

TD 15 - Exercice 6.

□ - système: π , masse m
réf: labo galiléen.

BATTE:
 • poids $\vec{P} = m\vec{g}$
 • réaction $\vec{N} = -N\vec{e}_r$

$$dE_{pp} = -\delta W(\vec{P}) = -\vec{P} \cdot d\vec{el} \quad d\vec{el} = R d\theta \vec{e}_\theta$$

$$\vec{P} = \begin{vmatrix} mg \cos \theta \\ -mg \sin \theta \end{vmatrix}_{\text{pol}}$$

$$dE_{pp} = mg \sin(\theta) R d\theta$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m R^2 \dot{\theta}^2$$

$$d'où \quad \frac{dE_m}{dt} = 0 \quad \swarrow \quad \vec{N} \text{ ne travaille pas}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m R^2 \dot{\theta}^2 \right) + mg \sin(\theta) R \dot{\theta} = 0$$

$$\cancel{m R^2} \ddot{\theta} \dot{\theta} + mg \sin(\theta) \cancel{R} \dot{\theta} = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell} \sin(\theta) = 0$$

□ PFD $m \begin{vmatrix} -R \dot{\theta}^2 \\ R \ddot{\theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -N + mg \cos(\theta) \\ mg \sin(\theta) \end{vmatrix}$

$$d'où \quad N = m R \dot{\theta}^2 + mg \cos(\theta)$$

or $\Delta E_m = 0 \quad d'où \quad E_m(\theta) - E_m(\theta=0) = 0$

$$\frac{1}{2} m R \dot{\theta}^2 + E_p(\theta) = \frac{1}{2} m v_0^2 + E_p(0)$$

et $E_p(\theta) = -mgR \cos(\theta) + C^{ste}$
 $= 0$ pour $\theta = 0$

$$d'où \quad \frac{1}{2} m R \dot{\theta}^2 - mgR \cos(\theta) = \frac{1}{2} m v_0^2 - mgR$$

$$\Leftrightarrow m R \dot{\theta}^2 = m \frac{v_0^2}{R} + 2mg \cos \theta - 2mg$$

$$d'où \quad N = m \frac{v_0^2}{R} + 3mg \cos(\theta) - 2mg$$

$$N = m \left(\frac{v_0^2}{R} + g(3 \cos \theta - 2) \right)$$

3 La contact perdure si $N \geq 0$

$$d'où \quad v_0 \geq \underbrace{\left[gR(2 - 3 \cos \theta) \right]^{1/2}}_{\text{max ?}}$$

atteint pour $\theta = \pi$ (logique en haut du cercle!).

$$v_0 \geq \sqrt{5gR} = v_{\min}$$

si $v_0 < v_{\min}$, la bille ne fait pas le tour de l'anneau.

4 si $v_0 < v_{\min}$, $\exists \theta_d$ tq $N = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{v_0^2}{gR} = 2 - 3 \cos(\theta_d)$$

$$\cos(\theta_d) = \frac{2}{3} - \frac{v_0^2}{3gR}$$

d/a

$$\theta_d = \arccos \left(\frac{2}{3} - \frac{v_0^2}{2gR} \right)$$