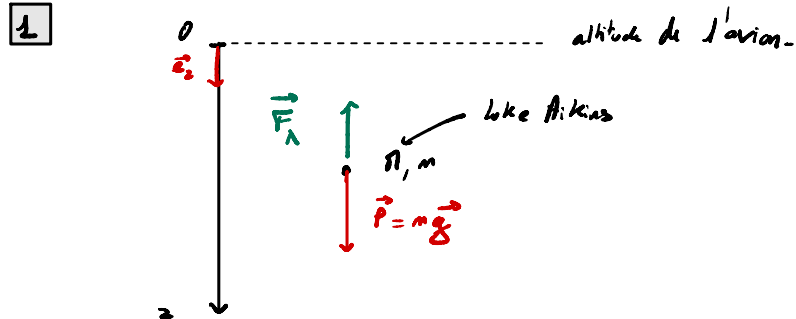


DP 5 Proposition de corrigé.

Exercice 1 : chute libre



sys : Luke Atkins assimilé à un pt matériel de masse m .

ref : terrestre, supposé galiléen.

rep : $\vec{e}_z$: le mouvement est 1D car

BANC : poids : $\vec{P} = m\vec{g} = mg\vec{e}_z$
 frottements fluides : $\vec{F}_\lambda = -\lambda v^2 \vec{e}_z$

Nous appliquons le principe fondamental de la dynamique :

$$m\vec{a} = m\vec{g} - \lambda v^2 \vec{e}_z$$

Nous projetons sur $\vec{e}_z$:

$$m\ddot{z} = mg - \lambda \dot{z}^2 \quad \Leftrightarrow \quad \ddot{z} + \frac{\lambda}{m} \dot{z}^2 = g \quad (*)$$

2 La vitesse limite est atteinte lorsque $v(t) = \dot{z}(t) = v^* = v_f$

Dans (*) on a alors

$$0 + \frac{\lambda}{m} v_f^2 = g \quad \Leftrightarrow \quad v_f = \sqrt{\frac{mg}{\lambda}}$$

3 On connaît $v_f = 133 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 53,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ⚠ aux unités !

$$\text{d'où } \lambda = \frac{mg}{v_f^2}$$

A.N. $\lambda = 0,31 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$ (ZCS)

unité de λ :

$$[\lambda] = \frac{[mg]}{[v_f^2]} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})^2} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$$

4 $v(t) = \frac{dz}{dt} \approx \frac{z(t+\Delta t) - z(t)}{\Delta t}$
↑
 méthode d'Euler

$$\text{d'où } z(t+\Delta t) = v(t) \Delta t + z(t)$$

5 (*) $\Leftrightarrow \quad \dot{v} + \frac{\lambda}{m} v^2 = g$

$$\text{or } \dot{v} = \frac{dv}{dt} \approx \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t}$$

$$\text{d'où } v(t+\Delta t) = \left(g - \frac{\lambda}{m} v(t)^2 \right) \Delta t$$

6] Cf algorithme corrigé sur le site de la classe.

7] A.W. $0,95 \times 50 = 50,9$

Par lecture graphique $t_{55\%} \approx 10,0s$

Par lecture graphique, la vitesse limite est atteinte après $z(t_{55\%}) \approx 350m$ de chute.

L. Atkins atteint très rapidement sa vitesse maximale, après seulement $\frac{350}{7600} \approx 5\%$ de la hauteur totale de chute.

Il tombe ensuite à vitesse constante.

8] Pour réviser la totalité de la chute, il faut environ $t_{chute} \approx 135s$.

La vidéo montre un temps de chute de $2min10s$ ce qui est en très bon accord avec notre modèle.

$$\frac{135 - 130}{130} \approx 3,8\% \text{ d'erreur sur notre modèle.}$$

Une amélioration du modèle pourrait être d'estimer que les frottements de l'air sont dans un premier temps linéaire puis quadratique. Aussi dans la vidéo, on voit L. Atkins bouger, ce qui modifie ponctuellement son coefficient de frottement.