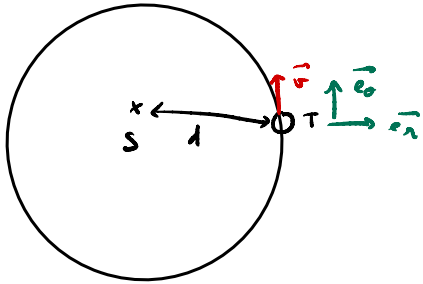


Exercice 10 - Satellite SOHO

1



Syst Terre, assimilée à un point T de masse m_T .

réf : héliocentrique, suppose galiléen.

coord : polaire.

BANF : $\vec{F}_{S \rightarrow T} = -G \frac{m_S m_T}{d^2} \vec{e}_r$

PFD : $m_T \vec{a} = -G \frac{m_S m_T}{d^2} \vec{e}_r$

or : $\vec{v} = d\omega \vec{e}_\theta$

et donc $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -d\omega^2 \vec{e}_r$

Projetons le PFD sur $\vec{e}_r$:

$\cancel{m_T} + d\omega^2 = +G \frac{m_S}{d^2}$

$$\omega = \sqrt{\frac{G m_S}{d^3}}$$

Rq. Plus rapide, mais il faut connaître la constante de Kepler.

La 3^{ème} loi de Kepler

$$\frac{T^2}{d^3} = \frac{4\pi^2}{G m_S}$$

or $T = \frac{2\pi}{\omega}$

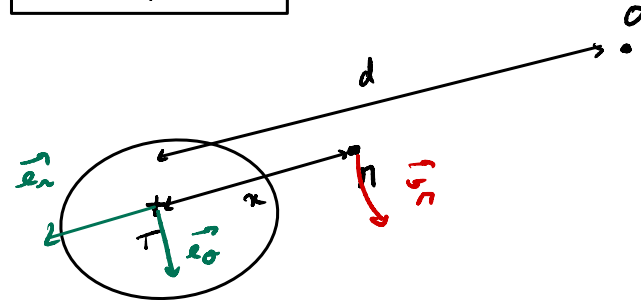
$$d'où \frac{4\pi^2}{\omega^2 d^3} = \frac{4\pi^2}{G m_S}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{G m_S}{d^3}}$$

2 Comme le satellite est sur l'axe Terre - Soleil la vitesse angulaire du satellite et de la Terre est la même.

$$\omega_H = \omega_T = \omega$$

3

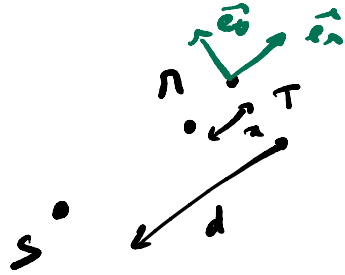


$$\vec{v}_n = (d-r) \omega \vec{e}_\theta$$

$$\vec{a}_n = \frac{d\vec{v}_n}{dt} = -(d-r) \omega^2 \vec{e}_r$$

$$\vec{a}_H = -(d-r) \frac{G m_S}{d^2} \vec{e}_r$$

4



Syst: satellite, assimilée à un pt M de masse m

réf: héliocentrique, suppose galiléen.

coord: polaire

BAME: $\vec{F}_{S \rightarrow M} = -G \frac{M_S m}{(d-r)^2} \vec{e}_r$

$\vec{F}_{T \rightarrow M} = +G \frac{M_T m}{r^2} \vec{e}_r$

PFD: $\cancel{m} \cancel{a_r} = \cancel{G} \cancel{m} \left(\frac{\cancel{M_T}}{r^2} - \frac{M_S}{(d-r)^2} \right) \vec{e}_r$

$\cancel{e_r} - (d-r) \cancel{G} \cancel{M_S} = \cancel{G} \left(\frac{\cancel{M_T}}{r^2} - \frac{M_S}{(d-r)^2} \right)$ $M_S = k M_T$

$-(d-r) \cancel{k} \cancel{M_T} = \cancel{M_T} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{k}{(d-r)^2} \right)$

$-\frac{d-r}{d^3} k = \frac{(d-r)^2 - k r^2}{r^2 (d-r)^2}$

$$r^2 (d-r)^3 k = k d^3 r^2 - d^2 (d-r)^2$$

5 $k \frac{d-r}{d^3} = \frac{k}{(d-r)^2} - \frac{1}{r^2}$

$k = \frac{d^3}{r^2} \frac{k r^2 - (d-r)^2}{(d-r)^3}$

$k \geq 0$ $\frac{k r^2 - (d-r)^2}{(d-r)^3} \geq 0$

$k r^2 - (d-r)^2 \geq 0$

$\sqrt{k} r \geq d-r$

$r \geq \frac{d}{1 + \sqrt{k}}$

6 ... incohérence du sujet?

sans plus d'indicateur il est possible de dériver plusieurs relations dont certaines incohérentes ($r < 0$ par exemple)

Pour retrouver ce résultat, il faut repartir de

$\frac{d-r}{d^3} k = \frac{k}{(d-r)^2} - \frac{1}{r^2} \sim \frac{k}{d^2} \left(1 - \frac{r}{d}\right)^{-2} - \frac{1}{r^2}$

d'où

$$\frac{d-x}{d^3} k \approx \frac{k}{d^2} \left(1 + 2\frac{x}{d} \right) - \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{x - x/d}{d^2} k \approx \frac{k}{d^2} \left(1 + 2\frac{x}{d} \right) - \frac{d^2}{x^2}$$

$$+ 3\frac{xk}{d} \approx + \frac{d^2}{x^2} \Leftrightarrow \boxed{\alpha = \frac{d}{\sqrt{3k}}}$$

L'A.W donne un résultat cohérent $\sim 10^6$ km

mais je suis perplexe sur la rigueur (et donc la justesse mathématique de la démonstration).

$$\alpha = 1,5 \times 10^6 \text{ km} \ll d = 150 \times 10^6 \text{ km}$$

$$\alpha > \frac{d}{1 + \sqrt{k}} = 2,6 \times 10^8 \dots \text{La cdt}^\circ \text{ n'est pas}$$

vérifiée $\Rightarrow$

pb de signe !

$\hookrightarrow$ la DL est
faute !

