

DS 3 - Proposition de corrigé -

Exercice 6

① $d_c = 2L + 2\pi R$

② $\Delta t = \frac{d_c}{v_0}$ A.N. $\Delta t = 15,4 \text{ s}$

③ phase d'accélération (PA)

④ $v = a_0 t$ / durée (PA) $\Delta t_{PA} = \frac{v_0}{a_0}$
distance (PA) $d_{PA} = \frac{a_0 \Delta t^2}{2}$

⑤ phase constante (PC) • durée à parcourir
 $d_c - d_{PA}$

• temps de parcours

$$\Delta t_{PC} = \frac{d_c - d_{PA}}{v_0}$$

⑥ total $\Delta t = \Delta t_{PA} + \Delta t_{PC} = \frac{v_0}{a_0} + \frac{2L + 2\pi R}{v_0} - \frac{v_0}{2a_0}$

$$\Delta t = \frac{v_0}{2a_0} + \frac{2L + 2\pi R}{v_0}$$

⑦ A.N. $\Delta t = 13,8 \text{ s}$

⑧ • phase de décélération $v(t) = v_0 + a_1 t$ $\Delta a < 0$

durée pour atteindre v_v : $v(t_1) = v_v \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{v_v - v_0}{a_1}$

distance de freinage $d(t) = v_0 t + \frac{a_1 t^2}{2}$

$$d(\Delta t_1) = v_0 \frac{(v_v - v_0)}{a_1} + \frac{(v_v - v_0)^2}{2 a_1}$$

⑨ $\frac{dv_a}{dt} = a_0 \Rightarrow v_a(t) = a_0 t + 0$
vitesse initiale nulle

d'où $d_a(t) = \frac{a_0 t^2}{2} + 0$
distance initiale nulle

⑩ pour $t > t_0$

$\frac{dv_f}{dt} = a_1 \Rightarrow v_f(t) = a_1 t + C$
continuité de la vitesse
on $v_f(t=t_0) = v_a(t_0) = a_0 t_0 = a_1 t_0 + C$

d'où $v_f(t) = a_1(t - t_0) + a_0 t_0$

⑪ par intégration

$$d(t) = \frac{a_1 (t - t_0)^2}{2} + a_0 t_0 t + C$$

on $d(t=t_0) = d_a(t=0)$
↑
continuité de la distance

$$a_0 \frac{t_0^2}{2} = a_0 t_0^2 + c \Rightarrow c = -a_0 \frac{t_0^2}{2}$$

$$d(t) = \frac{a_2(t-t_0)^2}{2} + a_0 t_0 t - a_0 \frac{t_0^2}{2}$$

$$d(t) = \frac{a_2(t-t_0)^2}{2} + a_0 t_0 (t - t_0) + \frac{a_0 t_0^2}{2}$$

[12] Ligne 4: conversion de $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

[13] Par lecture graphique l'instant t_0 correspond à l'instant pour laquelle la courbe coupe l'axe des abscisses : $t_0 \approx 5,5 \text{ s}$

trajectoire dans un virage

[14] $R_1 = R_0 + l$ - A.V. $R_1 = 30 \text{ m}$

[15] $\vec{v} = \frac{d\vec{O}\vec{P}}{dt} = \begin{vmatrix} -v_v \sin\left(\frac{v_v}{r} t\right) \\ v_v \cos\left(\frac{v_v}{r} t\right) \end{vmatrix}$

$\|\vec{v}\| = v_v$ est constant, donc le mod est uniforme

[16] $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{v_v^2}{r} \begin{vmatrix} \cos\left(\frac{v_v}{r} t\right) \\ \sin\left(\frac{v_v}{r} t\right) \end{vmatrix} = -\frac{v_v^2}{r^2} \vec{O}\vec{P}$

[17] $\|\vec{a}\| = \frac{v_v^2}{r} \leq a_v$

$$\Rightarrow \frac{v_v^2}{a_v} \leq r$$

Le rayon minimum est $r_{\min} = \frac{v_v^2}{a_v}$

A.V. $r_{\min} = 658 \text{ m}$

Le pilote est obligé de freiner -

[18] $v_v \leq \sqrt{r a_v} \Rightarrow v_{v,\max} = \sqrt{r a_v}$
 $\uparrow$
 pour un rayon fixe.

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{19} \quad v_{s, \text{ext}} = \sqrt{R_1 a_v} \\ \text{et } v_{s, \text{int}} = \sqrt{R_0 a_v} \end{array} \right\} \text{ on suppose que le pilote} \\ \text{parcourt le trajet aussi vite} \\ \text{que possible.}$$

on la distance à parcourir et $d_{\text{ext}} = \pi R_1$
 $d_{\text{int}} = \pi R_0$

$$\text{d'où } \Delta t_{\text{ext}} = \frac{d_{\text{ext}}}{v_{s, \text{ext}}} = \frac{\pi R_1}{\sqrt{R_1 a_v}} = \pi \sqrt{\frac{R_1}{a_v}}$$

$$\Delta t_{\text{int}} = \pi \sqrt{\frac{R_0}{a_v}}$$

comme $R_0 \leq R_1$, $\Delta t_{\text{int}} \leq \Delta t_{\text{ext}}$

Il est préférable de prendre le virage intérieur.

Optimisation de trajectoire

$$\boxed{20} \quad d = \pi R_A \quad \text{d'où} \quad \boxed{\Delta t_A = \frac{d}{v} = \frac{\pi R_A}{\sqrt{a_v R_A}} = \pi \sqrt{\frac{R_A}{a_v}}}$$

$$\boxed{21} \quad d = 2(R_B - R_A) + \pi R_B$$

$$\boxed{\Delta t_B = \frac{2(R_B - R_A) + \pi R_B}{\sqrt{a_v R_B}} = \frac{2(R_B - R_A)}{\sqrt{a_v R_B}} + \pi \sqrt{\frac{R_B}{a_v}}}$$

$$\boxed{22} \quad \Delta t_B - \Delta t_A = \frac{2(R_B - R_A)}{\sqrt{a_v R_B}} + \pi \sqrt{\frac{R_B}{a_v}} - \pi \sqrt{\frac{R_A}{a_v}}$$

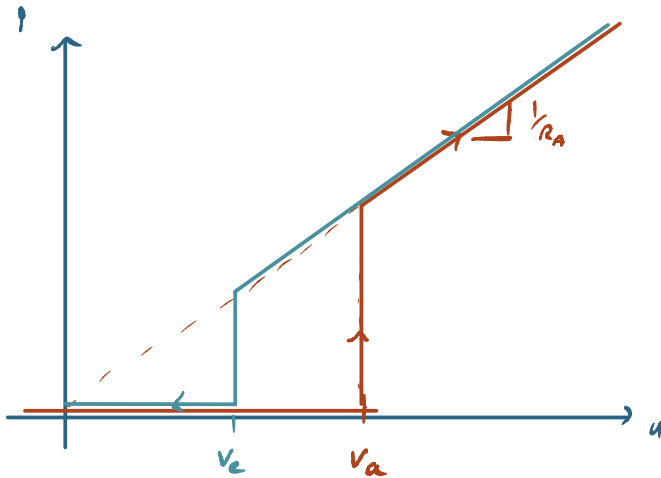
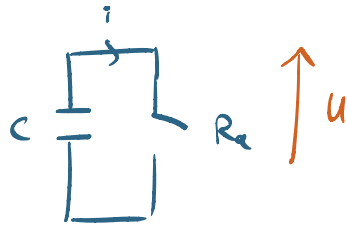
$$\boxed{\Delta t_B < \Delta t_A}$$

Prendre le virage à la corde n'est pas optimal, car la vitesse est très faible. Il est préférable d'entrer à l'extérieur puis de repiquer à la corde.

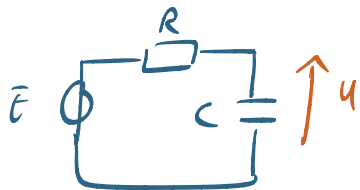
Exercice 2 Tube à décharge.

[23] schéma si le tube est éteint.

[24]



[25] Schéma équivalent



Voir cours :

$$\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$

avec $\tau = RC$.

[26] ED d'ordre 1. $u(t) = E(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$ (voir cours).

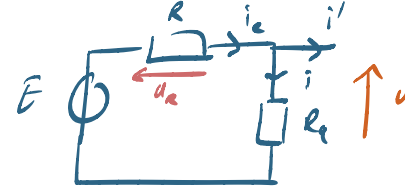
[27] Le tube s'allume si $u(t) = V_a = E(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$

$$\text{d'où } \frac{V_a - E}{E} = -\exp\left(-\frac{t_z}{\tau}\right)$$

$$t_z = \tau \ln \frac{E - V_a}{E}$$

Tube allumé.

[28] R et R_a ne sont pas en série !



$$\text{LN. } i_e = i' + i$$

$$\text{LO } \frac{u_R}{R} = i' + \frac{u}{R_a}$$

$$\text{LN } \frac{E - u}{R} = i' + \frac{u}{R_a}$$

$$u \left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R} \right) = \frac{E}{R} - i'$$

$$u \frac{R + R_a}{R R_a} = \frac{E}{R} - i'$$

$$u = \frac{R_a}{R + R_a} E - \frac{R R_a}{R + R_a} i'$$

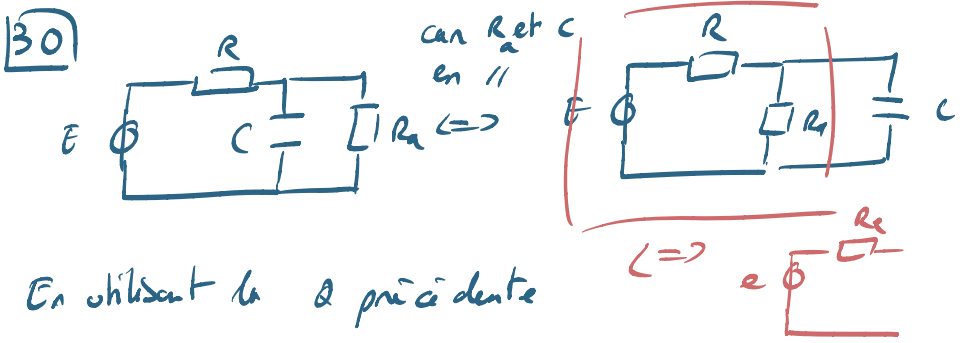
29) schéma de droite

$$u = e - R_e i'$$

on $u = \frac{R_e}{R+R_a} E - \frac{R R_e}{R+R_a} i'$

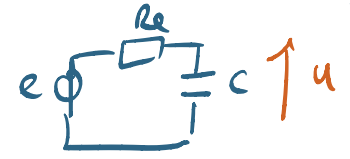
par identification $e = \frac{R_e}{R+R_a} E$

et $R_e = \frac{R R_e}{R+R_a}$



En utilisant la d précédente

En final on a une équivalence avec le schéma



31) Cf cours $i + \frac{u}{\tau_e} = \frac{e}{\tau_e}$ avec $\tau_e = R_e C$

32) ED d'ordre 1

$$u(t) = k \exp\left(-\frac{t}{\tau_e}\right) + e$$

on à $t = t_1$ $u(t_1) = V_a$ (allumage)

par continuité $u(t_1^+) = V_a = k \exp\left(-\frac{t_1}{\tau_e}\right) + e$

$$k = (V_a - e) \exp\left(\frac{t_1}{\tau_e}\right)$$

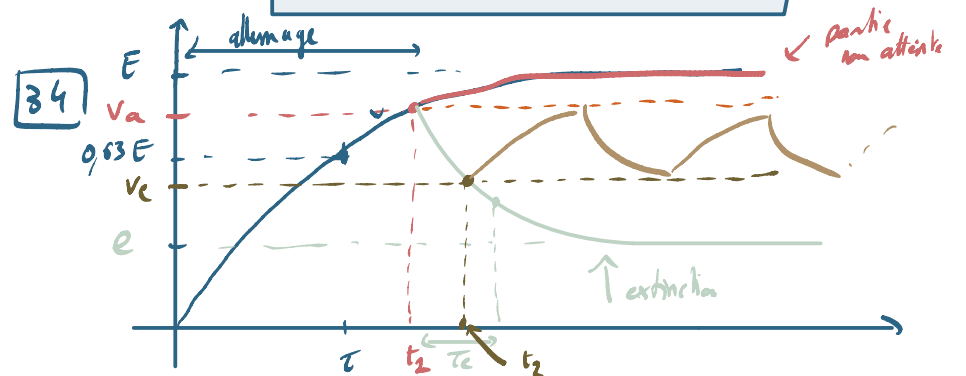
$u(t) = (V_a - e) \exp\left(-\frac{t - t_1}{\tau_e}\right) + e$ avec $\tau_e = R_e C$

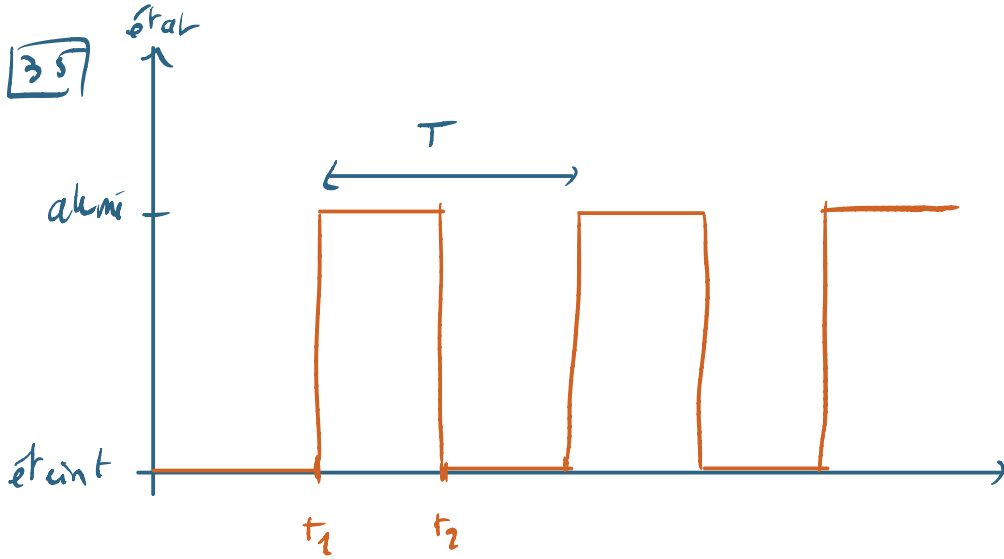
33) Il y a extinction si $u(t_2) = V_e$

$$\frac{V_e - e}{V_a - e} = \exp\left(-\frac{t_2 - t_1}{\tau_e}\right)$$

$$\tau_e \ln\left(\frac{V_a - e}{V_e - e}\right) = t_2 - t_1$$

d'où $t_2 = t_1 + \tau_e \ln\left(\frac{V_a - e}{V_e - e}\right)$





36

$$\Delta t_a = t_2 - t_1 = \tau \ln\left(\frac{V_a - E}{V_c - E}\right)$$

pour $t > t_2$ $u(t) = K \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + E$ (cf Q17)

on $u(t_2) = V_c \Rightarrow K = (V_c - E) \exp\left(\frac{t_2}{\tau}\right)$

$$u(t) = (V_c - E) \exp\left(-\frac{t - t_2}{\tau}\right) + E \text{ si } t > t_2$$

il y a allumage si $u(t_3) = V_a$

$$\Leftrightarrow t_3 = t_2 - \tau \ln\left(\frac{V_c - E}{V_a - E}\right)$$

le temps d'extinction est

$$\Delta t_e = t_3 - t_2 = \tau \ln\left(\frac{V_c - E}{V_a - E}\right)$$

37

$$T = \Delta t_a + \Delta t_e$$

- 38
- Le tube à néon s'allume et s'éteint à intervalle régulier. Il génère
 - Cet oscillation peut générer un bruit électrique = visible à 100 Hz en TP.

Exercice 3 dissociation de l'acide benzoïque

- [33] • même nombre d'élément des 2 coter.
• même charge électrique

[40] $n_a = 7 \times n(C) + 6 \times n(H) + 2 \times n(O)$

$n_a = 84 + 6 + 32$

$n_a = 122 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

[41] $n = \frac{m}{M} = C_a \times V$

d'où $C_a = \frac{m}{nV}$

A.N. $C_a = 3,00 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

[42]

C	Ph COOH _(aq)	H ₂ O _(l)	=	Ph COO ⁻ _(aq)	H ₃ O ⁺ _(aq)
ET $x=0$	C_a	Ex		0	0
EQ x	$C_a - x$			x	x

[43] $Q_n = \frac{x^2}{(C_a - x)C^0}$

[44] la R⁰ est équilibrée car $K^0 \ll 1$.

[45] $x_{\max} = C_a$

[46] à l'équilibre $K^0 = \frac{x_{eq}^2}{(C_a - x_{eq})C^0}$

$\Leftrightarrow -C_a K^0 C^0 + K^0 C^0 x_{eq} + x_{eq}^2 = 0$

$\Delta = C^0 K^0 C^0 + 4 C_a K^0 C^0 = K^0 C^0 (K^0 C^0 + 4 C_a)$

$\Delta > 0$

donc $x_{eq} = \frac{-K^0 C^0 \pm \sqrt{K^0 C^0 (K^0 C^0 + 4 C_a)}}{2}$

A.N. $x_{eq} = \begin{cases} 4,05 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ -4,68 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \end{cases}$ ← impossible car la R⁰ se fait dans le sens direct

[47] $x_f = 4,05 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} < x_{\max}$

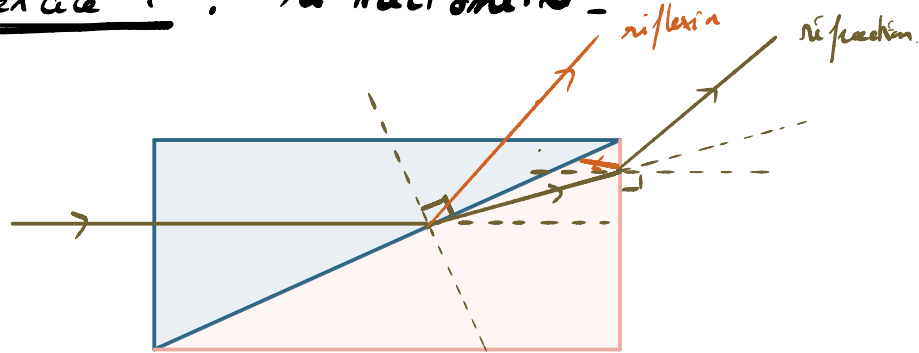
[48] $[Ph COOH] = 2,96 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$[Ph COO^-] = 4,05 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$[H_3O^+] = 4,05 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Exercice 4 : réfractomètre

[43]



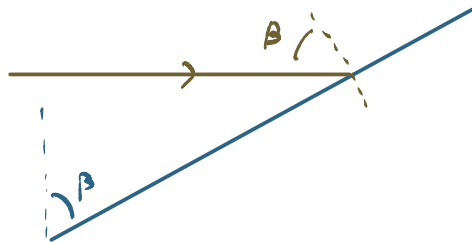
[50] ① Les rayons réfracté et incidents $\in$ au plan formé par le rayon incident et la normale au dioptre.

② angle réfléchi $\theta_r = -\theta_i$

③ angle réfracté $n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$

[51] Il faut que $n_2 < n_1$, ainsi l'angle réfracté est inférieur à l'angle incident.

[52]



il y a réflexion totale si $\beta \geq i^*$ l'angle limite de réfraction.

pour i^* , le rayon réfracté a un angle de $\frac{\pi}{2}$

$$n_1 \sin(i^*) = n_2$$

$$\Leftrightarrow i^* = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Car $n_2 < n_1$!

[53] s'il y a réflexion totale

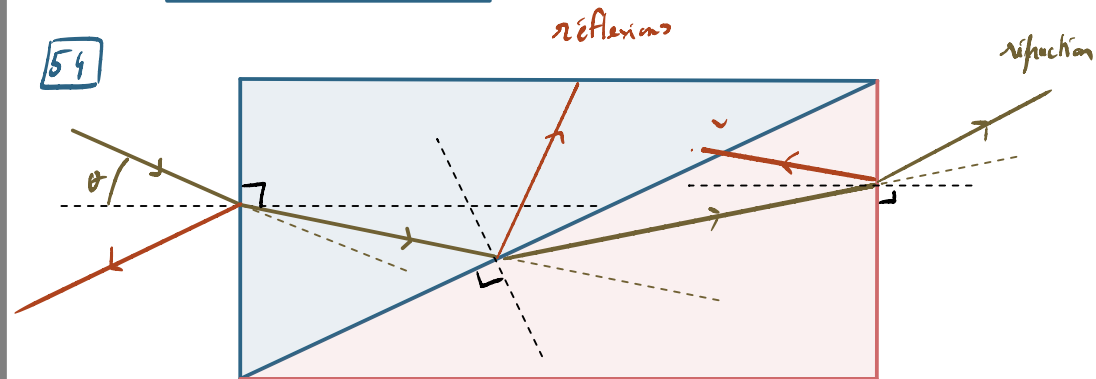
$$\beta \geq i^*$$

$$\sin(\beta) \geq \sin(i^*)$$

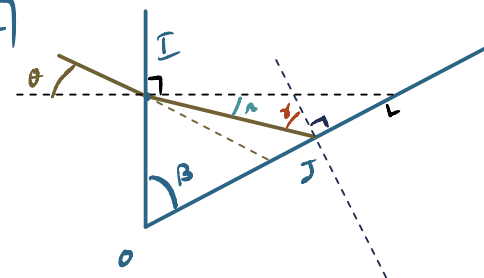
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \geq \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_1 \leq n_2 \sqrt{\frac{3}{2}}$$

[54]



[55]



Dans OIS:

$$\beta + \frac{\pi}{2} + \gamma = \pi$$

$$\gamma = \beta - \frac{\pi}{2}$$

On applique Snell Descartes en I:

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{air}}}{n_a} \sin(\theta) = n_2 \sin(r) \Rightarrow \sin(r) = \frac{n_a}{n_2} \sin(\theta)$$

À la limite de la réflexion $y = i^*$ (cf Q52).

$$\beta - r = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$r = \beta - \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$\sin(r) = \frac{n_a}{n_2} \sin(\theta) = \sin\left(\beta - \arcsin\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$\theta = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_a} \sin\left(\beta - \arcsin\frac{n_2}{n_1}\right)\right)$$

56 Pour un angle $\theta = 0$, le rayon traverse le dispositif. On augmente θ , jusqu'à observer une réflexion totale:

■ Si le rayon sort sur la face de droite, pas de réflexion totale

■ Si le rayon sort par la face du haut $\rightarrow$ réflexion totale.

L'angle θ pour lequel il y a réflexion totale nous permet de déterminer n_2 , d'après la Q55.