TD M5 | Mécanique

Théorèmes énergétiques en mécanique

exercice à préparer à la maison avant le TD ;
exercice classique / important ; à maîtriser pour les concours ;
niveau de difficulté de l’exercice.

Exercice 1 : Exemples de calculs de travaux

Considérons un solide en translation le long d’un plan incliné. Il est soumis à son poids, la réaction normale du support, et une force de frottements solides. Calculer le travail de ces trois forces au cours de son mouvement d’un point A vers un point B.

Exercice 2 : Hauteur d’une balle

On lance une balle avec une vitesse initiale V_0 verticale vers le haut depuis l’altitude $z = 0$. Déterminer la hauteur maximale H atteinte par la balle en négligeant tout frottement.

Exercice 3 : Pendule sans et avec frottement

On considère un pendule simple formé d’un point matériel de masse m, attaché à l’extrémité d’un fil tendu. Dans un premier temps, nous négligeons les frottements.
1 Exprimer son énergie mécanique, justifier qu’elle soit constante et retrouver l’équation du mouvement.

Dans un second temps, nous supposons que l’air exerce des frottements fluides de la forme $\overrightarrow{f} = -\alpha m \overrightarrow{v}$.
2 Exprimer son énergie mécanique de la masse m justifier qu’elle ne soit plus constante constante. Déterminer l’équation différentielle. La résoudre dans l’hypothèse de très faible amortissement.

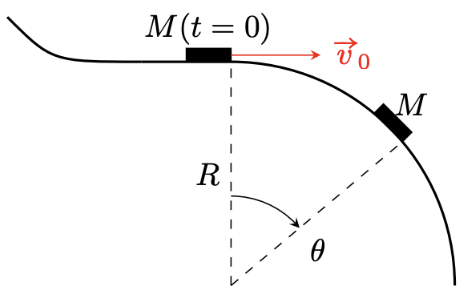
Exercice 4 : Skieur

d'après E. Thibierge

Un skieur pesant 70 kg descend une piste rectiligne longue de 50 m et inclinée d'un angle $\alpha = 25°$ par rapport à l'horizontale. Il est soumis à son poids $\overrightarrow{P}$ et à la réaction $\overrightarrow{R}$ de la piste, qui se décompose en une composante normale $\overrightarrow{N}$ perpendiculaire à la piste et une composante tangentielle $\overrightarrow{T}$ colinéaire et de sens opposé à la vitesse. Les normes de ces deux composantes sont liées entre elles par la loi de Coulomb, $T = \mu N$, avec $\mu = 0,1$.
1 Faire un schéma de la situation représentant les différentes forces.
2 Exprimer et calculer le travail des trois forces au cours de la descente.
3 En admettant que le skieur part du haut de la piste sans vitesse initiale, appliquer le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer sa vitesse en bas de la piste.

Exercice 5 : Décollage en luge

d'après E. Thibierge



Une luge, modélisée par un point matériel M de masse m, arrive sur une bosse à profil circulaire avec une vitesse horizontale $\overrightarrow{v_0}$. Tant que la luge suit ce profil, sa trajectoire est circulaire de rayon R et sa position est repérée par l'angle θ. On néglige tout frottement.
1 Déterminer la norme de la force de réaction $\overrightarrow{N}$ exercée par la piste sur la luge en fonction de sa position θ et de sa vitesse angulaire $\dot{\theta}$.
2 En déduire l'expression de N en fonction de θ et de la vitesse initiale v_0. Attention, $\dot{\theta}$ ne doit plus apparaître dans l'expression finale.
3 À quelle condition la luge quitte-t-elle la piste ? Exprimer l'angle de décollage θ_d. Glisser prudemment (v_0 petit) empêche-t-il la luge de décoller ?
4 Justifier que l'expression de θ_d obtenue précédemment ne peut plus être juste lorsque la vitesse initiale est trop élevée. Identifier une vitesse limite v_{lim}. Que se passe-t-il si $v > v_{\text{lim}}$?

Exercice 6 : Mouvement sur un cercle

d'après E. Thibierge

Une bille M de masse m peut se déplacer sans frottement sur la face intérieure d'un support circulaire vertical de rayon R. On la lance avec la vitesse horizontale $\overrightarrow{v_0}$ au point le plus bas du cercle.
1 En utilisant un théorème énergétique, établir l'équation du mouvement de M.
2 Montrer que la norme de la force de réaction du support circulaire vaut :

$$N = m\left(v_0^2/R + g\left(\cos(\theta) - 2\right)\right)$$

3 Montrer que la bille reste en contact avec le support lors de tout le mouvement lorsque la vitesse initiale v_0 est supérieure à une vitesse v_{min} à déterminer.
4 Supposons $v_0 < v_{\text{min}}$. Déterminer l'angle auquel la bille quitte le support et tombe.