

DS 7: proposition de corrigé.

Exercice 1 - cinétique

[1] $v = k [A]^x [HC_2O_4^-]^y [H^+]^z$

[2] $[H^+]_{0,1} \gg b$ et $a \gg b$

il y a dépendance d'ordre :

$$v = k_2 [HC_2O_4^-]^2 \text{ avec } k_2 = k a^x [H^+]^z$$

[3] $v = -\frac{1}{2} \frac{d}{dt} [HC_2O_4^-]$

⇒ Faisons l'hypothèse que $\beta = 1$, alors

$$\frac{d}{dt} [HC_2O_4^-] + 2k_2 [HC_2O_4^-] = 0$$

d'où $[HC_2O_4^-](t) = b \exp(-2k_2 t)$

⇔ $\ln [HC_2O_4^-](t) = -2k_2 t + \ln(b)$

On la courbe expérimentale ^(fig 2) présente $\ln [HC_2O_4^-] = f(t)$ est une droite affine, donc l'ordre vaut $\beta = 1$

⇒ déterminons k_2 :

la pente vaut $-0,0238$ et correspond d'après le modèle à $-2k_2$
d'où $k_2 = 0,0119 \text{ min}^{-1}$

[4] simplifions l'expression de la vitesse

$a' \ll [H^+]_{0,1}$ et $b' \ll [H^+]_{0,2}$

d'où $v = k_2 [A]^x [HC_2O_4^-]$ avec $k_2 = k [H^+]_{0,1}^z$

[5] De plus il y a un lien de proportionnalité entre a' et b' $a' = \frac{3}{2} b'$

Si l'on fait un tableau d'avancement

C	$3A + 2HC_2O_4^- + 8H^+ \rightarrow 2C_2O_4^{2-} + \dots$		
$x=0$	$a' = \frac{3}{2} b'$	b'	0
x	$a' - 3x$	$b' - 2x$	$2x$

donc à un instant aq $[A](t) = a' - 3x = \frac{3}{2}b' - 3x$

$$[A](t) = \frac{3}{2}(b' - 2x) = \frac{3}{2} [HC_2O_4^-](t)$$

$$d'au \quad v = k_2 \left(\frac{3}{2} [HC_2O_4^-] \right)^2 \times [HC_2O_4^-]$$

$$v = k_2 \left(\frac{3}{2} \right)^2 [HC_2O_4^-]^{3}$$

$$v = k_2' [HC_2O_4^-]^{3}$$

Mais substituons l'expression demandée en posant

$$k_2 = k_2' = k [H^+]_{0,2}^{\delta} \left(\frac{3}{2} \right)^2$$

6. Établissons la relation $\frac{1}{b' - [Ca^{2+}]} - \frac{1}{b'} = 2k_2 t$

$$[Ca^{2+}](t) = 2x$$

$$\text{on } [HC_2O_4^-] = b' - 2x \Leftrightarrow 2x = b' - [HC_2O_4^-]$$

$$d'au \quad \underline{[Ca^{2+}](t) = b' - [HC_2O_4^-](t)} \quad (1)$$

Pour avoir $[HC_2O_4^-](t)$, supposons $d=1$ comme indiqué:

$$-\frac{1}{2} \frac{d[HC_2O_4^-]}{dt} = k_2 [HC_2O_4^-]^2$$

Par séparation des variables et intégration, on obtient:

$$\frac{1}{[HC_2O_4^-]} = \frac{1}{b'} + 2k_2 t$$

on remplace avec l'expression (1)

$$\frac{1}{b' - [Ca^{2+}]} = \frac{1}{b'} + 2k_2 t$$

qui est l'expression demandée.
(figure 2)

La courbe expérimentale de $\frac{1}{b' - [Ca^{2+}]}$ est une

fonction affine croissante en accord avec l'hypothèse

7. $d=1$

détermination de k_2

k_2 peut valoir 1,0057 et d'après le modèle

$$2k_2 \quad d'au \quad k_2 = 0,50029 \text{ mol.l}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

7. On connaît les valeurs de k_1 et k_2 , on

$$k_1 = k_a [H^+]_{0,2}^{\delta} \quad \text{et} \quad k_2 = k [H^+]_{0,2}^{\delta} \frac{3}{2}$$

$$d'air \quad \frac{k_2}{k_1} = \frac{3}{2} a \left(\frac{[H^+]_{0,2}}{[H^+]_{0,1}} \right)^\gamma$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{\ln \left(\frac{2 k_2}{3 a k_1} \right)}{\ln \left(\frac{[H^+]_{0,2}}{[H^+]_{0,1}} \right)}$$

L'application numérique (A.N.) est donnée $\gamma = 2$

Une fois γ connue, on injecte dans $k_2 = k a [H^+]_{0,2}^2$

la seule inconnue est $k = \frac{k_1}{a [H^+]_{0,1}^2}$

L'unité est $[k] = \frac{[k_1]}{[a [H^+]_{0,1}^2]} = \frac{\text{min}^{-1}}{(\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})^3}$

$$[k] = \text{L}^3 \text{mol}^{-3} \text{min}^{-1}$$

Exercice 2. Rouer.

5) Ref: merlion, supposé galiléen Δ

BATF: • poids: $\vec{P} = m\vec{g} \rightarrow w_{AB}(\vec{P}) = mg \Delta H$

• pression fluide $\vec{f} \rightarrow w_{AB}(\vec{f}) = ?$

le théorème de l'énergie cinétique (TEC):

$$\Delta E_{c, AB} = w_{AB}(\vec{f}) + w_{AB}(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = w_{AB}(\vec{f}) + w_{AB}(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) - w_{AB}(\vec{P}) = w_{AB}(\vec{f})$$

$$w_{AB}(\vec{f}) = \frac{3 \times 10^3}{2} \times \underbrace{(160^2 - 420^2)}_{-1,5 \times 10^5} - 3 \times 10^3 \times 3,7 \times \underbrace{(108 - 7,5)}_{3,1} \times 10^3$$

$$= - \frac{1,5 \times 10^8}{2} - 34 \times 10^6$$

$$= (-2,25 - 0,34) \times 10^8$$

$$w_{AB}(\vec{f}) = -2,59 \times 10^8 \text{ J} = -2,6 \times 10^8 \text{ J à } \pm 0,1$$

$$\boxed{9} \quad [\vec{g}] = N = kg \cdot s^{-2}$$

$$\text{et } [\vec{v}] = m \cdot s^{-1}$$

$$\text{d'où } \boxed{[h] = kg \cdot s^{-2}}$$

$\boxed{10}$ On applique le principe fondamental de la dynamique sur la sonde

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - h\vec{v}$$

$$\text{d'où } \boxed{\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{h}{m} \vec{v} = \vec{g}}$$

$$\text{avec } \boxed{A = \frac{h}{m}} \quad \text{et} \quad \boxed{\vec{B} = \vec{g}}$$

$\boxed{11}$ Je reconnais une équation différentielle d'ordre 1 dont la solution est

$$\vec{v}(t) = \vec{d} \exp\left(-\frac{t}{A}\right) + \vec{g} A$$

$$\text{à } t=0 \quad \vec{v}(t=0) = \vec{v}_0 \quad \text{d'où}$$

$$\vec{v}_0 = \vec{d} + \vec{g} A$$

$$\vec{d} = \vec{v}_0 - \vec{g} A$$

À l'instant

$$\boxed{\vec{v}(t) = \left(\vec{v}_0 - A\vec{g}\right) \exp\left(-\frac{t}{A}\right) + A\vec{g} \quad \text{avec} \quad A = \frac{h}{m}}$$

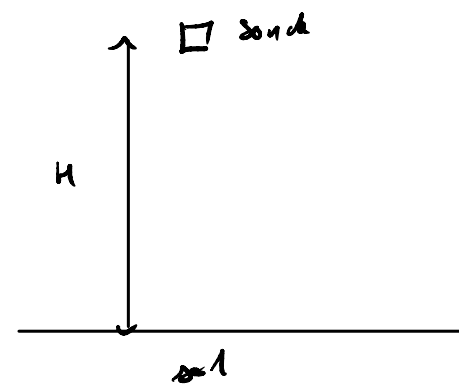
$\boxed{12}$ si $t \rightarrow +\infty$

$$\vec{v} \xrightarrow[t \rightarrow +\infty]{} A\vec{g} \quad \text{notés} \quad \boxed{\vec{v}_0 = A\vec{g}}$$

$$\boxed{13} \quad c = \lambda_0 \nu_0 \quad \text{d'où} \quad \lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$$

$$\lambda_0 = \frac{3 \times 10^8}{30 \times 10^9} = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

$\boxed{14}$



La sonde se propage à la vitesse c , elle fait un aller-retour durant Δt , d'où

$$c = \frac{2H}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{2H}{c}$$

$$\text{A.N.} \quad \Delta t = \frac{2 \times 7,5 \times 10^5}{3 \times 10^8} = 5 \times 10^{-5} \text{ s} = 50 \mu\text{s}$$

15 • à $t=0^-$, $i(0^-) = 0$ (circuit ouvert) or

$i(t=0^+) = i(t=0^-)$ car le courant qui traverse une bobine est continue

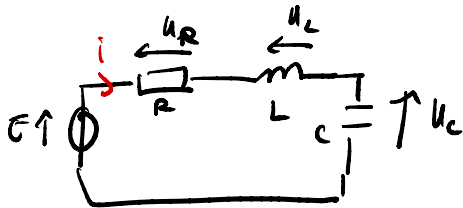
d'où $i(0^+) = 0$

• à $t=0^-$, $u_c(0^-) = 0$ car le condensateur est initialement déchargé

on $u_c(0^+) = u_c(0^-)$ car la tension aux bornes d'un condensateur est continue, donc

$u_c(0^+) = 0$

16



Loi des mailles $E = u_R + u_L + u_C$

$E = Ri + L \frac{di}{dt} + u_C$ $\left\{ \begin{array}{l} u_R = Ri \\ u_L = L \frac{di}{dt} \end{array} \right.$

$E = R \frac{du_C}{dt} + L C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C$ $\left\{ \begin{array}{l} i = C \frac{du_C}{dt} \end{array} \right.$

d'où $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = \frac{E}{LC}$

posons $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (car $\omega_0 > 0$!)

et $\frac{\omega_0}{\alpha} = \frac{R}{L} \Leftrightarrow Q = \frac{L}{R} \frac{1}{\sqrt{LC}} \Leftrightarrow Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

on a donc $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{\omega_0}{\alpha} \frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = \omega_0^2 E$

17 $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$

A.N. $f_0 = \frac{1}{6,28 \times \sqrt{40 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-6}}}$

$f_0 = \frac{1}{6,28} \times \frac{1}{2 \times 10^{-5}}$

$f_0 = \frac{1}{6} \times 10^4 \approx 0,80 \times 10^4 \text{ Hz}$
 $\approx 8 \times 10^3 \text{ Hz}$

18 $Q = \frac{L}{R \sqrt{LC}} = \frac{40 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-3} \sqrt{40 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-6}}} = 1$

Le circuit est en régime pseudo-périodique -

19 Je reconnais une équation différentielle d'ordre 2 dont la solution en régime pseudo-périodique est :

$$u_c(t) = \exp(-\lambda t) \left\{ A \cos(\Omega t) + B \sin(\Omega t) \right\} + E \quad \text{s.p. !}$$

avec $(A, B) \in \mathbb{R}^2$

-1 la partie réelle des solutions de l'équation caractéristique
 Ω imaginaire

l'équation caractéristique :

$$r^2 + \frac{w_0}{a} r + w_0^2 = 0$$

$$\Delta = \left(\frac{w_0}{2}\right)^2 - 4w_0^2 < 0 \quad \text{car pseudo-périodique}$$

$$\begin{aligned} r &= \frac{-\frac{w_0}{2} \pm i \sqrt{|\Delta|}}{2} = \frac{-\frac{w_0}{2} \pm i \sqrt{4w_0^2 \left(1 - \frac{1}{4a^2}\right)}}{2} \\ &= \underbrace{\frac{-w_0}{2a}}_{-\lambda} \pm i \underbrace{w_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4a^2}}}_{\Omega} \end{aligned}$$

à $t=0$, $u_c(0) = 0 \Leftrightarrow A + E = 0 \Leftrightarrow A = -E$

$$\frac{du_c}{dt} = -\lambda \exp(-\lambda t) \left\{ -E \cos(\Omega t) + B \sin(\Omega t) \right\} + \exp(-\lambda t) \left\{ \Omega E \sin(\Omega t) + B \Omega \cos(\Omega t) \right\}$$

$$\left. \frac{du_c}{dt} \right|_{t=0} = 0 = +\lambda E + B \Omega \Leftrightarrow B = \frac{-\lambda E}{\Omega}$$

car $i = \frac{du_c}{dt} = 0$ à $t=0$

Av Anal

$$u_c(t) = -E \exp(-\lambda t) \left\{ \cos(\Omega t) + \frac{\lambda}{\Omega} \sin(\Omega t) \right\} + E$$

$$\boxed{20} \quad \underline{z_{eq}} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

$$\underline{z_T} = \frac{1 + j\omega RC + (j\omega)(LC)^2}{j\omega C}$$

$$\boxed{21} \quad \underline{e} = \bar{E}_0 \exp(j\omega t)$$

$$\underline{i} = \underline{I}_0 \exp(j\omega t) \quad \text{avec } \underline{I}_0 = I_0 \exp(j\varphi)$$

$$\boxed{22} \quad \underline{e} = \underline{z_{eq}} \underline{i} \quad \text{d'où } \underline{i} = \frac{\underline{e}}{\underline{z_{eq}}}$$

$$\underline{I}_0 \exp(j\omega t) = \frac{\bar{E}_0 \exp(j\omega t)}{R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}$$

$$I_0 = |\underline{I}_0| = \frac{\bar{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

$\boxed{23}$ I_0 est maximale si le dénominateur est minimal, ce qui est vraie si $R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2$ est minimal

Comme $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 \geq 0$, le minimum est atteint en en 0 :

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC}$$

donc le minimum est atteint en $\omega = \omega_0$

$$I_0(\omega = \omega_0) = \frac{\bar{E}_0}{R}$$

24) $t = \frac{L}{C}$

A.N. $t = \frac{800 \times 10^4 \times 10^3}{3 \times 10^8}$

$t \approx 10^3 \rightarrow$ (320 min)

la réception du signal n'est pas instantanée.

25) taille en octet d'une image

$$4 \times 10^3 = 4 \times 10^3 \times \frac{32}{8} = 32 \text{ Ko}$$

26) Une vidéo de 1 s prise
32x24 Ko

il faut une durée $\Delta t = 32 \times 24 / 0,25$
pour la recevoir sur Terre

$$\Delta t = 32 \times 24 \times 4 \approx 3200 \text{ s} \approx 1 \text{ h}$$

Il faut donc plus d'une 1 h pour envoyer une vidéo de 1 s. (L'affichage en temps réel n'est pas possible !)

27) $P = \sqrt{\frac{F}{2 \rho S}}$

F est la poussée, ici $F = mg$
S est la surface $S = \pi R^2$
 ρ est la densité martienne

$$\rho = \frac{\rho_{\text{terre}}}{100} \approx 2 \times 10^3 \text{ kg. m}^{-3}$$

A.N. $P = \left(\frac{(2,8 \times 3,7)^3}{2 \times 10^{-2} \times 3,14 \times (0,6)^2} \right)^{1/2} \times 10^2$

$$P = \left(\frac{1}{10^4}\right)^{1/2} = 10^2 \text{ W}$$

On retrouve l'ordre de grandeur des données

$$Q28 \quad \omega = 2400 \text{ tr/min} \times \frac{2\pi}{60}$$

$$\text{A.N. } \omega = 2400 \times \frac{6}{60} = 240 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \text{ au minimum}$$

$$\text{et } \omega = 290 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \text{ au maximum}$$

en bout de pale

$$v = \omega r = 0,6 \times 240 = 134 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$Q29 \quad J_{\text{héli}} = 2J = \frac{2 m R^2}{12} = \frac{m R^2}{6}$$

$$\text{A.N. } J_{\text{héli}} = \frac{0,2 \times (0,6)^2}{6} = \frac{0,1 \times 6^2 \times 10^{-2}}{6}$$

$$J_h = 6 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$L = J \omega = 6 \times 10^{-3} \times 240$$

$$\text{A.N. } L = 1440 \times 10^{-3} = 1,44 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

Q31

systh : $\Sigma = \{ \text{hélicoptère} + \text{hélic} \}$

B.A.T.F : • poids \rightarrow pas de moment
sur l'axe

Théorème du moment cinétique

$$\frac{dL_\Sigma}{dt} = 0 \Leftrightarrow L_\Sigma = c^{\text{ste}}$$

$$\text{or } L_{\text{hélic}} > 0 \Rightarrow L_{\text{hélicoptère}} < 0$$

L'hélicoptère tourne en sens contraire des hélices !

Q32

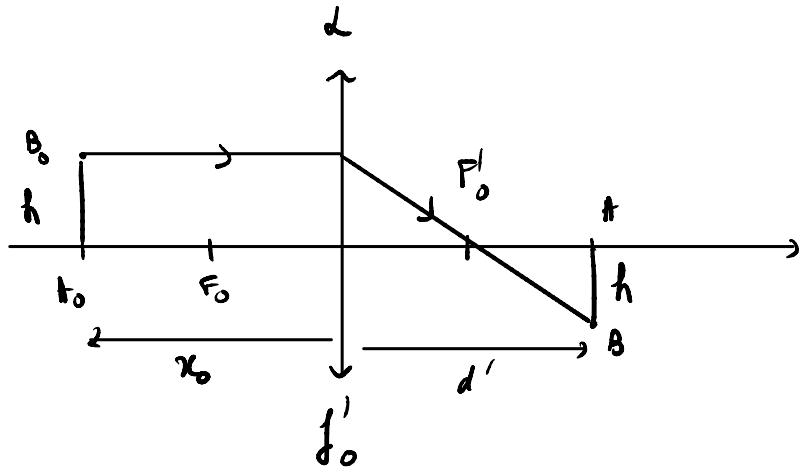
L'hélice contre-rotative a un moment cinétique opposé à l'hélice principale.

Q33

Ainsi, la conservation du moment cinétique est assurée sans que l'hélicoptère n'entre en rotation. (hélice que qu'on se souvient des hélicoptères terrestres)

Exercice 3. APM.

34



D'après la Relation de conjugaison de Descartes (RCD)

$$\frac{1}{f_0} = \frac{1}{d'} - \frac{1}{x_0} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{d'} = \frac{1}{f_0} + \frac{1}{x_0}$$

$$d' = \frac{x_0 f_0}{x_0 + f_0}$$

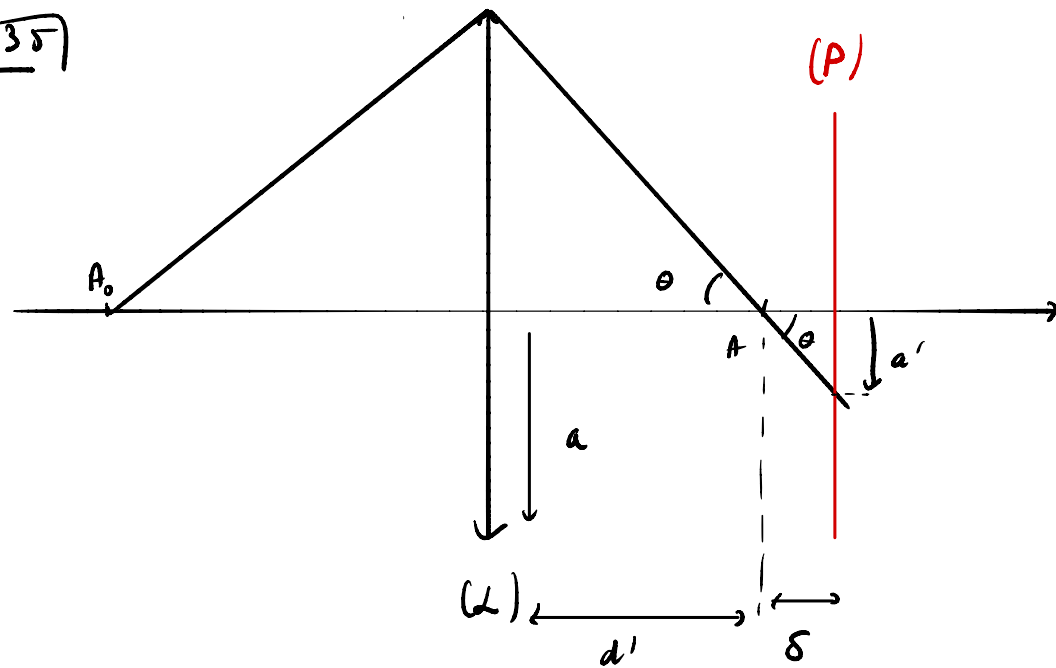
A.N. $d' = \frac{-2 \times 0,2}{-2 + 0,2} = \frac{+0,2}{+1,8} \approx 0,1 \text{ m}$

D'après la relation de grandissement:

$$\frac{h'}{h} = \frac{d'}{x_0} \Rightarrow h' = \frac{d'}{x_0} h$$

A.N. $h' = \frac{0,2}{-2} \times 0,2 = -5 \times 10^{-3} \text{ m}$

35



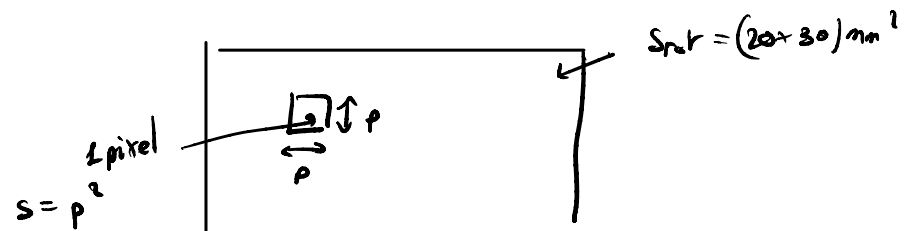
(schéma symétrique haut-bas non représenté).

$$\tan(\theta) = \frac{a}{d'} = \frac{a'}{\delta} \quad \text{d'où} \quad a' = a \frac{\delta}{d'}$$

A.N. $a' = \frac{0,05 \times 5 \times 10^{-2}}{0,2}$

$a' = 25 \times 10^{-4} \text{ m} \approx 2,5 \text{ mm}$

36



$$S_{\text{pixel}} = \frac{S_{\text{tot}}}{6 \times 10^6} = \frac{70 \times 30}{6 \times 10^6} = 10^{-4} \text{ mm}^2$$

$$\text{soit } p = \sqrt{S_{\text{pixel}}} = 10^{-2} \text{ mm}$$

Pour que l'image soit nette, l'image d'un point doit être contenu dans un pixel, donc

$$a' \leq p$$

$$\text{soit } \frac{a \delta}{d'} < p$$

$$\text{A.N. } \delta < p \frac{d'}{a} = \frac{10^{-2} \times 0,1 \text{ m}}{5 \times 10^{-2} \text{ m}} = 10^{-4}$$

$$\delta < 2 \times 10^{-5} \text{ m}$$

R_g : le plan doit être placé très près (pour un objet proche).

37

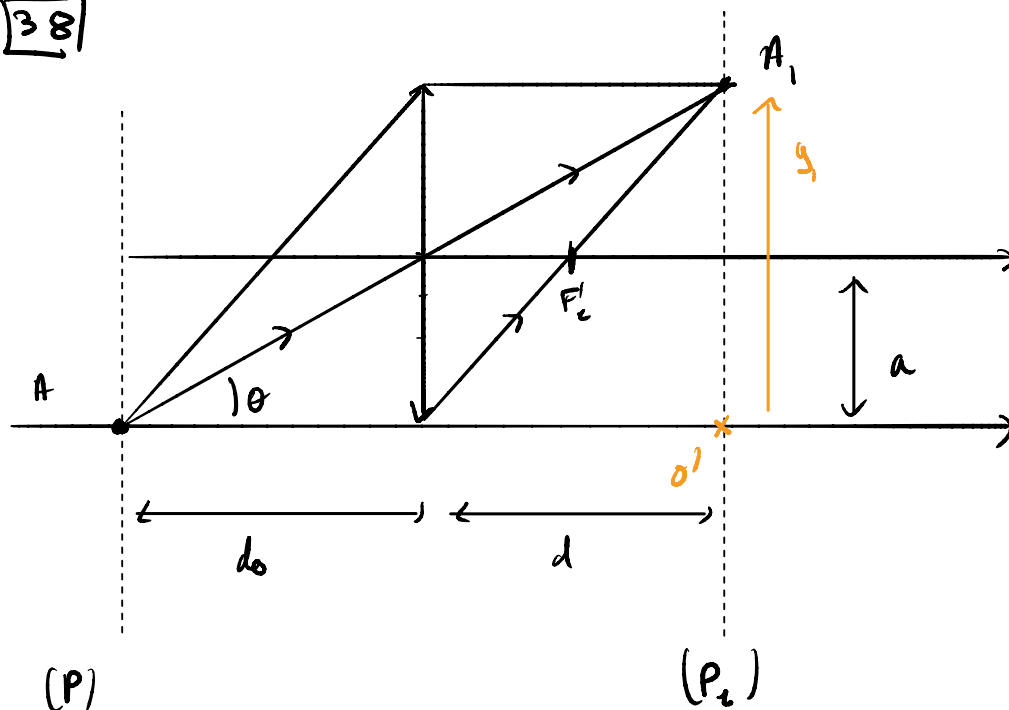
Un objet situé des (P) forme son image des (P₁) -

D'après la RCD

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} = \frac{1}{f_c}$$

$$\text{d'où } d = \frac{f_c d_0}{f_c - d_0}$$

38

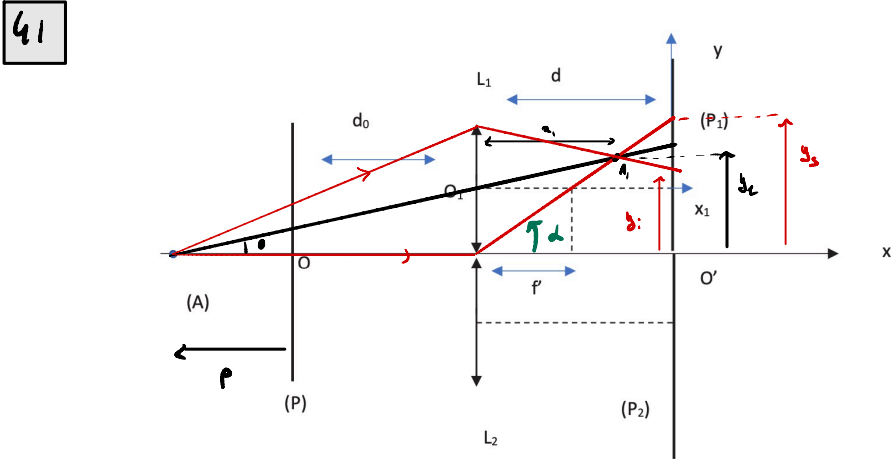


$$\boxed{39} \quad \tan(\theta) = \frac{y_1}{d_0 + d} = \frac{a}{d_0}$$

$$\text{d'où} \quad y_1 = a \frac{d_0 + d}{d_0} = a \left(1 + \frac{d}{d_0} \right)$$

$$\text{de même} \quad y_2 = -a \left(1 + \frac{d}{d_0} \right) \quad (\text{par géométrie})$$

$$\boxed{40} \quad \Delta\phi_0 = y_1 - y_2 = 2a \left(1 + \frac{d}{d_0} \right)$$



$$\tan(\theta) = \frac{y_2}{d_0 + x_1 - p} = \frac{a}{d_0 - p}$$

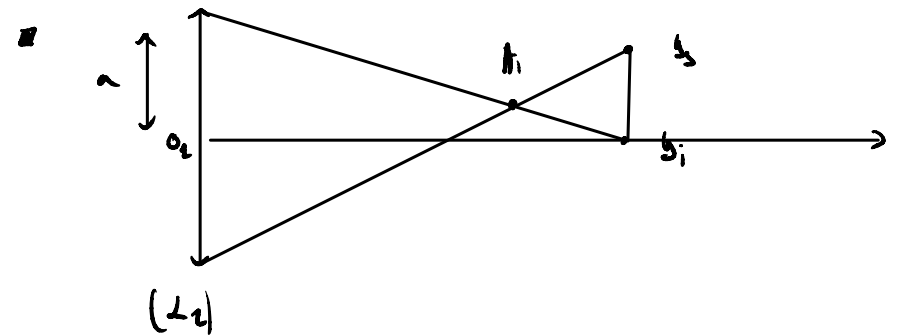
$$\text{d'où} \quad y_2 = a \frac{d_0 + x_1 - p}{d_0 - p}$$

$$y_2 = a \left(1 + \frac{x_1}{d_0 - p} \right)$$

$\boxed{42}$ • soit en rouge sur la figure précédente

$$\boxed{43} \quad \tan(\alpha) = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_2}{d}$$

$$\text{d'où} \quad y_2 = d \frac{y_1}{x_1}$$



Théorème de Thalès :

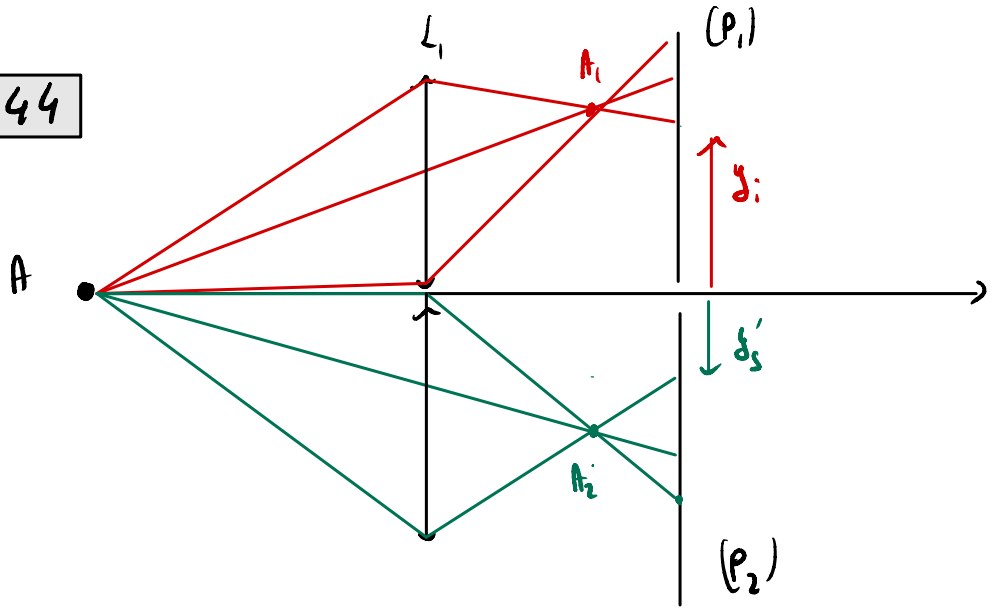
$$\frac{2a}{y_2 - y_1} = \frac{x_1}{d - x_1}$$

$$2a(d - x_1) - x_1 y_2 = -x_1 y_1$$

$$\text{d'où} \quad y_1 = y_2 - 2a \frac{(d - x_1)}{x_1}$$

$$d'_{oi} \quad y_i = \frac{d y_1}{x_1} + 2a \left(1 - \frac{d}{x_1} \right)$$

44



Par symétrie du problème

$$y_2' = -y_1$$

$$\Delta \phi = y_2 + y_1 = 2d \frac{y_1}{x_1} + 2a \left(1 - \frac{d}{x_1} \right)$$

$$\Delta \phi = \frac{2d}{x_1} a \left(1 + \frac{x_1}{d_0 - p} \right) + 2a \left(1 - \frac{d}{x_1} \right)$$

$$\Delta \phi = \frac{2ad}{x_1} + \frac{2ad}{d_0 - p} + 2a - \frac{2ad}{x_1}$$

$$\Delta \phi = 2a \left(1 + \frac{d}{d_0 - p} \right)$$

45

$$\text{si } p = 0$$

$$\Delta \phi = 2a \left(1 + \frac{d}{d_0} \right) = \Delta \phi_0 \quad (\text{cf 240})$$

$$\Delta^2 \phi = \Delta \phi - \Delta \phi_0$$

$$= 2a \left(1 + \frac{d}{d_0 - p} \right) - 2a \left(1 + \frac{d}{d_0} \right)$$

$$= 2a \left(\frac{d}{d_0 - p} - \frac{d}{d_0} \right)$$

$$= 2a \frac{d d_0 - d (d_0 - p)}{d_0 (d_0 - p)}$$

$$\Delta^2 \phi = \frac{2a}{d_0} \frac{d p}{d_0 - p}$$

46

$$\Delta^2 \phi (d_0 - p) = p \frac{2a d}{d_0}$$

$$p \left(\frac{2a d}{d_0} + \Delta^2 \phi \right) = \Delta^2 \phi d_0$$

$$p = \frac{\Delta^2 \phi d_0}{\frac{2a d}{d_0} + \Delta^2 \phi}$$

47

vue de côté

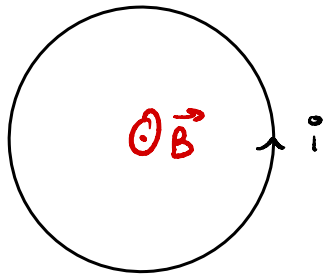
$i \otimes B_z$



d'après la règle de la main droite

$i \otimes$

vue de face



$$\vec{B} = B \vec{x}_1$$

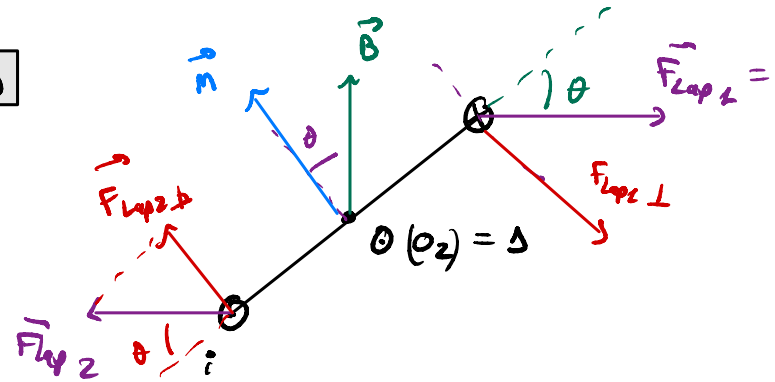
Le moment magnétique \vec{m} va s'aligner avec le champ magnétique extérieur par le couple des forces de Laplace $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$.

48 • $\vec{m}_{\text{spine}} = i a b \vec{n}$ où \vec{n} est un vecteur normal à la spine

• à un aimant on associe aussi un moment \vec{m} car les lignes de champ sont similaires à celle d'une spine

• ou g : $\|\vec{m}\| \approx 1 \text{ A m}^2$

49



Seules les forces de Laplace sur les branches droites et bases sont susceptibles de faire tourner la spine autour de Δ .

Γ_1 : moment de $\vec{F}_{\text{Lap}2}$ sur Δ

Γ_2 : $\vec{F}_{\text{Lap}1}$

$$\Gamma_1 = -\|\vec{F}_{\text{Lap}2}\| \times \frac{b}{2} \sin(\theta) = -i a B \frac{b}{2} \sin(\theta)$$

$$\Gamma_2 = -\|\vec{F}_{\text{Lap}1}\| \times \frac{b}{2} \sin(\theta) = -i a B \frac{b}{2} \sin(\theta)$$

d'où le couple total

$$\Gamma_D = \Gamma_1 + \Gamma_2 = -i a b B \sin \theta$$

$$\Gamma_D = -i a b B \sin \theta$$

$\underbrace{a}_{\|\vec{m}\|} \underbrace{b}_{\|\vec{B}\|} \underbrace{\sin \theta}_{\text{angle entre } \vec{m} \text{ et } \vec{B}}$

$$\Gamma_D = (\vec{m} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{u}_D$$

avec \vec{u}_D un vecteur unitaire de l'axe

Δ .

Nous avons redémontré la formule de Courant.