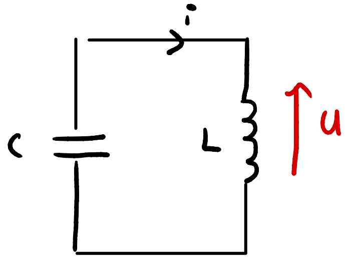
Exercice 1 Circuit LC.

Q 1 - Schéma du circuit $\forall t > 0$.



La tension aux bornes du condensateur (c) est la même que celle aux borne de la bobine (L).

$$u = u$$

or $\begin{cases} u = L \dfrac{di}{dt} & \text{pour la bobine} \\ i = -C \dfrac{du}{dt} & \text{pour le condensateur} \end{cases}$

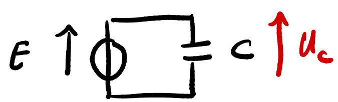
J'injecte cette seconde loi dans la première

$$u = -LC \frac{d^2u}{dt^2} \iff \boxed{\frac{d^2u}{dt^2} + \omega_0^2 u = 0}$$

avec $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

Cette équation différentielle est d'ordre 2, il faut donc deux conditions pour la résoudre.

Q 2 - Schéma à $t = 0^-$



$u_c(0^-) = E$

or $u_c(0^+) \underset{\uparrow}{=} u_c(0^-) = E$

La tensions aux bornes de C est continue.

or $u_c(0^+) = u(0^+)$ (voir schéma à $t>0$).

donc $\boxed{u(0^+) = E.}$

Q 3 - à $t = 0^-$, le circuit est ouvert donc $i(0^-) = 0$

$$i(0^+) \underset{\uparrow}{=} i(0^-) = 0$$

le courant qui traverse une bobine est continue

donc $\boxed{i(0^+) = 0}$

Q 4 - ■ L'équation différentielle est celle d'un oscillateur harmonique dont la solution est :

$$\boxed{u(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t).}$$

■ Loi pour le courant.

$i = -C\dfrac{du}{dt}$ d'après la loi de comportement du condensateur

$$i(t) = +CA\omega_0 \sin(\omega_0 t) - CB\omega_0\cos(\omega_0 t)$$

□ Déterminons A et B, les constantes d'intégration.

à $t = 0$, $\underset{\text{CI}}{u(0) = E} \underset{\text{solut°}}{=} A$

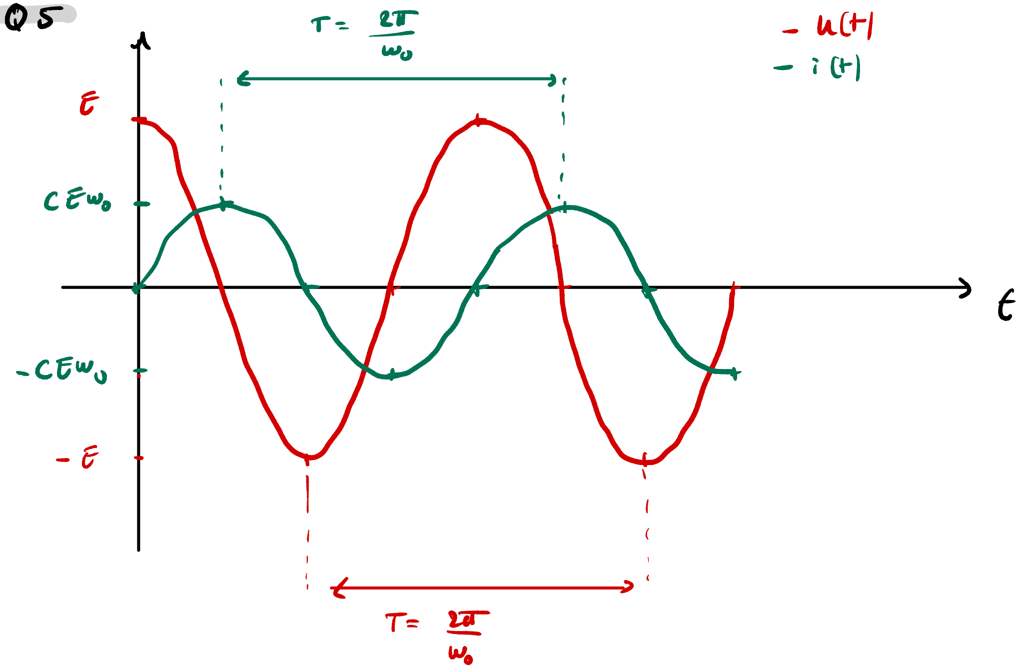
$\underset{\text{CI}}{i(0) = 0} = -\underset{\neq 0}{C}B\underset{\neq 0}{\omega_0}$ donc $B = 0$

Au final

$$u(t) = E\cos(\omega_0 t)$$

$$i(t) = CE\omega_0 \sin(\omega_0 t)$$

Q5

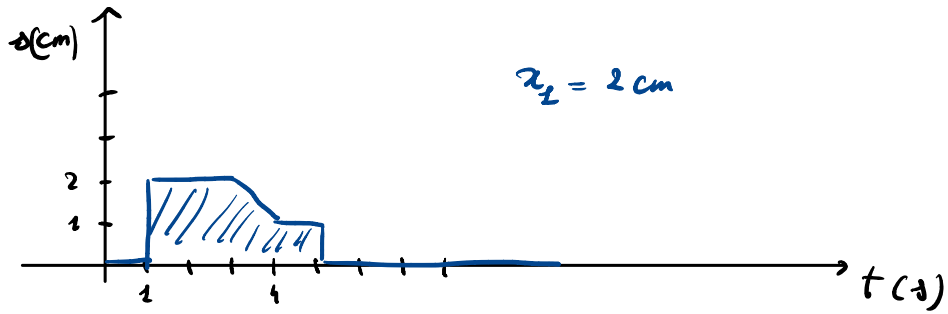


Exercice 2 Ondes

Q6. $c = \frac{\Delta x}{\Delta t} \iff \Delta t = \frac{\Delta x}{c}$

A.N. $\Delta t = \frac{2}{2} = 1$ s

toute l'onde est décalée d'une seconde dans le sens des t croissants.

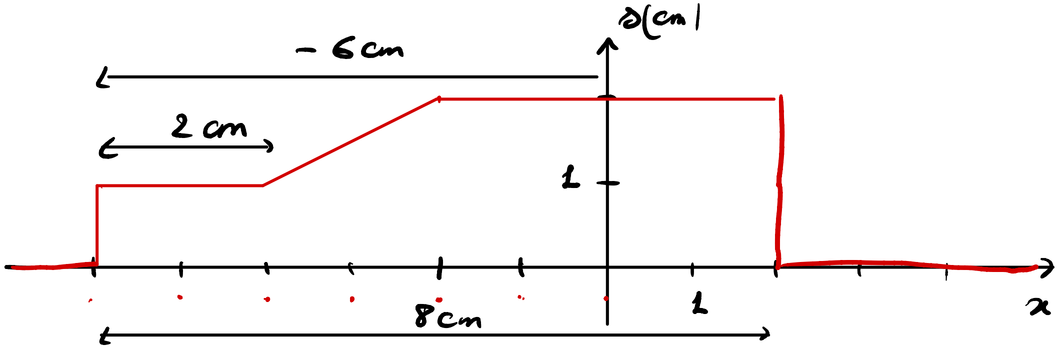


Q7 - $c = \frac{\Delta x}{\Delta t} \iff \Delta x = c\Delta t$

■ sur le schéma fourni, l'onde a une durée $\Delta t = 4$ s, ce qui correspond à une longueur $\Delta x = 2 \times 4 = 8$ cm.

■ le front avant de l'onde est passé se situe en $t = 4$ s en $x = 0$ cm, il est donc passé à $t = 1$ s, $\Delta t = -3$ s plus tôt, ce qui correspond à $\Delta x = c\Delta t = -6$ cm.

■ Si on avance de 1 s dans le temps
$\Delta x = c\Delta t = 2$ cm
on avance de 2 cm dans l'espace.



Q8 - $\boxed{s(t) = s_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)}$

Rq : aux questions 6 et 7, il ne s'agissait pas d'ondes sinusoïdales

Q9 - ▪ période T :

sur toute la longueur il y a 4 périodes, donc $T = 4\,s$

▪ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ A.N. $\omega = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

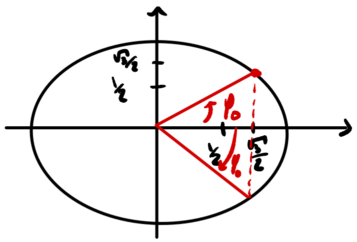
▪ amplitude s_0 $s_0 = 3\,cm$ par lecture graphique

(la moyenne est nulle).

▪ phase à l'origine. φ_0

on lit la valeur à $t = 0\,s$ $s_0 \cos(\varphi_0) = 2{,}60\ cm$

donc $\cos(\varphi_0) = \frac{2{,}60}{3} \simeq 0{,}86 = \frac{\sqrt{3}}{2}$



donc $\varphi_0 = \begin{cases} \pi/3\ [2\pi] \\ \text{ou}\ -\pi/3\ [2\pi] \end{cases}$

La courbe étant croissante pour $t = 0^+$, il s'agit

$\boxed{\varphi_0 = -\frac{\pi}{3}\ [2\pi]}$

Q10 - ▪ $c = \frac{d}{\Delta t}$ A.N. $c = \frac{20}{10} = 2\ cm.s^{-1}$

▪ $c = \frac{\lambda}{T} \Leftrightarrow \lambda = cT$ A.N. $\lambda = 2 \times 4 = 8\ cm$

▪ $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ A.N. $k = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$

Exercice 3 Ammoniac

car présence de gaz.

Q11 -

n	$N_{2\,(g)}$ +	$3\ H_{2\,(g)}$ =	$2\ NH_{3\,(g)}$
E.I : $\xi = 0$	n_0	$3\,n_0$	0
E.Q : ξ	$n_0 - 1\xi$	$3n_0 - 3\xi$	$0 + 2\xi$

Q12 -

$$\begin{cases} n_0 - \xi_{max} = 0 \\ \text{ou} \\ 3n_0 - 3\xi_{max} = 0 \end{cases} \iff \boxed{\xi_{max} = n_0}$$

Q13 - définition pression partielle. $P_i = \frac{n_i}{n_{tot\,gaz}} P_{tot}$.

Calcul $n_{tot\,gaz} = n_0 - \xi + 3n_0 - 3\xi + 2\xi = 4n_0 - 2\xi$

$$\boxed{P_{N_2} = \frac{n_0 - \xi}{4n_0 - 2\xi} P_{tot}}$$

$$\boxed{P_{H_2} = \frac{3n_0 - 3\xi}{4n_0 - 2\xi} P_{tot}}$$

$$\boxed{P_{NH_3} = \frac{2\xi}{4n_0 - 2\xi} P_{tot} = \frac{\xi}{2n_0 - \xi} P_{tot}}$$

Q14 -

$$Q_r = \frac{(P_{NH_3}/p^\circ)^2}{(P_{N_2}/p^\circ) \times (P_{H_2}/p^\circ)^3}$$

Remplaçons par les pressions partielles de la Q précédente.

$$Q_r = \frac{\left(\frac{2\xi}{4n_0 - 2\xi}\frac{P_{tot}}{p^\circ}\right)^2}{\left(\frac{n_0-\xi}{4n_0-2\xi}\frac{P_{tot}}{p^\circ}\right)\left(\frac{3n_0-3\xi}{4n_0-2\xi}\frac{P_{tot}}{p^\circ}\right)^3}$$

on simplifie

$$= \frac{(2\xi)^2(4n_0-2\xi)^2}{(n_0-\xi)(3n_0-3\xi)^3}\frac{p^{\circ 2}}{P_{tot}^2} = \frac{4\xi^2(4n_0-2\xi)^2 p^{\circ 2}}{3(n_0-\xi)^4 P_{tot}^2}$$

facteur

$$\boxed{Q_r = \frac{4}{3}\frac{\xi^2(4n_0-2\xi)^2}{(n_0-\xi)^4}\frac{p^{\circ 2}}{P_{tot}^2}}$$

On vérifie que c'est homogène !

Q15 - à l'équilibre $K^\circ(T) = Q_r(\xi_{eq})$.

or $\alpha = \frac{\xi_{eq}}{\xi_{max}} \iff \xi_{eq} = \alpha\,\xi_{max} = \alpha\,n_0$ (↑ Q12)

nous remplaçons dans Q_r :

$$Q_r = \frac{4}{3}\alpha^2 n_0^2 \frac{(4n_0 - 2\alpha n_0)^2}{(n_0 - \alpha n_0)^4}\frac{p^{\circ 2}}{P_{tot}^2}$$

$$= \frac{4}{3}\frac{\alpha^2 \cancel{n_0^2}\, 4\cancel{n_0^2}}{\cancel{n_0^4}}\frac{(2-\alpha)}{(1-\alpha)}\frac{p^{\circ 2}}{P_{tot}^2}$$

$$\boxed{K^\circ(T) = \frac{16}{3}\frac{\alpha^2(2-\alpha)}{(1-\alpha)}\frac{p^{\circ 2}}{P_{tot}^2}}$$

Q16 - $\begin{cases} T = 450°C = 723\ K \\ P = 300\ bar \end{cases}$

à cette température et pression le rendement vaut $\alpha = \rho_{thermo} = 0{,}60$

Q17 -

- Le rendement diminue avec la température (courbe de gauche) donc il ~~est~~ préférable de travailler à basse température

- Le Rendement augmente avec la pression (courbe de droite) donc il est préférable de travailler à haute pression.

- Les facteurs limitants sont :

  ms à basse température il n'y a plus d'activité thermique, la R° se fait lentement.

  ms à haute pression, il est difficile de contenir un gaz (risque d'explosion).

Exercice 4 Bataille navale

18. $\vec{v} = v\,\vec{e_v} = v \begin{vmatrix} \sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{vmatrix}$

or $\vec{v} = \dfrac{d\,\vec{OT}}{dt} \Rightarrow$

j'intègre

$\vec{OT}(t) = v\,t \begin{vmatrix} \sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} C_1 \\ C_2 \end{vmatrix}$

avec $(C_1, C_2) \in \mathbb{R}^2$

à $t = 0$, $\vec{OT}(0) = \vec{OS} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$

d'où $C_1 = C_2 = 0$

$$\boxed{\vec{OT}(t) = v\,t \begin{vmatrix} \sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{vmatrix}}$$

19. idem $\vec{OC} = u\,t\,\vec{e_x} + \begin{vmatrix} C_3 \\ C_4 \end{vmatrix}$ avec $(C_3, C_4) \in \mathbb{R}^2$

$\vec{OC}(t=0) = \begin{vmatrix} x_0 \\ y_0 \end{vmatrix} \Rightarrow$ $\boxed{\vec{OC}(t) = \begin{vmatrix} u\,t \\ y_0 \end{vmatrix}}$

20 $\vec{OC}(t_i) = \vec{OT}(t_i)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v \cancel{t_i} \sin(\theta) = u \cancel{t_i} \\ v t_i \cos(\theta) = y_0 \end{cases}$$

$$\boxed{t_i = \frac{y_0}{v\cos(\theta)}}$$

21 $\sin(\theta) = \frac{u}{v} < 1$

$\Rightarrow \boxed{u < v}$ sinon la torpille ne pas toucher le croiseur.

Q22 $\vec{OC} = ut \begin{vmatrix} \sin(\alpha) \\ -\cos(\alpha) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ y_0 \end{vmatrix}$

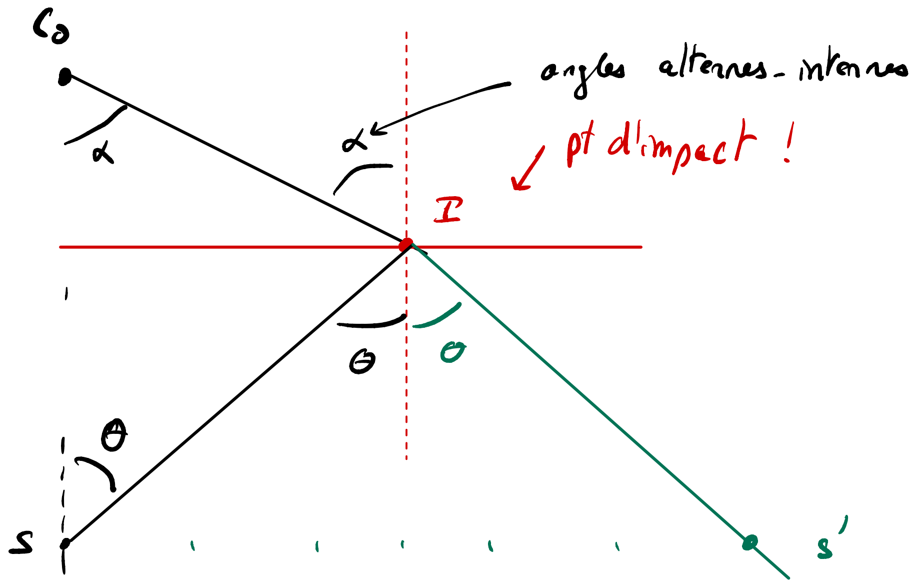
$\vec{OT} = vt \begin{vmatrix} \sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{vmatrix}$

$/\vec{e}_x$ $\quad u\cancel{t_i} \sin(\alpha) = v \cancel{t_i} \sin(\theta)$

$$\boxed{u \sin(\alpha) = v \sin \theta}$$

Q23 Relation de Snell-Descartes. $n \leftrightarrow \frac{1}{v}$

⚠ ici les angles ne sont pas orientés !



Q24 $\frac{u \sin(\alpha)}{v} = \sin(\theta)$

θ n'existe pas si $\frac{u \sin(\alpha)}{v} > 1$

d'où $\boxed{u \sin(\alpha) > v}$

⚠ cette condition est nécessaire mais pas suffisante ! Il faut aussi regarder la projection verticale !

Q25

$$[F] = [m\,a] = kg\ m.s^{-2}$$

$$[\vec{f_f}] = [\alpha][\vec{v}]$$

$$\Leftrightarrow\ [\alpha] = \frac{[\vec{f_f}]}{[\vec{v}]} = \frac{[F]}{m.s^{-1}} = \frac{kg\,\cancel{m}\,s^{-\cancel{2}}}{\cancel{m}\,s^{\cancel{-1}}} = kg\,s^{-1}$$

$$\boxed{\alpha = kg\ s^{-1}}$$

Q26 Le principe fondamental de la dynamique s'applique à un point matériel dans le référentiel galiléen :

$$\boxed{m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext \to \Sigma}}$$

où Σ est le pt matériel étudié.

masse

vecteur accélération

forces extérieures à Σ

Q27

<u>syst</u> : torpille, supposée ponctuelle de masse m.

<u>réf</u> : terrestre, supposé galiléen.

<u>coord</u> : cart

<u>BME</u> : $\begin{cases} \text{frottement. } \vec{f_v} = -\alpha\vec{v} \\ \text{poids négligé.} \end{cases}$

PFD.

$$m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\alpha\vec{v}$$

Je projette selon $\vec{e_v}$

$$\boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{\alpha}{m}v = 0}$$

Q28 Je reconnais une équat° différentielle d'ordre 1, dont la solut° est :

$$v(t) = \lambda\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad \lambda \in \mathbb{R} \text{ et } \boxed{\tau = \frac{m}{\alpha}}$$

or $v(t=0) = v_0 = \lambda$

d'où $\boxed{v(t) = v_0\exp(-t/\tau)}$ avec $\tau = \frac{m}{\alpha}$

$\downarrow$ j'intègre

Q29

$$\vec{OT}.\vec{e_v} = -\tau v_0\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \mu \quad \text{avec } \mu \in \mathbb{R}$$

$\vec{OT}.\vec{e_v}\ (t=0) = 0$ d'où $\mu = \tau v_0$

donc $$\boxed{\vec{OT}.\vec{e_v} = \tau v_0\left(1 - \exp -\frac{t}{\tau}\right)}$$