TDM - calculs | Calculs en mécanique

Cinématique et dynamique

Révisions

Exercice 1 : Piste de décollage

Pour décoller un avion doit atteindre la vitesse de $v_d = 180\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ en bout de piste. Quelle est la longueur minimale L de la piste de décollage si l’avion accélère uniformément à la valeur $a = 2{,}5\,\mathrm{m\,s^{-2}}$?

Exercice 2 : Accélération de voiture

Une voiture se déplace en ligne droite. Initialement à l’arrêt, elle subit une accélération constante valant a_0 pendant une durée τ_1, puis continue à vitesse constante pendant une durée τ_2.

1. Quelle est la vitesse v_1 du véhicule à la date $t = \tau_1$?
2. Quelle est la distance parcourue durant τ_1 ?
3. Quelle est la distance totale parcourue en fonction de a_0, τ_1 et τ_2 ?

Exercice 3 : Composante de vecteurs

$\rightarrow$

On considère deux points A et B tels que la droite (AB) soit parallèle à la droite (Oy). Le vecteur $\overrightarrow{OA}$ fait un angle θ avec l’axe (Ox).

Exprimer les composantes des vecteurs suivants dans le repère $(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$ en fonction de $a = ||\overrightarrow{OA}||$, $b = ||\overrightarrow{AB}||$ et de l’angle θ :

1. le vecteur $\overrightarrow{OA}$;
2. le vecteur $\overrightarrow{OB}$;
3. le vecteur $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$;
4. le vecteur $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$.

Exercice 4 : Mouvement hélicoïdal - dérivé de vecteur

Le point matériel M de coordonnées cartésiennes (x, y, z) décrit une trajectoire hélicoïdale, c'est par exemple le cas d'une particule chargée dans un champ magnétique, définie par les équations :

$$\begin{cases} x(t) = a\cos(\omega t) \\ y(t) = a\sin(\omega t) \\ z(t) = bt. \end{cases} \quad (1)$$

(1) Déterminer la vitesse $\vec{v}(M)$ dans la base cartésienne
(2) Déterminer la norme de la vitesse
(3) Déterminer l'accélération $\vec{a}(M)$ dans la base cartésienne
(4) Déterminer la norme de l'accélération.
(5) Tracer la trajectoire dans un plan (x, y) puis en 3D.

Exercice 5 : Loi de la jungle.

Un lion chasse une gazelle. Il court à la vitesse constante de 5,0 m s^{-1}. La gazelle aperçoit le lion quand il est à 10 m de distance. Elle se met alors en fuite en accélérant à 2,0 m s^{-2}.

Pour rattraper la gazelle, le lion se met aussi à accélérer au même instant à 3,0 m s^{-2}.

(1) Combien de temps mettra le lion à rattraper la gazelle ?
(2) Quelle distance aura parcouru la gazelle avant de se faire dévorer ?

Exercice 6 : Quelques équations différentielles

Résoudre les équations différentielles suivantes, sachant que $v = 0$ à $t = t_0$, et que les paramètres a_0 et k sont des constantes.

(1)
$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = a_0$$

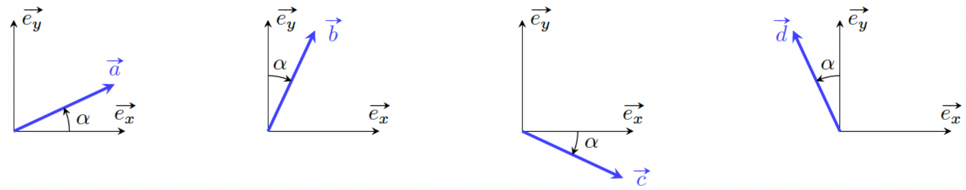
(2)
$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -kv$$

(3)
$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -kv + a_0$$

(4)
$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -kv^2$$

Exercice 7 : Projections

Donner les projections dans le base $(\vec{e_x}, \vec{e_y})$ des vecteur $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ et $\vec{d}$



Exercice 8 : Projections

On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cartésiennes dans la base $(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$ sont, à chaque instant

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}a_0t^2 + x_0 \\ y(t) = -v_0t \\ z(t) = z_0 \end{cases}$$

1 Donner les expressions du vecteur position, vitesse et accélération.

Solution

Exercice 1 : Piste de décollage

500 m

Exercice 2 : Accélération de voiture

- ⇝ $a_0\tau_1$
- ⇝ $\frac{a_0\tau_1^2}{2}$
- ⇝ $a_0\tau_1\left(\tau_2 - \tau_1/2\right)$

Exercice 3 : Composante de vecteurs

😂 Ahah, naïf ! Va projeter tes vecteurs.

Exercice 4 : Mouvement hélicoïdal - dérivé de vecteur →

Q4 : $||\overrightarrow{a}|| = a\omega^2$

Exercice 5 : Loi de la jungle. →

- ⇝ 1,7 s
- ⇝ 2,9 m

Exercice 6 : Quelques équations différentielles →

- ⇝ $a_0(t-t_0)$
- ⇝ 0
- ⇝ $\frac{a_0}{k}\left(1-e^{-k(t-t_0)}\right)$
- ⇝ à toi de me dire !

Exercice 7 : Projections

😂 Ahah, naïf ! Va projeter tes vecteurs.

Exercice 8 : Projections

$$a0\overrightarrow{e_x}$$