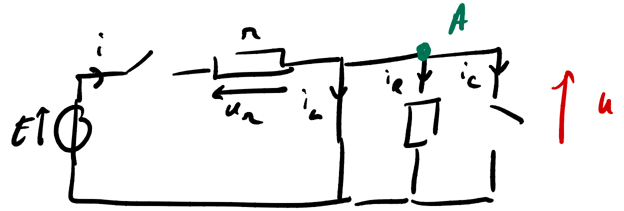
DS 5 - Proposition de corrigé

Exercice 1 - Circuit bouchon

Q1 - Schéma équivalent à $t=0^-$



1

$u(0^-)=0$ car tension aux bornes d'un fil. 1

$i_C(0^-)=0$ car branche ouverte 1

$i(0^-)=0$ car branche ouverte

$u = R\,i_R$ loi d'ohm, or $u(0^-)=0$ donc $i_R(0^-)=0$ 1

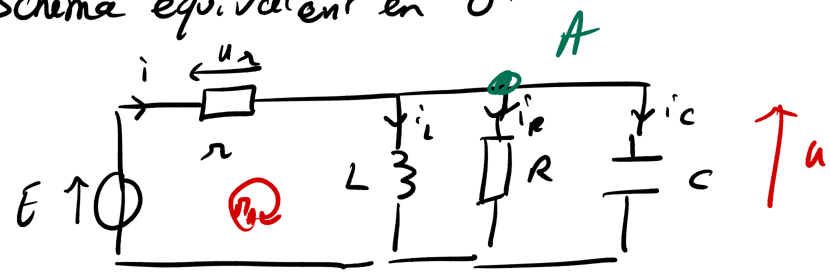
loi des noeuds en A $\quad i = i_L + i_R + i_C$

en $t=0^-$ $\quad i(0^-)=0$, $i_C(0^-)=0$ et $i_R(0^-)=0$

donc il reste $i_L(0^-)=0$ 1

Q2 -

Schéma équivalent en 0^+



- $u(0^+) = u(0^-)$ car la tension aux bornes de C est continue 1

  or $u(0^-)=0$ donc $u(0^+)=0$ 1

- $u = R\,i_R$, or $u(0^+)=0$ donc $i_R(0^+)=0$ 1
- $i_L(0^+) = i_L(0^-)$ car l'intensité du courant qui traverse une bobine est continue 1

  or $i_L(0^-)=0$ donc $i_L(0^+)=0$ 1

- Loi des noeuds en A : $i = i_C$ en $t=0^+$
- Loi des mailles en Γ_A :

  $E = u_r + u$ 1

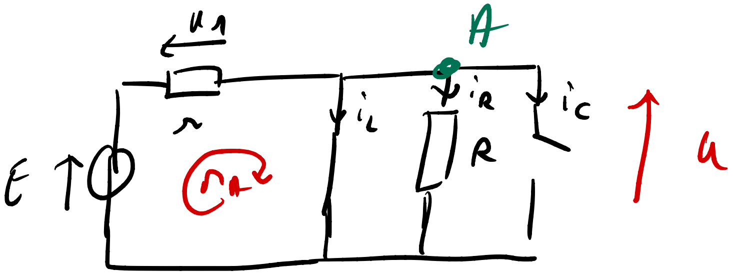
or $u(0^+)=0$ donc en $t=0^+$ $u_r = E$

de plus $u_r = r\,i$ donc $i = \dfrac{E}{r}$

P1/10

et comme $i_c(0^+) = i(0^+)$, $i_c(0^+) = \frac{E}{r}$ (2)

Q3- Schéma équivalent quand $t \to +\infty$



(1)

- $u(\infty) = 0$ car tension aux bornes d'un fil (1)
- $i_c(\infty) = 0$ car branche ouverte (1)
- $u = R i_R$ or $u(\infty) = 0$ donc $i_R(\infty) = 0$ (1)
- Loi des mailles en Π_A

$$E = u_r + u \quad \text{or} \quad u(\infty) = 0$$

donc $u_r(\infty) = E$ or $u_r = r i$

donc $i(\infty) = \frac{E}{r}$

- Loi des noeuds en A

$$i = i_L + i_R + i_C \quad \text{or} \quad i_R(\infty) = 0 \text{ et } i_C(\infty) = 0$$

donc $i(\infty) = i_L(\infty)$ donc $i_L(\infty) = \frac{E}{r}$ (2)

Q4 -

Nous donnons toutes les lois sur le circuit

(1) $E = u_r + u$ LM en Π_A (1)

(2) $i = i_L + i_R + i_C$ LN en A (1)

(3) $i_c = c\frac{du}{dt}$ (1) (4) $u = L\frac{di_L}{dt}$ (1)

(5) $u_r = r i$ (1) (6) $u = R i_R$ (1)

Nous injectons (5) → (1)

$$E = ri + u$$

(2)

$$E = r(i_L + i_R + i_C) + u$$

(3) et (6)

$$E = r\left(i_L + \frac{u}{R} + c\frac{du}{dt}\right) + u$$

$\frac{d}{dt}$ ↔ je dérive

$$0 = r\left(\frac{di_L}{dt} + \frac{1}{R}\frac{du}{dt} + c\frac{d^2u}{dt^2}\right) + \frac{du}{dt}$$

4

$$0 = r\frac{u}{L} + \left(\frac{r}{R} + 1\right)\frac{du}{dt} + rc\frac{d^2u}{dt^2}$$

(1) démarche

Nous réécrivons sous forme canonique :

$$\boxed{\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{C}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)\frac{du}{dt} + \frac{1}{LC}u = 0}$$ (2) resultat

par identification

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$ (1)

et $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{C}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right) = \frac{1}{C}\frac{R+r}{Rr}$

d'où $Q = \frac{\omega_0 C R r}{R+r} = \frac{1}{\sqrt{LC}} C \frac{Rr}{R+r}$

$$\boxed{Q = \frac{Rr}{R+r}\sqrt{\frac{C}{L}}}$$ (1)

Q5 - Le régime est apériodique ssi

$Q < \frac{1}{2}$ (1) $\iff$ $\boxed{\frac{Rr}{R+r}\sqrt{\frac{C}{L}} < \frac{1}{2}}$ (1)

(Demonstration possible à partir de $\Delta > 0$).

Q6 - Régime apériodique

les solut° de l'équation différentielle sont de la forme :

$$u(t) = A\exp(r_1 t) + B\exp(r_2 t)$$ (1)

avec $(A, B) \in \mathbb{R}^2$ et r_1, r_2 les solutions de

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$$

$$\iff \boxed{r_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 - 4\omega_0^2}}$$ (1)

Déterminons A et B grâce aux CI.

→ $u(0) = 0$

→ $i_c(0) = C\left.\frac{du}{dt}\right|_{t=0} = \frac{E}{r}$ (voir Q2).

(1) démarche

• $u(0) = A + B = 0 \iff A = -B$

• $i_c = C\frac{du}{dt} = CAr_1\exp(r_1 t) + CBr_2\exp(r_2 t)$

↳ d'où $i_c(0) = CAr_1 + CBr_2 = \frac{E}{r}$

$A = -B \Rightarrow \cancel{C}B(r_2 - r_1) = \frac{E}{Cr}$

$B = \frac{E}{rC(r_2 - r_1)}$ et $A = \frac{E}{rC(r_1 - r_2)}$ (2)

Au final :

$$\boxed{u(t) = \frac{E}{rC(r_2 - r_1)} \left(\exp(r_2 t) - \exp(r_1 t) \right)}$$

Exercice 2 : Cinétique du π^+

Q7 - $A = \varepsilon_\lambda \, l \, C$

A : absorbance

ε_λ : coefficient d'absorption molaire

l : longueur de la cuve

C : concentration en espèces colorées.

(1)

$[A] = 1$

$[C] = mol.L^{-1}$

$[l] = m$ mais en général $l = 1$ cm.

$[\varepsilon_\lambda] = L\,m^{-1}.mol^{-1}$

(1)

Q8 - • Une courbe présentant une grandeur en fct° de la longueur d'onde s'appelle un spectre. Ici c'est le spectre d'absorbance.

(1)

• On travail à la longueur d'onde où l'absorbance est maximale pour avoir le plus d'information sur les espèces colorées. Plus l'absorbance est plus il est facile d'en

(1)

observer les variations.

Q9 - • La quantité de matière prélevée (solut° mère) est égale à celle dans la solution fille

$n_{prel} = C_m V_m = C_F V_F$ (1)

• Ici nous voulons $C_F = \frac{C_m}{10}$

donc $\cancel{C_m} V_m = \frac{\cancel{C_m}}{10} V_F$

donc $V_F = 10 V_m$

par exemple pour préparer 100mL solut° fille il faudra prélever 10mL de solution mère.

Protocole:	matériel :
→ prélever à la pipette jaugée 10mL de la solution mère → verser dans une fiole jaugée de 100mL → Compléter d'eau distillée jusqu'au trait de jauge. (remplissage en 3 fois si on veut être rigoureux). (1)	• pipette jaugée • fiole jaugée (1)

Q10 - D'après le graphique, (1)

l'absorbance est linéaire avec la concentrat°

donc la loi de Beer-Lambert est vérifiée.

la pente de la droite est $a = \varepsilon_\lambda \ell$

$a = \frac{0,35}{6,00\times10^{-6}} = 5,8\times10^{5}\ L.mol^{-1}$

donc $\varepsilon_\lambda = \frac{a}{\ell} = 5,8\times10^{5}\ L.mol^{-1}.cm^{-1}$ (1)

Q11 - $v = k[A]^{\alpha}$ (1)

Q12 - $v = -\frac{1}{a}\frac{d[A]}{dt} = k[A]^{\alpha}$ (1)

① cas $\alpha = 0$ $\quad \frac{d[A]}{dt} = -ka$

↓ ∫ intègre (2)

$\boxed{[A](t) = [A]_0 - kat}$

② cas $\alpha = 1$ $\quad \frac{d[A]}{dt} + ka[A] = 0$

↓ eq diff d'ordre (1) (2)

$\boxed{[A](t) = [A]_0 \exp(-kat)}$

③ cas $\alpha = 2$ $\quad \frac{d[A]}{dt} = -ka[A]^2 \Leftrightarrow -\frac{d[A]}{[A]^2} = ka\,dt$

séparat° des variable [A] et t

J'intègre

$$\frac{1}{[A]} = k_a t + c^{ste} \quad \text{or} \quad [A](t=0) = [A]_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{[A]_0} = c^{ste}$$

donc $\boxed{\frac{1}{[A](t)} = k_a t + \frac{1}{[A]_0}} \Leftrightarrow [A](t) = \frac{[A]_0}{1 + k_a t [A]_0}$ (2)

Q13 - $\boxed{v(t) = k \, [HO^-]^{\alpha} \, [\Pi^+]^{\beta}}$ (1)

Q14 - • vert de malachite : conservation de la qté de matière

$V_1 C_1 = V_{tot} c_1$; V_{tot} est le volume total du mélange

d'où $c_1 = \frac{V_1 C_1}{V_{tot}}$ (1) $V_{tot} = 100 \, mL$

A.N. $c_1 = \frac{20{,}0 \times 7{,}50 \times 10^{-5}}{100} = 1{,}5 \times 10^{-5} \, mol.L^{-1}$ (1)

• Ions hydroxydes $C_2 V_2 = c_2 V_{tot}$

d'où $c_2 = \frac{C_2 V_2}{V_{tot}}$ (1) (1)

A.N. $c_2 = \frac{1{,}00 \times 10^{-1} \times 5{,}0}{100} = 5 \times 10^{-3} \, mol.L^{-1}$

Q15 - $c_2 \gg c_1$, donc $[HO^-](t) \simeq c_2$ (1)

il y a dégénérescence d'ordre

$\boxed{v \simeq k_{app} \, [\Pi^+]^{\beta}}$ (1) avec $\boxed{k_{app} = k \, c_2^{\alpha}}$ (1)

Q16 - La courbe représente $\ln([\Pi^+]) = f(t)$.

(1) La régression linéaire montre que cette courbe est une droite ($R^2 = 0{,}9999$) donc d'après la $\boxed{Q12}$ $\beta = 1$. (1)

(1) D'après la $\boxed{Q12}$, si $\beta = 1$, $\ln[\Pi^+] = \ln[\Pi^+]_0 - k_{app} t$

donc le coefficient directeur de la droite correspond à l'opposé de k_{app}.

$k_{app} = 0{,}034 \, min^{-1}$ (1)

Q17 - $k_{app} = k \, c_2^{\alpha} \Leftrightarrow$

$$\log(k_{app}) = \log(k) + \alpha \log(c_2)$$

d'où $\log(c_2) = \frac{\log(k_{app}) - \log(k)}{\alpha}$ (1)

Ainsi la pente de courbe nous donne l'inverse de α, et l'ordonnée à l'origine $-\frac{\log(k)}{\alpha}$.

- $\alpha = \frac{1}{1{,}004} \simeq 1$ (1)

- $-\frac{\log k}{\alpha} = -\log(k) = \frac{1}{\log(k)} = 0{,}840$

d'où $k = 10^{-0{,}84} = 0{,}145\ L.mol^{-1}.min^{-1}$ (1)

unité de k : $[v] = mol.L^{-1}.min^{-1}$

$v = k[H^+][HO^-]$ car $\alpha = \beta = 1$

d'où $[k] = \frac{[v]}{C^2} = L.mol^{-1}.min^{-1}$ (1)

Q 18 - (1) $k(T) = A\exp\left(-\frac{E_A}{RT}\right)$ (1) Loi d'Arrhenius

$k'(T') = A\exp\left(-\frac{E_A}{RT'}\right)$ (2)

$\frac{(2)}{(1)}$: $\frac{k'}{k} = \exp -\frac{E_A}{R}\left(\frac{1}{T'}-\frac{1}{T}\right)$ $\downarrow$ ln

$-\frac{E_A}{R}\,\frac{T-T'}{T'T} = \ln\left(\frac{k'}{k}\right)$

d'où $\boxed{E_A = \frac{T'T}{R(T'-T)}\ln\left(\frac{k'}{k}\right)}$ (2)

$E_A = \frac{3850}{R}\ln\left(\frac{k'}{k}\right)$ (1)

P 7/10

Exercice 3 - Lunette de Galilée

Q19 - L'oeil n'accomode pas lorsqu'il observe un objet situé à l'infini (1)

Q20 - L_1 est convergente (1) car $v_1 > 0$

L_2 est divergente (1) car $v_2 < 0$

$$f'_1 = \frac{1}{v_1} = 20\ \text{cm} \quad (1)$$

$$f'_2 = \frac{1}{v_2} = -4\ \text{cm} \quad (1)$$

Q21 - Une lunette afocale fait l'image à l'∞ (1) d'un objet situé à l'∞. (1)

Q22 -

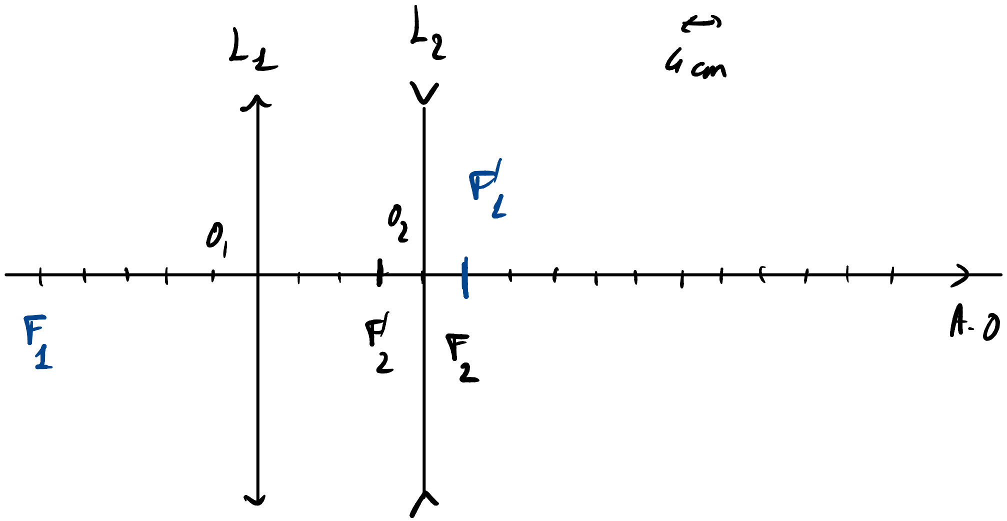
car A_∞ à l'∞

$$A_\infty \xrightarrow{L_1} A' = F'_1 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$$

$A' = F_2$ (1)

car A'_∞ à l'∞

donc $F'_1 = F_2$

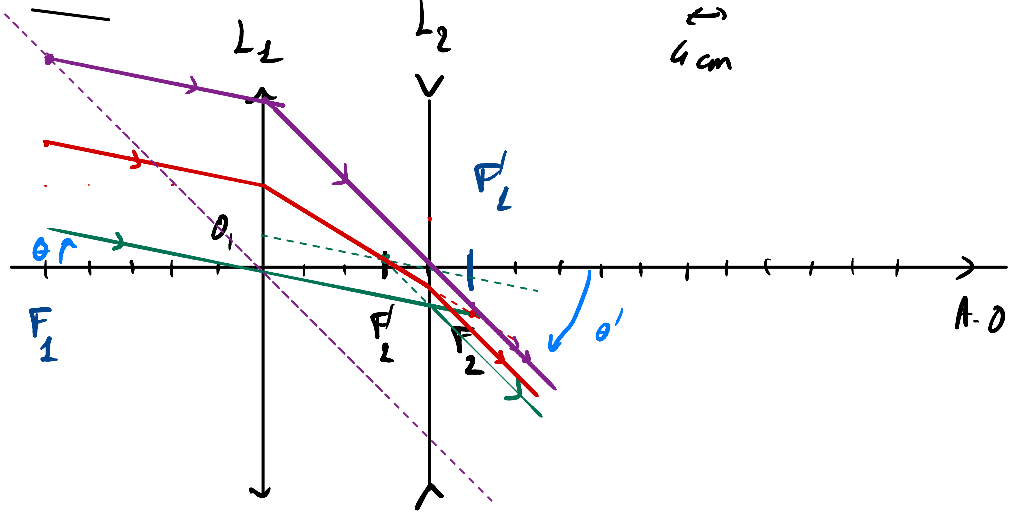


Ainsi $d_0 = \overline{O_1 O_2} = f'_1 + 2f'_2$ (2)

A.N. $d_0 = 20 - 8 = 12\ \text{cm}$ (1)

P 8/ 10

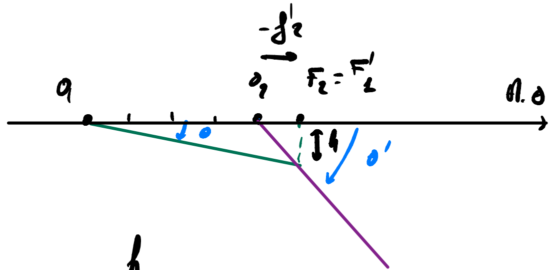
Q23 –



Q24 –

L'image est droite car θ' et θ sont de même orientation. 1

Q25 –



1

$$\tan(\theta) = \frac{h}{f'_1} \approx \theta$$ 1

$$\tan(\theta') = \frac{h}{-f'_2} \approx \theta'$$ 1

$$G_G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{\cancel{h}}{-f'_2} \times \frac{f'_1}{\cancel{h}}$$

$$\boxed{G_G = f'_1 / f'_2}$$ 1

A.N. $G_G = \frac{20}{4} = 5$ 1

Q26 –

☑ La lunette de galilée est plus compacte grâce à l'utilisat° d'une lentille divergente 0

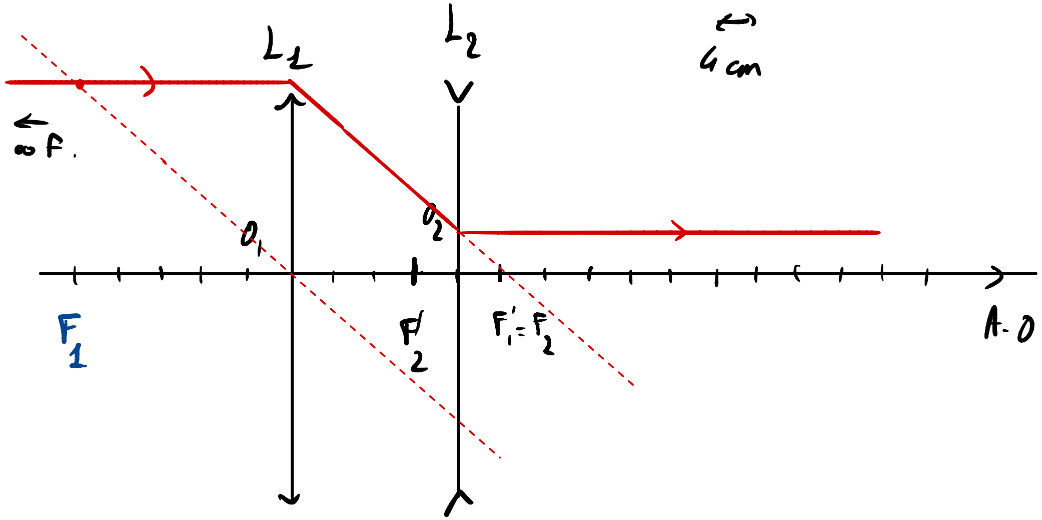
☑ L'image est droite et pas renversée

Q27 –

Foyer objet : point, situé sur l'axe optique, tel que tous les rayons issus de ce point émergent à l'infini parallèle à l'A.O.

Foyer image : point, situé sur l'A.O, tel que tous les rayons pénétrant dans le système en étant parallèle à l'A.O, émergent en passant par ce point.

P9/10



• Le Foyer objet est situé à l'∞. Cela était prévisible, puisque le système est afocal.

• Le foyer image se situe également à l'∞, puisque le système est afocal