



TD M4 - compléments | Mécanique

**Oscillateurs**

-  exercice sera corrigé en TD ;
 exercice classique / important ; à maîtriser pour les concours ;
 niveau de difficulté de l'exercice.

Parcours d'entraînement :**Exercice 1 : Oscillateur double**

On considère un système composé de deux masses identiques m fixés de part et d'autre au bâti par des ressorts identiques de raideur k_1 et de longueur à vide ℓ_1 . Les deux masses sont ensuite couplées entre elles par un troisième ressort de raideur k_2 et de longueur à vide ℓ_2 .

Les deux bâtis sont à une distance L .

- ① Faire le bilan des actions agissant sur la masse de gauche. Établir l'équation différentielle sur le déplacement de la masse x_1 .
- ② Faire de même pour la masse de droite pour le déplacement x_2 . Soit d'équilibre $x_{1,eq}$, $x_{2,eq}$ les positions d'équilibre.

Nous introduisons les déplacements u_1 et u_2 , position relative par rapport aux positions d'équilibre.

- ③ En déduire le système différentiel couplé sur les déplacements (sans calculer les positions d'équilibre) :

$$\begin{aligned} m\ddot{u}_1 &= -k_1 u_1 - k_2 (u_1 - u_2) \\ m\ddot{u}_2 &= -k_1 u_2 + k_2 (u_1 - u_2) \end{aligned}$$

Pour résoudre ce système, nous proposons d'introduire la somme $s = u_1 + u_2$ et la différence $d = u_1 - u_2$.

- ④ En déduire l'équation différentielle sur s et celle sur d .
- ⑤ Introduire des pulsations propres ω_1 et ω_2 puis résoudre les équations différentielles sur s et d .
- ⑥ Nous lâchons les deux masses d'une distance u_0 par rapport à leurs positions d'équilibre sans vitesse initiale. Résoudre le système. Tracer les solutions. Justifier qu'on nomme ce mode "symétrique".
- ⑦ Nous lâchons les deux masses d'une distance u_0 pour la masse de droite, et $-u_0$ par rapport à leurs positions d'équilibre sans vitesse initiale. Résoudre le système. Tracer les solutions. Justifier qu'on nomme ce mode "anti-symétrique".