TD M2 | Mécanique

Dynamique du point matériel

exercice sera corrigé en TD ;
exercice classique / important ; à maîtriser pour les concours ;
niveau de difficulté de l'exercice.

Parcours d'entrainement :

Je suis à l'aise avec le chapitre	Toute la fiche
Je ne suis pas à l'aise	Cahier d'entrainement et Exercices 1, 3, 6

Les exercices issus du *cahier d'entrainement* sont à retrouver :

Vous pouvez l'utiliser pour faire la section 11 qui correspond à la dynamique. Ne pas faire les exercices sur les mouvements ciculaires.

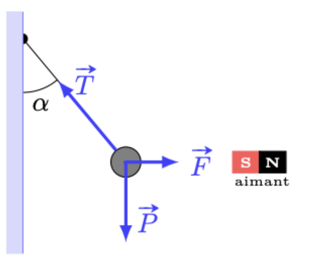
Exercices du cahier d'entrainement

Exercices 11.1 à 11.7 pour s'approprier les éléments du chapitre.

Exercice 1 : Équilibre d'une bille

d'après cahier d'entrainement 11.13

Une bille d'acier de poids $P = ||\overrightarrow{P}|| = 2{,}0\,\mathrm{N}$ est fixée à l'extrémité d'un fil de longueur $\ell = 50\,\mathrm{cm}$ est attirée par un aimant exerçant une force $F = ||\overrightarrow{F}|| = 1{,}0\,\mathrm{N}$.
À l'équilibre, le fil s'incline d'un angle α et l'on a : $\overrightarrow{T} + \overrightarrow{F} + \overrightarrow{P} = \overrightarrow{0}$ où $\overrightarrow{T}$ est la tension exercée par le fil.



(1) Calculer la valeur numériques de la tension $T = ||\overrightarrow{T}||$ du fil.
(2) Déterminer la valeur de l'angle α (en radian)

CC BY NC SA

Exercice 2 : monter une pente de ski en voiture ?

En 1986, pour une pub, Audi fait remonter à une de ses voitures une pente de tremplin de ski.

Nous cherchons à modéliser cette remontée.
Données :

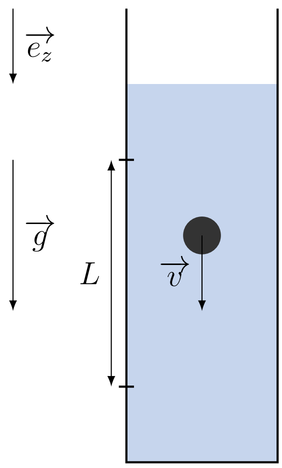
- inclinaison de la piste $\alpha = 37°$
- coefficient de frottement pneu-neige $f = 0{,}04$

(1) Schématiser la situation. Nous représenterons la voiture par un rectangle.
(2) Faire le bilan des actions mécanique s'exerçant sur la voiture. La force exercée par le moteur sera modéliser comme une force selon l'axe de la piste.
(3) Déterminer la force minimale F_s que doit produire le moteur pour qu'il y ait mouvement.
(4) Par un calcul d'ordre de grandeur déterminer la valeur de la force F_s du moteur.

Nous supposons maintenant que voiture est entrainée par le moteur grâce à une poussée $F = 2F_s$: la voiture se met en mouvement.

(5) Établir l'équation différentielle du mouvement dans la direction de la rampe.
(6) Détermination la position de la voiture sur la rampe au cours du temps. Commenter.

Exercice 3 : viscosimètre à bille



Un viscosimètre à bille est un dispositif permettant de déterminer la viscosité dynamique η d'un fluide.
Le principe est de lâcher une bille de rayon $R = 1\,\text{mm}$ dans une éprouvette remplie de liquide. Par une mesure de distance et de temps, nous pouvons à déduire sa vitesse limite v_{lim} permettant de remonter à la viscosité η.
Nous nous proposons d'étudier ce dispositif.
Données :

- force de frottement fluide de Stokes : $\overrightarrow{f} = -6\pi\eta R\overrightarrow{v}$
- masse volumique de la bille : $\rho_b = 8{,}0 \times 10^3\,\text{kg}\,\text{m}^{-3}$
- masse volumique du fluide : $\rho_f = 1{,}0 \times 10^3\,\text{kg}\,\text{m}^{-3}$

1 Déterminer l'unité de la viscosité η dans le système international.
2 Réaliser un bilan des actions mécaniques sur la bille. Justifier que le poids et la poussée d'Archimède peuvent être assimilés à une seule force représentant le poids qui s'exerce sur une bille de masse volumique $\rho = \rho_b - \rho_f$.
3 Établir l'équation différentielle vérifiée par la projection verticale de la vitesse de la bille.
4 Exprimer la vitesse limite atteinte par la bille.
5 Quelle est la durée caractéristique τ pour atteindre cette vitesse limite ? En déduire un ordre de grandeur (surestimé) de la distance de chute nécessaire pour atteindre cette vitesse limite. Commenter.

On place deux repères distants de $L = 15{,}0\,\text{cm}$ dans l'éprouvette, le premier de ces repères étant situé environ 5 cm sous l'interface entre l'air et le fluide. On mesure une durée de chute $\Delta t = 10{,}7\,\text{s}$.
6 Calculer la viscosité du fluide.
7 Confirmer que supposer la vitesse limite atteinte lorsque la bille passe au niveau du premier repère est une hypothèse tout à fait légitime. Comment aurait-on pu s'en assurer expérimentalement ?

Exercice 4 : Gravitation et pesanteur

d'après M. Melzani

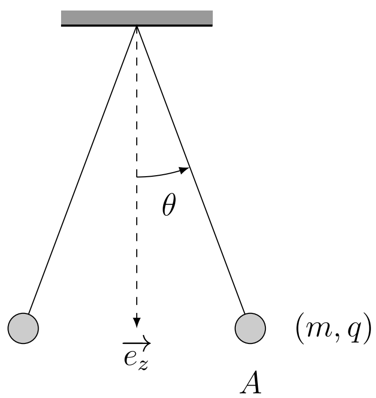
1 Rappeler l'expression de la force de gravitation entre deux masses m_1 et m_2. Faire un schéma.
2 Définir le champ de gravitation (ou champ de pesanteur) à la surface de la Terre exercé par la Terre. Donner son expression en fonction de G et d'autres constantes. Que vaut-il environ à la surface de la Terre ?
3 Quelle est l'unité S.I. de g et de G ?

Exercice 5 : Pendule électrostatique

d'après Etienne Thibierge

Deux petites boules de polystyrène de masse $m = 1\,\text{g}$ sont suspendues par des fils de longueur $\ell = 20\,\text{cm}$ attachés au même point. Chaque boule porte une charge électrique q. À l'équilibre les fils font un angle $2\theta = 20°$.
Nous rappelons la force d'interaction électrostatique :

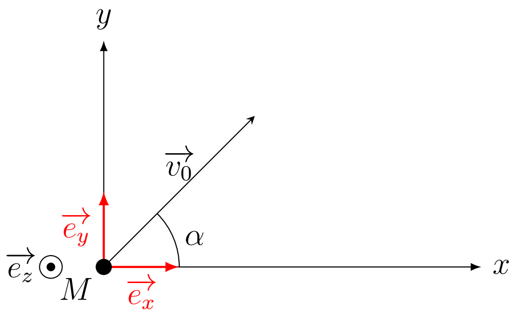
$$\overrightarrow{F_{e,1\to 2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{d_{12}^2}\overrightarrow{u_{1\to 2}}$$



1 Représenter les forces sur un schéma.
2 Expliquer la signification de tous les termes de la force électrostatique.
3 Décrire ce qui se passerait si les charges des deux boules étaient opposées.
4 Déterminer la charge q d'une boule.
Donnée : $\varepsilon_0 = 8{,}9 \times 10^{-12}\,\text{F}\,\text{m}^{-1}$.

Exercice 6 : Trajectoire balistique

Nous lançons une balle de masse m avec une vitesse initiale comme sur le schéma ci-dessous. La balle est initialement à l'origine du repère. Nous négligeons les frottements de l'air.



1 Justifier que le mouvement est plan.
2 Déterminer les équations différentielles pour $x(t)$, $y(t)$.
3 En déduire : $\dot{x}(t)$, $\dot{y}(t)$. En déduire le vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$.
4 En déduire : $x(t)$, $y(t)$.
5 En déduire la trajectoire $y(x)$.
6 Déterminer la flèche de la trajectoire, c'est-à-dire le point culminant de la trajectoire.
7 Pour quelle valeur de α la flèche est maximale ?
8 Déterminer la portée (distance maximale à laquelle la balle touche le sol).
9 Pour quelle valeur de α la balle atteint-elle une distance maximale ? Déterminer cette distance.

Nous modélisons les frottements de l'air par une force de la forme : $\overrightarrow{f} = -\alpha\overrightarrow{v}$.

10 Déterminer une équation différentielle sur la vitesse $\overrightarrow{v}$