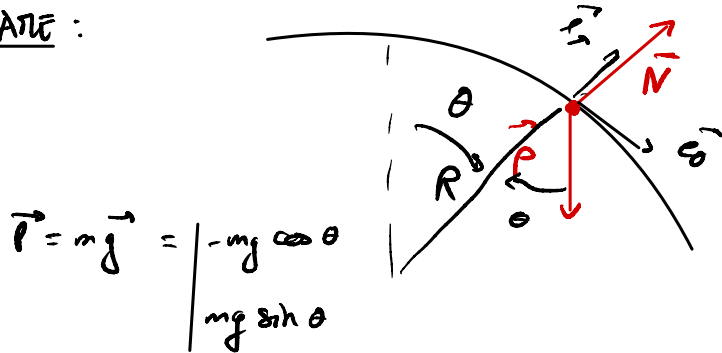


TD 115 - Exercice 5

1) sys : bge de masse m supposee ponctuelle.

ref : galileen

BASE :



$$\vec{P} = m\vec{g} = \begin{vmatrix} -mg \cos \theta \\ mg \sin \theta \end{vmatrix}$$

$$\vec{N} = N \vec{e}_r$$

projection. $\vec{r} = R \theta \vec{e}_\theta$ $\vec{a} = \begin{vmatrix} -R\ddot{\theta}^2 \\ R\ddot{\theta} \end{vmatrix}$

PFD :

$$\begin{cases} -m R \ddot{\theta}^2 = -mg \cos(\theta) + N & (1) \\ R \ddot{\theta} = mg \sin(\theta) \end{cases}$$

(1) donne $N = mg \cos(\theta) - m R \ddot{\theta}^2$

2) $\frac{d\bar{E}_m}{dt} = \sum_i P(\vec{F}_{i,nc})$

• Forces nc : $\vec{N} \perp$ au mot. $\Rightarrow P(\vec{N}) = 0$

• Forces c : poids $d\bar{E}_p = -\delta W(\vec{P}) = -m\vec{g} \cdot d\vec{e}$
 $= -m\vec{g} \cdot R d\theta \vec{e}_\theta$

$d\bar{E}_p = -mgR \sin(\theta) d\theta$

↓ primitive

$$\bar{E}_c = \frac{1}{2} m R^2 \dot{\theta}^2 \quad \Rightarrow \quad \bar{E}_p = mgR \cos(\theta)$$

$$\Delta \bar{E}_m = \frac{1}{2} m R^2 \dot{\theta}^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 + mgR \cos(\theta) - mgR \cos(0) = 0$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m R^2 \dot{\theta}^2 + mgR (\cos(\theta) - 1)$$

$$m R \dot{\theta}^2 = mg \cos(\theta) - N$$

$$\cancel{\frac{1}{2} m} \frac{v_0^2}{R} = \cancel{\frac{1}{2}} R \left(\cancel{mg} \cos \theta - \cancel{N} \right) + \cancel{mg} R (\cos(\theta) - 1)$$

$$N = -m \frac{v_0^2}{R} + mg (3 \cos(\theta) - 2)$$

3 Si $N = 0$

$$\Leftrightarrow 3 \cos(\theta) - 2 = \frac{v_0^2}{gR}$$

$$\theta_d = \arccos \left(\frac{v_0^2}{3gR} + \frac{2}{3} \right)$$

$$\theta_d = \arccos \left(\frac{2}{3} \right)_{v=0}$$

est définie même si v_0 est faible.

4 $\arccos$ est définie si

$$\frac{v_0^2}{3gR} + \frac{2}{3} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow v_0 \leq \left\{ \left(1 - \frac{2}{3} \right) 3gR \right\}^{1/2}$$

$$v_0 < \sqrt{gR} = v_{\text{crit}}$$

si $s_0 > v_{lim}$ la berge décalée.