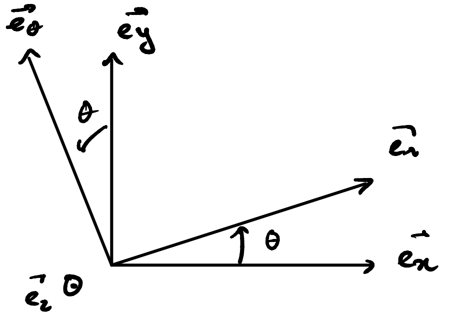
Exercice 8 Toboggan.

1



$$\vec{e_r} = \left|\begin{array}{l} \cos(\theta) \\ -\sin(\theta) \\ 0 \end{array}\right._{cyl}$$

$$\vec{e_y} = \left|\begin{array}{l} \sin(\theta) \\ \cos(\theta) \\ 0 \end{array}\right.$$

$$\vec{OM} = R\cos(\omega t)\,\vec{e_x} + R\sin(\omega t)\,\vec{e_y} - bt\,\vec{e_z}$$

$$= R\cos(\omega t)\left|\begin{array}{l} \cos(\theta) \\ -\sin(\theta) \\ 0 \end{array}\right._{cyl} + R\sin(\omega t)\left|\begin{array}{l} \sin(\theta) \\ \cos(\theta) \\ 0 \end{array}\right._{cyl} - bt\,\vec{e_z}$$

$$\vec{OM} = \left|\begin{array}{l} R\left[\cos(\omega t)\cos(\theta) + \sin(\omega t)\sin(\theta)\right] \\ R\left[\sin(\omega t)\cos(\theta) - \cos(\omega t)\sin(\theta)\right] \\ -bt \end{array}\right._{cyl}$$

$$\boxed{\vec{OM} = \left|\begin{array}{l} R\cos(\omega t - \theta) \\ R\sin(\omega t - \theta) \\ -bt \end{array}\right._{cyl}}$$

$\dot{\theta} = \omega$ est une constante

j'intègre

donc $\theta = \omega t + C$ avec C une constante d'intégration.

Or $\theta(t=0) = 0$, on choisi les axes pour qu'à l'instant initial $\vec{e_r}$ coïncide avec $\vec{e_x}$.

d'où $\theta = \omega t$.

Au final

$$\boxed{\vec{OM} = \left|\begin{array}{l} R \\ 0 \\ -bt \end{array}\right._{cyl}}$$

2

$$\vec{v} = \left|\begin{array}{l} \dot{r} \\ r\dot{\theta} \\ \dot{z} \end{array}\right. = \left|\begin{array}{l} 0 \\ R\omega \\ -b \end{array}\right. \quad \text{car } r = R = c^{ste}$$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{R^2\omega^2 + b^2}$ est constant

donc le mvt est uniforme.

Le mvt est hélicoïdal uniforme.

$\boxed{3}$ Fait à la question 2.

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{R^2\omega^2 + b^2}$$

$\boxed{4}$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(R\omega\,\vec{e_\theta} - b\,\vec{e_z}\right)$$

$$= -R\omega^2\,\vec{e_r}$$

$$\boxed{\|\vec{a}\| = R\omega^2}$$