



TD E2 | Électrocinétique



Ordre 1

- exercice sera corrigé en TD ;
 exercice classique / important ; à maîtriser pour les concours ;
 niveau de difficulté de l'exercice.

Parcours d'entraînement :

Je suis à l'aise avec le chapitre	Exercices 1, 2, 3, 5
Je ne suis pas à l'aise	Exercices 1, 5, 6, 7

Révisions mathématiques

Exercice 1 : À propos d'équations différentielles



a, b, c, d, e, ω_0 et τ sont des constantes positives. s, y, x, u, i sont des fonctions du temps.

- ① Identifier les équations différentielles d'ordre 1.
- ② Identifier les équations différentielles d'ordre 2.
- ③ Identifier les équations différentielles harmoniques.
- ④ Identifier les équations différentielles homogènes.
- ⑤ Résoudre toutes les équations différentielles sauf une que vous ne savez pas encore résoudre, en justifiant. On ne demande pas de déterminer les constantes d'intégration.

$$a\ddot{s}(t) + bs(t) = 0 \quad (1)$$

$$\dot{x}(t) + bx(t) = e \quad (2)$$

$$\ddot{u}(t) + \omega_0^2 u(t) = 0 \quad (3)$$

$$\dot{y} + b = 0 \quad (4)$$

$$a\ddot{s} - \omega_0 s = 0 \quad (5)$$

$$\dot{s}(t) - \frac{s(t)}{\tau} = 0 \quad (6)$$

$$\ddot{s} = b \quad (7)$$

$$a\ddot{s} = -cs \quad (8)$$

$$\ddot{s} + \frac{b}{a}\dot{s} = 0 \quad (9)$$

$$\ddot{s} + b\dot{s} = 0 \quad (10)$$

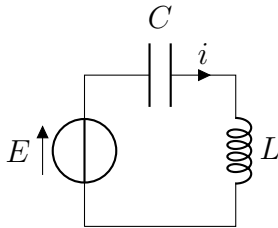
Maîtriser son cours

Exercice 2 : Déterminer l'équation différentielle d'un circuit

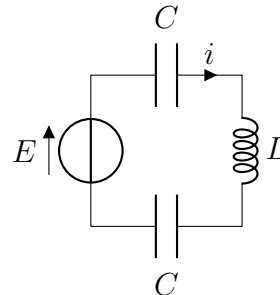


Pour chacun des circuits suivants, déterminer l'équation différentielle sur la tension u ou i mise en avant. (On ne demande pas de résoudre l'équation différentielle).

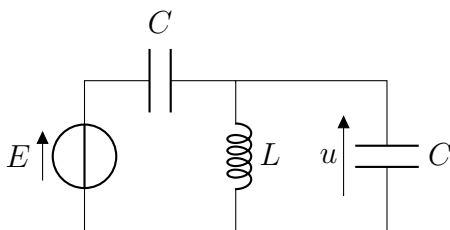
①



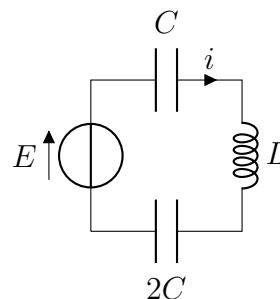
②



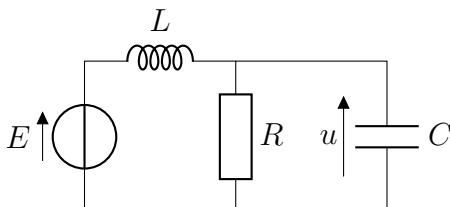
③



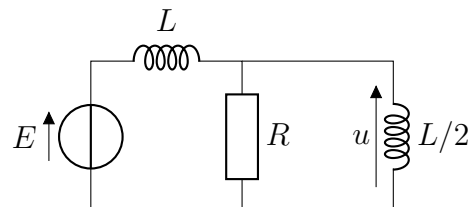
④



⑤



⑥



Exercice 3 : Circuit LC



On établit le courant à la valeur $I_0 = 100 \text{ mA}$ dans une bobine idéale d'inductance L . À $t=0$, on la connecte en série avec un condensateur de capacité C initialement déchargé.

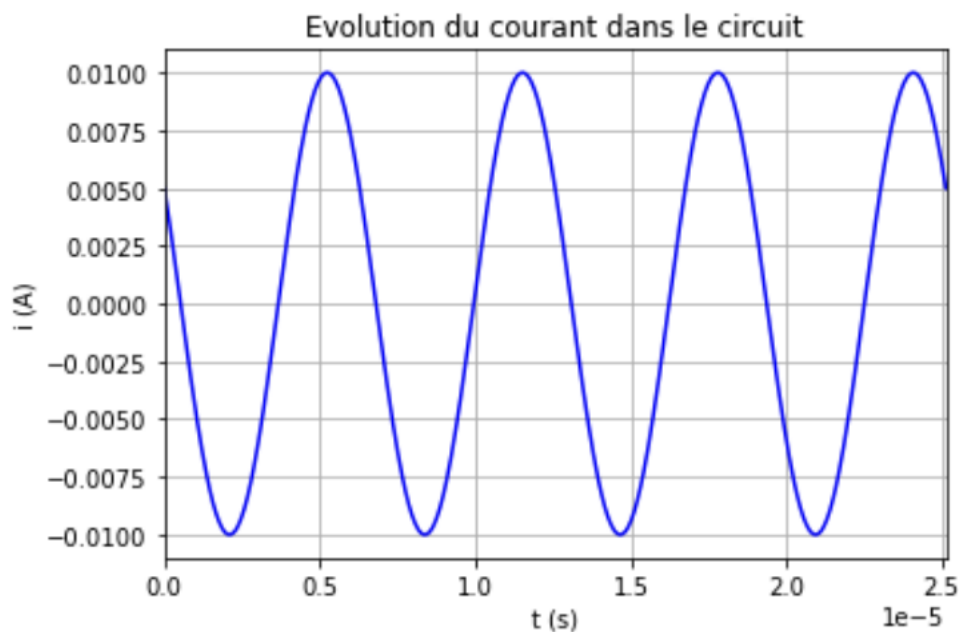
- ① Dessiner le circuit pour $t \geq 0$. Fléchier et nommer le courant et les tensions.
- ② Écrire toutes les relations du circuit : loi des mailles, relation tension-courant pour la bobine idéale et relation courant-tension pour le condensateur.
- ③ Exprimer la tension aux bornes de la bobine en fonction de la tension aux bornes du condensateur, de L et de C .
- ④ À l'aide de la loi des mailles, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur.
- ⑤ Exprimer la pulsation propre ω_0 en fonction de L et de C .
- ⑥ Donner la solution de l'équation différentielle. On introduira deux constantes A et B homogènes à des tensions.

- ⑦ Que vaut la tension aux bornes du condensateur pour $t = 0^+$? Que vaut la dérivée première de la tension aux bornes du condensateur pour $t = 0^+$?
- ⑧ En déduire les expressions de A et B .
- ⑨ Tracer l'allure de la courbe donnant la tension aux bornes de la résistance en fonction du temps.

Exercice 4 : Lecture graphique



On enregistre l'évolution temporelle du courant dans un circuit LC donc la bobine possède une impédance $L = 1 \text{ mH}$ et l'on obtient la courbe suivante :



Nous pouvons modéliser le courant comme $i(t) = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$.

- ① Identifiez les attributs de l'oscillation : amplitude I_m , fréquence propre ω_0 et phase initiale φ_0 .
- ② Déterminer la valeur de la capacité C du condensateur utilisé dans le circuit.

On peut proposer une autre écriture du courant dans le circuit : $i_1(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$.

- ③ À quelles conditions sur A , B , I_m et φ_0 les expressions de i et i_1 décrivent-elles la même évolution du courant dans le circuit ?