



## Analyse dimensionnelle

Ce document est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons "Attribution – Pas d'utilisation commerciale – Partage dans les mêmes conditions 4.0 International".



### 1 Grandeur ou unité ?

#### Grandeur et unité

Une **grandeur** est une propriété mesurable d'un objet ou d'un phénomène. L'**unité**, qui est assortie à une valeur numérique, permet de quantifier une grandeur.

Prenons l'exemple d'une balle. Dire "Je mesure la balle" n'a pas de sens. Il faut préciser quelle grandeur on mesure : la masse, le volume, le diamètre, la température, etc.

Si je mesure la masse de la balle, je peux dire "Je mesure la masse de la balle :  $m = 200 \text{ g}$ ". Ici, la grandeur est la masse  $m$  et l'unité est le gramme  $g$ .

Dans le cas où l'unité change, la valeur numérique change aussi, mais la grandeur reste la même. Par exemple, si je mesure la masse de la balle en kilogramme, j'obtiens  $m = 0,2 \text{ kg}$ . Et si je mesure la masse en livre, j'obtiens  $m = 0,44 \text{ lb}$ .

### 2 Grandeur et unités du système international (USI)

Le **système international** (SI) est un système cohérent d'unités basé sur 7 unités de base.

#### Unités de base du SI

Grandeur	Symbole	Unité	Symbole
Longueur	$L$	mètre	m
Masse	$M$	kilogramme	kg
Temps	$T$	seconde	s
Courant électrique	$I$	ampère	A
Température	$\Theta$	kelvin	K
Quantité de matière	$N$ ou $n$	mole	mol
Intensité lumineuse	$I_v$	candela	cd

Toutes les autres unités sont dérivées de ces unités de base.

Par exemple, la vitesse est une grandeur dérivée qui s'exprime en mètre par seconde ( $\text{m s}^{-1}$ ), ou la force qui s'exprime en newton ( $\text{kg m s}^{-2}$ ).

### 3 Déterminer l'unité d'une grandeur

Méthode :

1. Exprimer la grandeur cherchée à l'aide d'une formule connue ;
2. Exprimer les unités des grandeurs connues de la formule en fonction des unités de base du SI ;
3. Appliquer les règles de calcul sur les unités, simplifier l'expression pour obtenir l'unité cherchée :
  - ↪ multiplication, : les unités sont multipliées :  $[A \times B] = [A] \times [B]$  ;
  - ↪ pour une division : les unités sont divisées :  $[A/B] = [A]/[B]$  ;
  - ↪ pour un nombre pur : sans unité :  $[12] = 1$  ;
  - ↪ un angle : sans unité  $[\theta] = 1$  ;

Exemple 1 : masse volumique

1.  $\rho = \frac{m}{V}$  ;
2.  $[m] = \text{kg}$  et  $[V] = \text{m}^3$  ;
- 3.

$$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$[\rho] = \text{kg m}^{-3}$$

Exemple 2 : énergie

1. Formule de l'énergie cinétique  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$  ;
2.  $[1/2] = 1$   $[m] = \text{kg}$  et  $[v] = \text{m s}^{-1}$  ;
- 3.

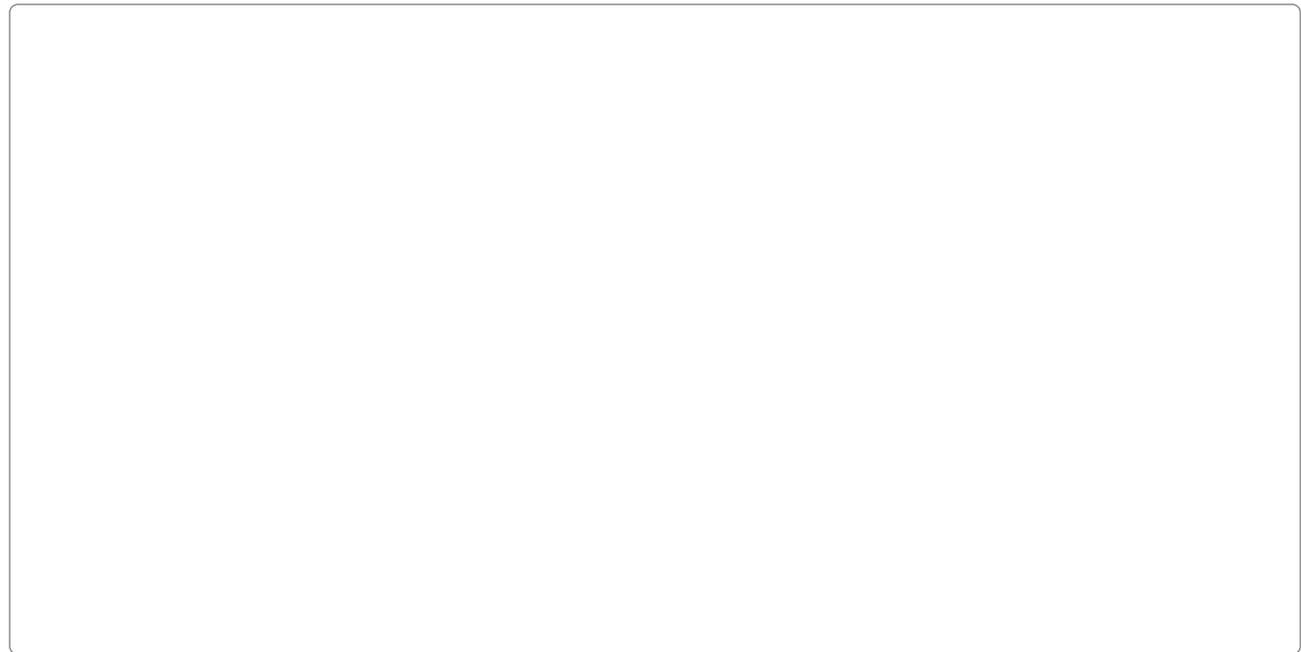
$$[E_c] = \text{kg} \cdot (\text{m s}^{-1})^2$$

$$[E_c] = \text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$$

Exercice :

Déterminer l'unité des grandeurs suivantes :

- |                     |  |
|---------------------|--|
| 1. la vitesse ;     | 5. la concentration en quantité de matière ; |
| 2. l'accélération ; | 6. la concentration en masse ;               |
| 3. la force ;       | 7. la chaleur latente.                       |
| 4. la puissance ;   |  |



## 4 Homogénéité d'une relation

### Vérifier l'homogénéité

Une relation entre des grandeurs suit les règles suivantes :

- ↪ les grandeurs de chaque côté d'un signe égal sont les mêmes. Exemple pour  $A = B$ , on doit avoir  $[A] = [B]$  ;
- ↪ pour une somme ou une soustraction, toutes les grandeurs ont la même unité. Exemple pour  $A + B - C = D$ , on doit avoir  $[A] = [B] = [C] = [D]$  ;
- ↪ les arguments dans une fonction (exp, cos, sin, ...) sont toujours sans dimension. Exemple : pour  $\cos(\theta)$ , on a  $[\theta] = 1$

### Équation homogène

Toutes les équations doivent être homogènes. Une équation non homogène est nécessairement fautive.

#### Exercice :

Lors d'un devoir, un élève aboutit à ces expressions. Vérifier l'homogénéité et proposer une correction.

On donne :  $x$ ,  $l_0$ ,  $R$ ,  $r$  et  $z$  sont des distances,  $g$  est l'accélération de la pesanteur terrestre,  $t$  et  $\tau$  sont des temps,  $\omega$  est une pulsation et  $v_0$  une vitesse.

1. la vitesse  $v$  est  $v = 1 + \exp(-t/\tau)$  ;
2. la surface  $S$  est  $S = \pi(R + r)^2$  ;
3. la distance est  $d = l_0(1 + \cos(\omega t))$  ;
4. l'altitude est  $z = \frac{1}{2}gt^2 + t/v_0$



## 5 Alphabet grec

En physique, on utilise souvent des lettres grecques pour désigner des grandeurs. Voici un tableau récapitulatif des lettres grecques les plus courantes.

Table 1:

Min.	Maj.	Nom	En Math	En physique
$\alpha$	$A$	alpha	angle	angle
$\beta$	$B$	bêta	angle	angle
$\gamma$	$\Gamma$	gamma	angle, fonction gamma	angle, grandissement, coefficient d'adiabaticité
$\delta$	$\Delta$	delta	différence, variation	différence, variation, dioptrie (unité)
$\epsilon$ ou $\varepsilon$	$E$	epsilon	petite quantité	petite quantité, permittivité diélectrique
$\zeta$	$Z$	zêta ou dzêta	-	-

Continued on next page

Table 1: (Continued)

$\eta$	$H$	êta		efficacité, rendement, viscosité dynamique
$\theta$ ou $\vartheta$	$\Theta$	thêta	angle	angle, température
$\iota$	$I$	iota	-	-
$\kappa$	$K$	kappa	-	-
$\lambda$	$\Lambda$	lambda	coefficient	longueur d'onde
$\mu$	$M$	mu	coefficient	coefficient de frottement, perméabilité magnétique, micro- (préfixe), viscosité dynamique
$\nu$	$N$	nu	coefficient	fréquence, viscosité cinématique
$\xi$	$\Xi$	xi	-	avancement en quantité de matière
$o$	$O$	omicron	-	-
$\pi$	$\Pi$	pi	nombre pi, produit	nombre pi, produit
$\rho$	$P$	rhô	distance	masse volumique, distance sphérique
$\sigma$	$\Sigma$	sigma	somme, écart-type	somme, moment cinétique
$\tau$	$T$	tau	constante	temps, constante de temps
$v$	$\Upsilon$	upsilon	-	-
$\phi$ ou $\varphi$	$\Phi$	phi	angle	angle, phase, flux d'un vecteur
$\chi$	$X$	khi	-	-
$\psi$	$\Psi$	psi	angle	phase

Continued on next page

Table 1: (Continued)

$\omega$	$\Omega$	oméga	angle, pulsation	angle, pulsation
----------	----------	-------	------------------	------------------

## 6 Conversion d'unité

### 6.1 Unités simples

#### Conversion d'unités simples

Tableau des multiples/préfixes :

Nom	Téra	Giga	Méga	kilo	hecto	déca	(unités)
Symbole	T	G	M	k	h	da	
Facteur	$10^{12}$	$10^9$	$10^6$	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0$

Nom	(unités)	déci	centi	milli	micro	nano	pico
Symbole		d	c	m	$\mu$	n	p
Facteur	$10^0$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$

#### Rappel sur l'écriture scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre s'écrit sous la forme  $a \times 10^n$  où  $1 \leq a < 10$  et  $n \in \mathbb{Z}$ .

Par exemple,  $3500 = 3.5 \times 10^3$  et  $0.0042 = 4.2 \times 10^{-3}$ .

Pour convertir une unité, on peut utiliser l'écriture scientifique.

Par exemple, pour convertir 5 km en mètre :

$$\begin{aligned} 5 \text{ km} &= 5 \times 10^3 \text{ m} \\ &= 5000 \text{ m} \end{aligned}$$

## Exercice :

Écrire les longueurs suivantes en mètre et en écriture scientifique :

1. 1 dm = ...

4. 7,2 nm = ...

2. 2,5 km = ...

5. 5,2 pm = ...

3. 3 mm = ...

6. 13 μm = ...

## 6.2 Unités de surfaces et volumes

### Conversion d'unités de surfaces et volumes

Pour convertir des unités de surfaces, il faut se déplacer de 2 rangs dans le tableau des préfixes. Exemple :  $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 1 \times 10^4 \text{ cm}^2$

Pour convertir des unités de volumes, il faut se déplacer de 3 rangs dans le tableau des préfixes.

Exemple :  $1 \text{ m}^3 = 1 \times 10^3 \text{ dm}^3 = 1 \times 10^6 \text{ cm}^3$

Une autre méthode est d'utiliser l'écriture scientifique, et de mettre l'unité entre parenthèses.

Par exemple, pour convertir  $3 \text{ cm}^2$  en mètre carré :

$$\begin{aligned} 3 \text{ cm}^2 &= 3 \times (10^{-2} \text{ m})^2 \\ &= 3 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ &= 0,0003 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Pour convertir  $2 \text{ cm}^3$  en mètre cube :

$$\begin{aligned} 2 \text{ cm}^3 &= 2 \times (10^{-2} \text{ m})^3 \\ &= 2 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \\ &= 0,000\,002 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

## Exercice :

① Peut-on faire tenir 150 mL d'huile dans un flacon de  $2,5 \times 10^{-4} \text{ m}^3$  ?

② Peut-on faire tenir 1,5 L d'eau dans un flacon de  $7,5 \times 10^{-2} \text{ m}^3$  ?

### 6.3 Années, Jours, heures, minutes et secondes

#### Conversion d'unités de temps

Pour convertir des unités de temps, on peut utiliser les relations suivantes :

$$\rightsquigarrow 1 \text{ min} = 60 \text{ s};$$

$$\rightsquigarrow 1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s};$$

$$\rightsquigarrow 1 \text{ j} = 24 \text{ h};$$

$$\rightsquigarrow 1 \text{ an} = 365,25 \text{ j}.$$

Exercice :

La vitesse de la lumière dans le vide est  $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ . Une année dure 365 jours. Alpha du centaure est à une distance de 4,7 al (années-lumière) de la Terre.

① Quelle est cette distance en m (écriture scientifique) ?

## 6.4 Unités composées

### Conversion d'unités composées

Pour les rappels voici la vidéo d'Yvan Monka :

Conversion d'unités composées - Yvan Monka



Exercice :

Un guépard court à  $28 \text{ m s}^{-1}$  m/s et un automobiliste conduit une voiture à  $110 \text{ km h}^{-1}$  sur l'autoroute.

① Lequel est le plus rapide ?

La petite aiguille d'une montre fait un tour en 1 h

② Quelle est la vitesse angulaire de cette aiguille en  $\text{rad s}^{-1}$  ?

③ Quelle est la vitesse angulaire en tours/min ?

Une bouteille d'eau de 1 L a une masse de 1 kg. Un verre doseur rempli indique, pour la même graduation, eau : 40 cL et farine : 250 g.

④ Quelle est la masse volumique de l'eau en  $\text{kg/m}^3$  ?

⑤ Quelle est la masse volumique de la farine ?