Devoir surveillé 6 de Physique-Chimie
TSI1

Thème(s) : optique, électronique, chimie et mécanique
Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un **stylo noir ou bleu foncé non effaçable** pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats ;
- Ne pas utiliser de **correcteur** ;
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition ;
- Remplir sur chaque copie en MAJUSCULES toutes vos informations d'identification : nom, prénom ;
- Les applications numériques seront faites avec un nombre adapté de chiffres significatifs.

Les calculatrice sont **autorisées**.

Le sujet est composé de **3 parties** qui peuvent être traitées indépendamment. Si besoin, le candidat pourra admettre le résultat d'une question et l'utiliser dans les questions suivantes.

Exercice 1 : application de cours de thermodynamique

Soit un gaz, supposé parfait, de pression initiale $P_i = 2\,\text{bar}$, à la température $T_i = 400\,\text{K}$, enfermé dans un cylindre de rayon $R = 10\,\text{cm}$ de hauteur $h = 10\,\text{cm}$.

On laisse le système longtemps dans une pièce à la température $T_0 = 300\,\text{K}$ et à la pression $P_0 = 1\,\text{bar}$.

Q1. Quelle est la température finale T_1 ? Quel est le volume final V_1 ? Quelle est la pression finale P_1.

La partie supérieure du cylindre est en fait un piston mobile de masse négligeable que nous avions bloqué. Nous le libérons et attendons un long moment.

Q2. Quelle est la température finale du système T_2, la pression finale du système P_2 et le volume finale du système V_2 ?

Nous ajoutons sur le piston une masse $m = 50\,\text{kg}$. Nous attendons que l'équilibre se fasse.

Q3. Déterminer la température finale T_3, la pression finale P_3 ainsi que le volume final V_3.

Exercice 2 : cinétique du vert de malachite (déjà vu en DS)

Le vert de malachite $M^+ + Cl^-$ a été utilisé pour traiter les infections fongiques et bactériennes dans le poisson et les œufs de poisson.

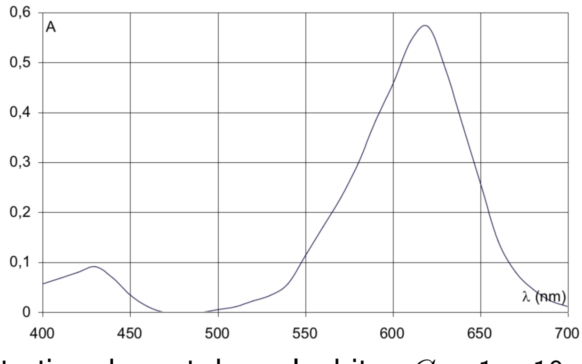
En milieu basique, les ions hydroxyde HO^- peuvent se fixer sur le carbocation M^+, entrainant la décoloration de la solution suivant une réaction supposée totale :

$$M^+ + HO^- \longrightarrow MOH$$

Détermination du cœfficient d'absorption molaire du vert de malachite

Q4. Énoncer la loi de Beer-Lambert en nommant les paramètres qui y apparaissent et en spécifiant pour chacun d'eux une unité.

Q5. Nommer la courbe représentative de l'absorbance A en fonction de la longueur d'onde λ. Rappeler pourquoi on choisit en général la longueur d'onde pour laquelle l'absorbance est maximale lorsque l'on cherche à vérifier la loi de Beer-Lambert.

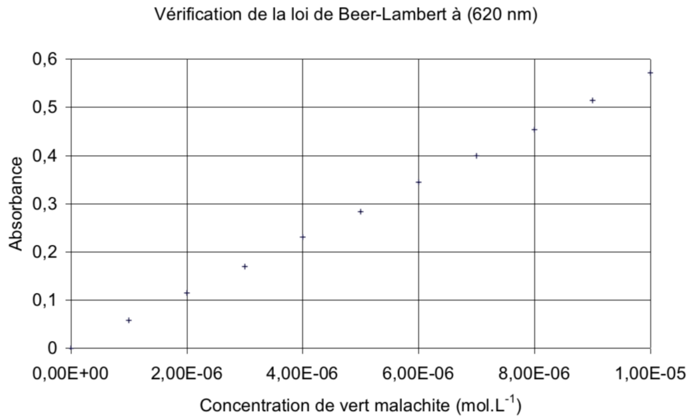


Concentration de vert de malachite : $C = 1 \times 10^{-5}\,\text{mol}\,\text{L}^{-1}$

À partir d'une solution mère de concentration $C_\text{M} = 1 \times 10^{-5}\,\text{mol}\,\text{L}^{-1}$, on prépare plusieurs solutions filles pour lesquelles on mesure l'absorbance à $\lambda = 620\,\text{nm}$ dans des cuves de largeur $\ell = 1\,\text{cm}$ après avoir fait le blanc avec le solvant.

Q6. Expliquer comment préparer (matériel, volume prélevé, mode opératoire) un volume $V_F = 100$ mL de solution fille de concentration $C_F = 1{,}00 \times 10^{-6}$ mol/L.

Q7. Indiquer si la loi de Beer-Lambert est vérifiée et, le cas échéant, déterminer la valeur du coefficient d'absorption molaire ε du vert malachite.



Détermination de la loi de vitesse

On considère une réaction modèle :

$$\text{aA} \longrightarrow \text{pdts}$$

qui admet un ordre α par rapport au réactif A. On note k la constante de vitesse.

Q8. Traduire mathématique la phrase "admet un ordre α par rapport au réactif A".

Q9. On note $[A]_0$ la concentration initiale en A. Déterminer l'expression de la concentration en A, en fonction du temps :

1. pour $\alpha = 0$;
2. pour $\alpha = 1$;
3. pour $\alpha = 2$.

On prépare initialement un mélange de volume supposé constant, en introduisant :

- $V_1 = 20,0$ mL d'une solution de vert malachite de concentration $C_1 = 7{,}50 \times 10^{-5}$ mol L^{-1} ;
- $V_{\text{eau}} = 75$ mL d'eau ;
- $V_2 = 5{,}0$ mL d'une solution d'hydroxyde de sodium (Na^+ + HO^-) de concentration $C_2 = 1{,}00 \times 10^{-1}$ mol L^{-1}. On déclenche simultanément le chronomètre.

L'expérience est réalisée à 25 °C. On mesure l'évolution temporelle de l'absorbance à $\lambda = 620$ nm. On considèrera dans la suite que seul le vert malachite absorbe de façon notable en solution.

t (min)	0	2	4	6	8	10	12	14	16
A	0,858	0,801	0,749	0,698	0,652	0,612	0,571	0,532	0,498
$[M^+]$ (µmol.L^{-1})	c_1	14,0	13,1	12,2	11,4	10,7	9,98	9,30	8,70

On suppose que la réaction admet un ordre α par rapport à l'ion hydroxyde HO^- et un ordre β par rapport à l'ion M^+. α et β sont pris entiers. On admet par ailleurs que la vitesse volumique de réaction ne dépend pas d'autres concentrations que celles de ces deux réactifs.

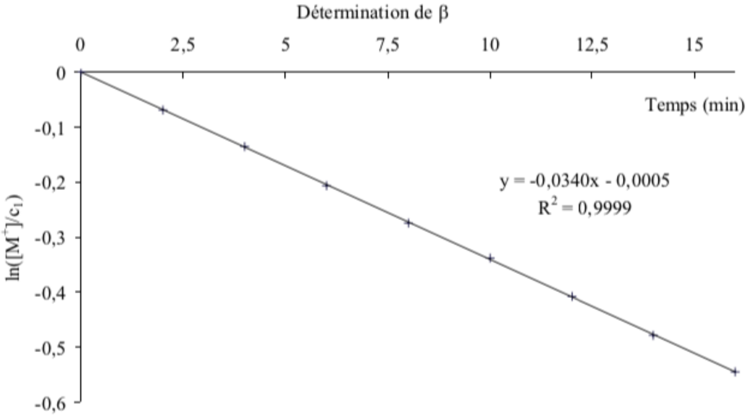
Q10. Proposer une expression de la loi de vitesse, en notant k la constante de vitesse.

Q11. Calculer les concentrations initiales après dilution en vert de malachite et en ions hydroxyde, notées respectivement c_1 et c_2.

Q12. En déduire une expression simplifiée de la loi de vitesse en notant k_{app} la constante de vitesse apparente.

Q13. À partir de la courbe ci-contre, qui correspond aux données du tableau précédent :

1. déterminer la valeur de β ;
2. déterminer la valeur de k_{app}.



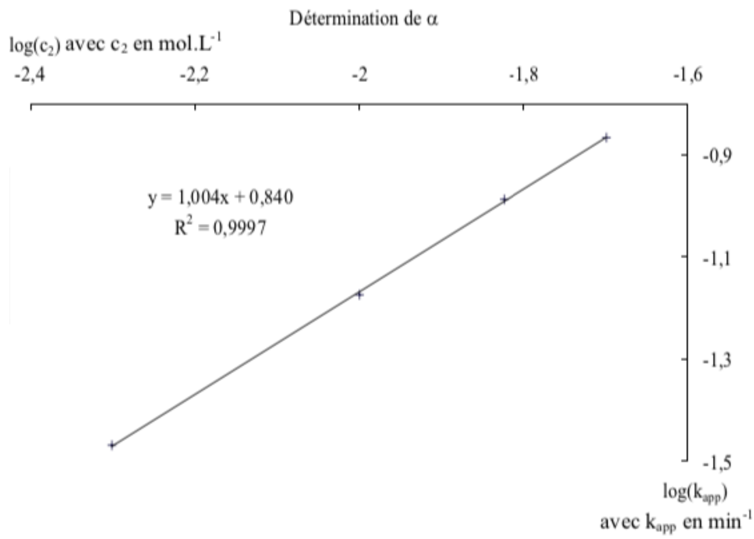
De nouvelles expériences sont réalisées en faisant varier la concentration C_2 en ions hydroxydes. Les résultats sont présentés ci-dessous :

C_2 (mol.L^{-1})	2,00.10^{-1}	3,00.10^{-1}	4,00.10^{-1}
c_2 (mol.L^{-1})	1,00.10^{-2}	1,50.10^{-2}	2,00.10^{-2}
k_{app} (min^{-1})	6,70.10^{-2}	10,3.10^{-2}	13,6.10^{-2}

TABLE 1 –

Q14. À partir de la courbe ci-contre, qui correspond aux données du tableau 1 :

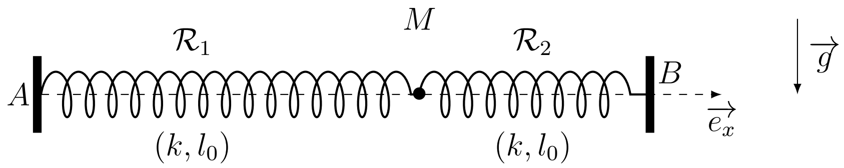
1. déterminer la valeur de α ;
2. déterminer la valeur de k.



Q15. On réalise une autre série d'expériences à $50°$C. On en déduit la constante de vitesse k'. Déterminer l'expression de l'énergie d'activation de la réaction en fonction de k, de k', de la constante des gaz parfaits R et des **valeurs numériques des températures**.

<u>Données :</u> $T(\text{K}) = T(°\text{C}) + 273,15$

Exercice 3 : oscillateur mécanique



Considérons un mobile supposé ponctuel de masse m astreint à glisser le long d'une tige horizontale de direction (Ax). Ce mobile est maintenu par deux ressorts ($\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}_2$) dont les extrémités sont fixées en deux points A et B. Les deux ressorts sont identiques, ont même constante de raideur k et même longueur au repos ℓ_0. Dans la position d'équilibre du système, les longueurs des ressorts sont identiques et valent ℓ_{eq}. Soit O, le point où se trouve le mobile lorsqu'il est à l'équilibre. O constitue l'origine de l'axe des x.

Dans un premier temps, on néglige tout frottement. De plus, le poids du mobile est négligé par rapport aux forces exercées par les ressorts dans tout cet exercice.

L'étude est menée dans le référentiel terrestre, considéré comme galiléen. À $t = 0$, le mobile est abandonné sans vitesse initiale d'une position x_0, avec $x_0 \neq 0$.

Q16. Faire un schéma précis du dispositif, à un instant quelconque où le mobile est situé à la distance $x > 0$. On fera apparaître sur ce schéma l'axe (Ox), la position du point O origine de cet axe, les longueurs ℓ_1 et ℓ_2 des ressorts $\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}_2$ respectivement ainsi que les longueurs à l'équilibre ℓ_{eq} ainsi que x la distance parcourue par le mobile depuis la position d'équilibre.

Q17. Faire le bilan des forces appliquées sur le mobile lorsqu'il se trouve à un point d'abscisse x quelconque.

Q18. Établir que l'équation différentielle dont $x(t)$ est solution est :

$$m\ddot{x} + 2kx = 0$$

Q19. Montrer que le système constitue un oscillateur harmonique dont on précisera la pulsation ω_0 et la période T_0 en fonction de k et m.

Q20. Donner l'expression de $x(t)$ en tenant compte des conditions initiales.

Les questions qui suivent prennent en compte l'existence de frottements lors du déplacement du mobile sur son support.

En fait, il existe entre le mobile et la tige horizontale un frottement de type visqueux. La force de frottement est de la forme : $\overrightarrow{f} = -\mu \overrightarrow{v}$ où μ est une constante positive et $\overrightarrow{v}$ le vecteur vitesse du mobile.

Les conditions initiales sont les mêmes que pour les questions précédentes.

Q21. Établir que l'équation différentielle dont $x(t)$ est solution est :

$$m\ddot{x} + \mu\dot{x} + 2kx = 0$$

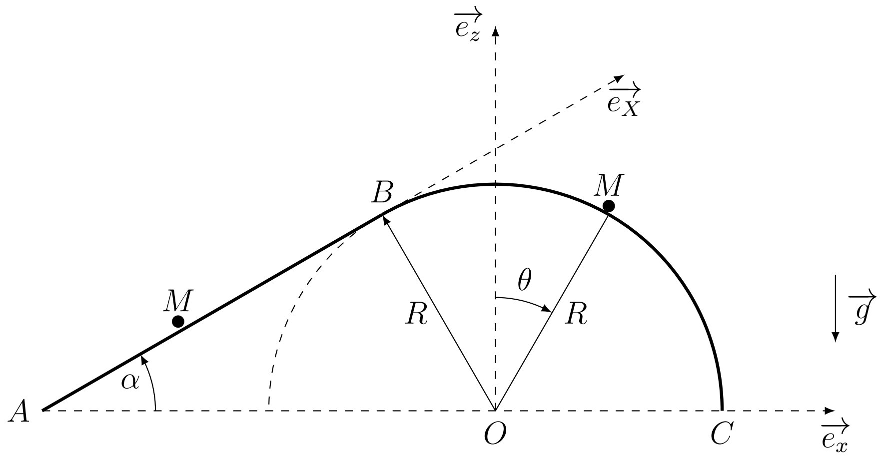
Q22. Déterminer à quelle condition sur μ le système va osciller.

Q23. Donner l'expression générale de $x(t)$ dans ce cas, sans chercher à calculer les constantes d'intégration.

Q24. Exprimer la pseudo-période associée à ce mouvement en fonction de ω_0 et $h = \mu/m$. Vous donnerez la dimension de h et ω_0.

Q25. À quelle condition sur h la pseudo-période est-elle égale à la période du mouvement harmonique ?

Exercice 4 : saut à ski



Nous considérons un skieur de masse $m = 70{,}0\,\text{kg}$, assimilé à un point matériel M. Il est lancé sur une piste composée d'une portion rectiligne AB et inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale, et d'une portion circulaire BC, de rayon $R = 10\,\text{m}$ et d'angle $\widehat{BOC} = \pi/2 + \alpha$.

Le skieur, initialement lancé depuis A avec la vitesse V_A, glisse sans frottement sur la piste.

On note (AX) l'axe porté par la droite (AB) et d'origine A. On lui associe le vecteur unitaire $\overrightarrow{e_X} = \frac{\overrightarrow{AB}}{||\overrightarrow{AB}||}$.

On prend comme origine des énergies potentielles le point A.

On donne $g = ||\overrightarrow{g}|| = 10\,\text{m/s}^2$ l'intensité du champ de pesanteur.

Partie 1 : mouvement entre A et B

Q26. Établir un bilan des forces s'appliquant sur le skieur entre les points A et B.

Q27. Montrer que le travail du poids lors du déplacement du palet de A à B est : $W_{\text{AB}}(\overrightarrow{P}) = -mgRcos(\alpha)$.

Q28. Par application du théorème de l'énergie cinétique, établir que, lorsque le palet atteint le point B, l'expression de sa vitesse V_B en ce point est :

$$V_B = \sqrt{V_A^2 - 2gRcos(\alpha)}$$

Q29. Le point B ne sera atteint que s'il existe une valeur pour la vitesse V_B . Montrer alors que cela n'est possible que si $V_A \geq V_{A,\text{lim}}$ où l'expression de $V_{A,\text{lim}}$ est à établir en fonction de g, R et α. Calculer la valeur numérique de $V_{A,\text{lim}}$.

Pour les questions suivantes on suppose que la condition précédente est vérifiée.

Q30. Exprimer l'altitude z du palet en fonction de X distance parcourue par le palet depuis le point A sur le segment AB.

Q31. À partir du théorème de l'énergie mécanique, établir l'intégrale 1re du mouvement :

$$\frac{1}{2}m\dot{X}^2 + mg\sin(\alpha)X = C^{ste}$$

Q32. Dériver cette équation pour obtenir l'équation du mouvement du skieur entre A et B. En déduire que la vitesse du palet $V(t)$ entre A et B s'exprime par :

$$V(t) = \dot{X} = -gsin(\alpha)t + V_A$$

.

Q33. Exprimer alors la durée τ de parcours de la portion AB en fonction de V_A, g , R et α.

Partie 2 : mouvement entre B et C

On s'intéresse désormais à la phase du mouvement sur l'arc BC.

Q34. Établir un bilan des forces s'appliquant sur le skieur entre les points B et C.

Q35. Déterminer, en appliquant le principe fondamental de la dynamique, que l'expression de la réaction normale R_N du support sur M est alors :

$$R_N = mgcos(\theta) - mR\dot{\theta}^2$$

où θ est l'angle entre (OM) et la verticale.

Soit D le point où le skieur quitte la piste entre le sommet et le point C. On note θ_D la valeur de θ correspondant à cette position et V_D la valeur de la vitesse.

Q36. Que dire de la valeur de R_N au point D ? En déduire une première relation entre V_D et θ_D.

Q37. Donner les expressions des énergies cinétique et potentielle du skieur au point D. En déduire l'expression de l'énergie mécanique du skieur en ce même point en fonction de V_D et de θ_D.

Q38. Par application du théorème de l'énergie mécanique entre les points A et D, établir la deuxième relation suivante entre V_D et θ_D :

$$V_D^2 = V_A^2 - 2gRcos(\theta_D)$$

Q39. En déduire alors l'expression de θ_D en fonction des données de l'énoncé.

Exercice 5 : Régimes transitoires d'un circuit RLC série

Nous considèrons un circuit comprenant en série un conducteur ohmique de résistance R, une bobine d'inductance L, un condensateur de capacité C et un interrupteur K.

Pour $t < 0$ le condensateur est chargé sous une tension U_0 et l'interrupteur K est ouvert.

À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

Q40. Faire un schéma du circuit étudié. Définir la tension aux bornes de chaque dipôle u_c pour le condensateur, u_L pour la bobine et u_R pour la résistance et l'intensité du courant i.

Q41. Établir l'équation différentielle qui régit l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur. La mettre sous forme canonique en faisant apparaître une pulsation propre ω_0 et un facteur de qualité Q dont on détaillera les expressions.

Q42. Donner les trois formes de la solution générale en fonction de la valeur du facteur de qualité sans déterminer les constantes d'intégration. Pour chacune des formes données, préciser le nom du régime transitoire.

Q43. Établir les conditions initiales permettant de déterminer les constantes d'intégration (ne pas déterminer les constantes d'intégration).

Q44. À partir d'un bilan de puissance du système, exprimer la dérivée temporelle de l'énergie stockée dans le circuit sous forme magnétique et électrique. En déduire que l'énergie totale stockée dans le condensateur et la bobine décroît au cours du temps. Expliquer pourquoi.