



DM5 | Dynamique du point matériel

**à rendre le lundi 2 décembre**

Ce document est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons "Attribution – Pas d'utilisation commerciale – Partage dans les mêmes conditions 4.0 International".



Un DM est un entraînement et n'est pas noté : travailler avec vos **cours**, vos **fiches** et les **TDs** est fortement recommandé.

Réfléchir à plusieurs est une bonne idée **après** un premier travail de réflexion personnel.

En cas de besoin, n'hésitez pas à me poser des questions, à la fin d'un cours ou par mail.

**Comment avez-vous travailler pour ce devoir maison :**

Mon nom et prénom :

- Seul ;
- Avec l'aide d'un ou deux camarades (nom.s/prénom.s) :

.....

- Avec l'aide de mon cours ;
- Avec l'aide d'internet.

Combien de temps j'ai passé sur le DM :

**Méthode de travail**

Je fais le DM en fonction de mon temps et de comment je me sens à l'aise :

- Je ne suis pas encore à l'aise avec ce chapitre : **questions 1 à 3 & 6 à 8**
- Je suis assez à l'aise mais je manque de temps : **questions 1 à 3 & 6 à 8**
- J'ai du temps et je suis à l'aise : **tout le sujet**

Exercice 1 : Chute libre de Luke Aikins

Lien LaDigitale pour Youtube

Fin juillet 2016, Luke Aikins a sauté d'un avion sans parachute ni wingsuit, d'une altitude de 7,6 km. Sa chute a duré deux minutes. Il a atteint la vitesse maximale de 193 km h^{-1} .

Il s'est réceptionné dans un filet de 30 m sur 30 m à 61 m du sol.

Nous nous proposons d'étudier cette chute.

Compte tenu de la vitesse, les forces de frottements sont du type $\vec{F}_\lambda = -\lambda v^2 \vec{u}$, avec λ un coefficient, v la norme de la vitesse et \vec{u} un vecteur unitaire dirigé selon \vec{v} . On prendra pour l'intensité de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$. La masse de Luke Aikins est de 90 kg.

On prend un axe z dirigé vers le bas, dont l'origine est au niveau du départ du saut.

① Établir l'équation du mouvement portant sur la position $z(t)$ de Luke et celle sur sa vitesse $v(t)$. On fera un schéma.

② En déduire l'expression de la vitesse limite v_l atteinte par Luke, en fonction des autres paramètres.

③ En déduire la valeur numérique du coefficient de frottement λ . On prendra garde à l'unité de λ .

On souhaite savoir au bout de combien de temps la vitesse limite est atteinte, et également au bout de quelle hauteur de chute. Il faut pour cela résoudre l'équation différentielle établie à la question 1. Cette équation est non-linéaire. Nous ne savons pas la résoudre analytiquement. Pour la résoudre, il faut faire une simulation numérique. C'est ce que nous proposons de faire dans la suite à l'aide de la méthode d'*Euler* en python. Un début d'algorithme est disponible sur le site de la classe que nous allons compléter.

④ Exprimer, en vous servant d'une discrétisation d'*Euler*, la position à l'instant $t + \Delta t$ en fonction de la position à l'instant t et de la vitesse à l'instant t .

⑤ Discrétiser, à l'aide de la méthode d'*Euler*, l'équation différentielle précédemment obtenue. Montrer que :

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \left(g - \frac{\lambda v(t)^2}{m} \right) \Delta t$$

⑥ Compléter l'algorithme pour qu'il soit fonctionnel. Si tout se passe bien, vous devriez retrouver les courbes des figures 1 et 2. Penser à déposer votre fichier résultat sur le dépôt disponible sur cahier de prépa.

Les résultats de la simulation numérique sont fournis sur les figures suivantes :

⑦ À l'aide de la résolution numérique, estimer le temps nécessaire pour atteindre 95 % de la vitesse limite. Au bout de quelle hauteur de chute cela a-t-il lieu ? Commenter.

⑧ Estimer le temps nécessaire pour la chute totale. Comparer à la valeur réelle. Commenter le résultat.

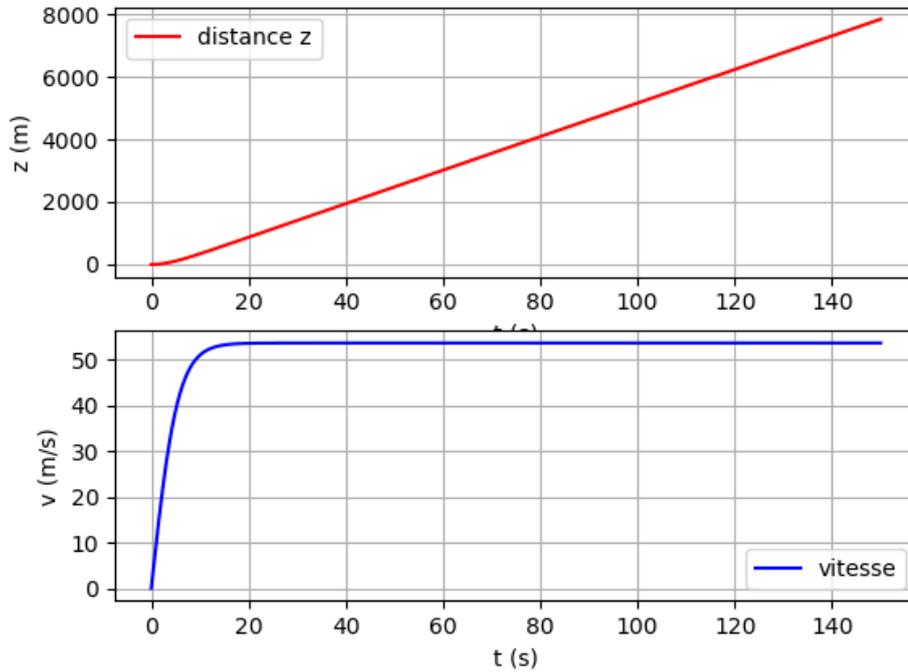


FIGURE 1 – Simulation numérique de la chute de L. Aikins sur une durée de 150 s

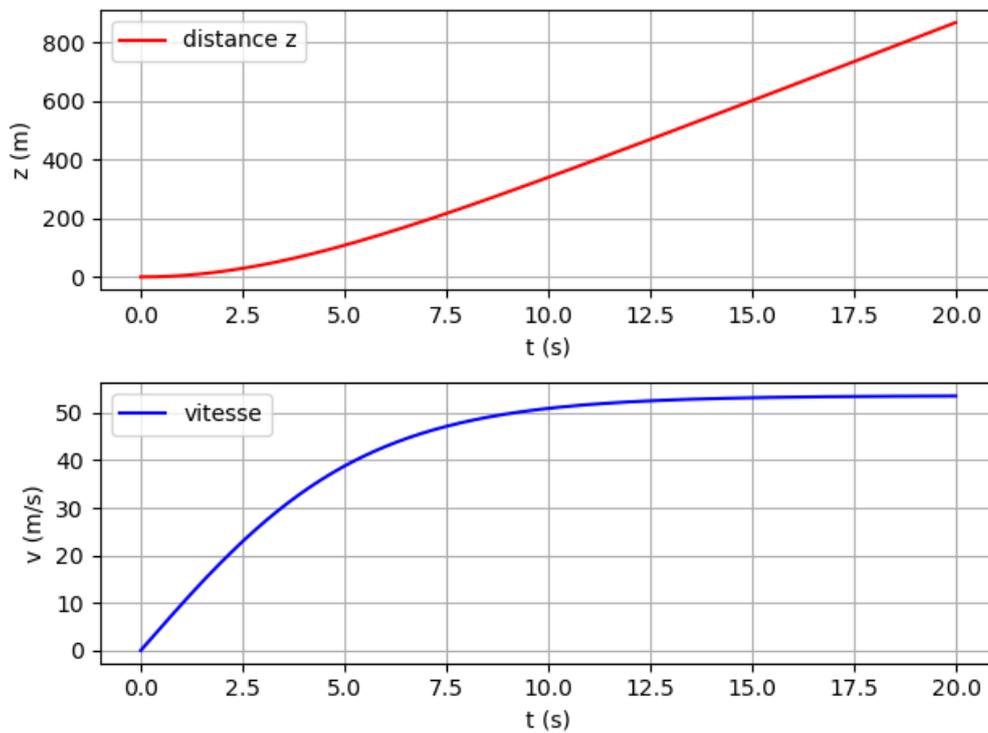


FIGURE 2 – Simulation numérique de la chute de L. Aikins sur une durée de 20 s