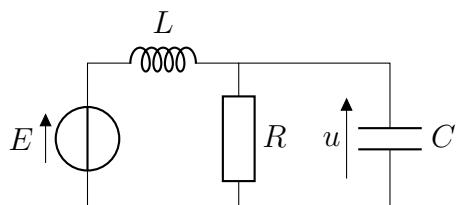
③



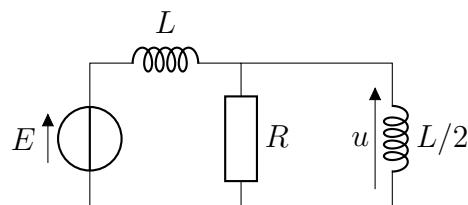
④



⑤



⑥


**Exercice 3 : Circuit LC**


On établit le courant à la valeur  $I_0 = 100 \text{ mA}$  dans une bobine idéale d'inductance  $L$ . À  $t=0$ , on la connecte en série avec un condensateur de capacité  $C$  initialement déchargé.

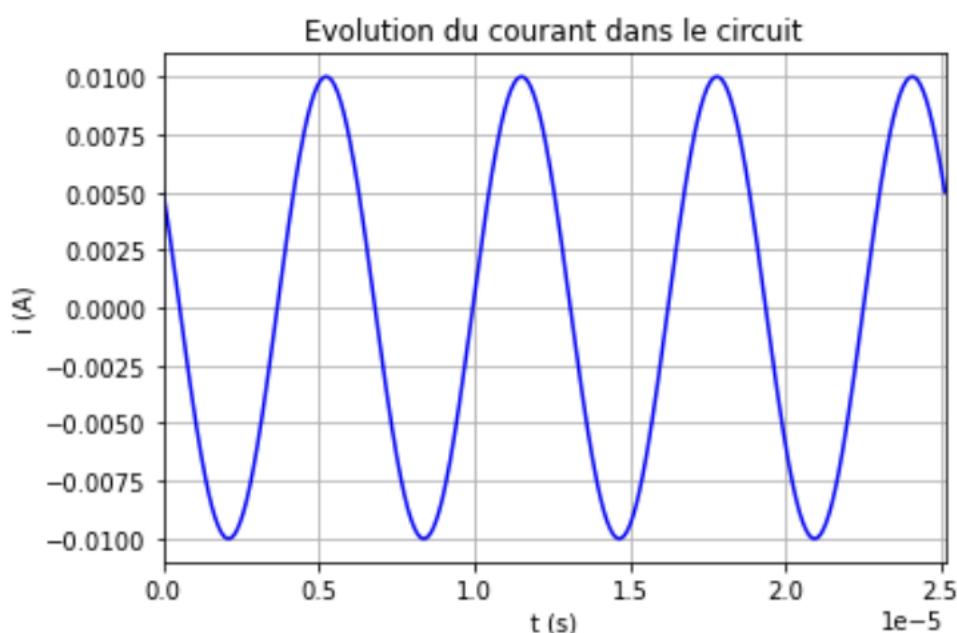
- ① Dessiner le circuit pour  $t \geq 0$ . Flécher et nommer le courant et les tensions.
- ② Écrire toutes les relations du circuit : loi des mailles, relation tension-courant pour la bobine idéale et relation courant-tension pour le condensateur.
- ③ Exprimer la tension aux bornes de la bobine en fonction de la tension aux bornes du condensateur, de  $L$  et de  $C$ .
- ④ À l'aide de la loi des mailles, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur.
- ⑤ Exprimer la pulsation propre  $\omega_0$  en fonction de  $L$  et de  $C$ .
- ⑥ Donner la solution de l'équation différentielle. On introduira deux constantes  $A$  et  $B$  homogènes à des tensions.

- 7 Que vaut la tension aux bornes du condensateur pour  $t = 0^+$ ? Que vaut la dérivée première de la tension aux bornes du condensateur pour  $t = 0^+$ ?
- 8 En déduire les expressions de  $A$  et  $B$ .
- 9 Tracer l'allure de la courbe donnant la tension aux bornes de la résistance en fonction du temps.

### Exercice 4 : Lecture graphique



On enregistre l'évolution temporelle du courant dans un circuit LC donc la bobine possède une impédance  $L = 1 \text{ mH}$  et l'on obtient la courbe suivante :



Nous pouvons modéliser le courant comme  $i(t) = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ .

- 1 Identifyz les attributs de l'oscillation : amplitude  $I_m$ , fréquence propre  $\omega_0$  et phase initiale  $\varphi_0$ .
- 2 Déterminer la valeur de la capacité  $C$  du condensateur utilisé dans le circuit.

On peut proposer une autre écriture du courant dans le circuit :  $i_1(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$ .

- 3 À quelles conditions sur  $A$ ,  $B$ ,  $I_m$  et  $\varphi_0$  les expressions de  $i$  et  $i_1$  décrivent-elles la même évolution du courant dans le circuit ?