Devoir surveillé 8 de Physique-Chimie
TSI1

Thème(s) : tous
Durée : 4 heures

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un **stylo noir ou bleu foncé non effaçable** pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats ;
- Ne pas utiliser de **correcteur** ;
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition ;
- Remplir sur chaque copie en MAJUSCULES toutes vos informations d'identification : nom, prénom ;
- Les applications numériques seront faites avec un nombre adapté de chiffres significatifs.

Les calculatrice sont **interdites**.

Le sujet est composé de **3 parties** qui peuvent être traitées indépendamment. Si besoin, le candidat pourra admettre le résultat d'une question et l'utiliser dans les questions suivantes.

Introduction

Toutes les données nécessaires à la résolution de ce devoir sont fournies en fin de sujet, notamment les données physiques et chimiques ainsi que certaines formules utiles.

Une aide au calcul est également fournie en fin de sujet.

Exercice 1 : connaissances de cours

Ce premier exercice est un exercice de connaissances de cours, toutes les questions sont indépendantes les unes des autres et traite d'une vaste gamme de thèmes abordés en physique et en chimie du programme de TSI.

Quelques formules

Q1. Donner la forme de l'expression d'une onde progressive sinusoïdale (ou harmonique ou monochromatique) se propageant selon les x croissants.

Q2. Faire un schéma représentant la base polaire. Donner le déplacement élémentaire, le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ ainsi que la vitesse $\overrightarrow{v}$ en coordonnées polaires. Montrer que l'accélération dans la base polaire est donnée par la relation $\overrightarrow{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\overrightarrow{e_r} + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\overrightarrow{e_\theta}$.

Q3. Donner la loi de la réfraction de *Snell-Descartes*. Faire un schéma représentant la situation et définir les grandeurs utiles.

Q4. Donner l'expression de la poussée d'Archimède. La représenter sur un schéma pour définir toutes les grandeurs utiles.

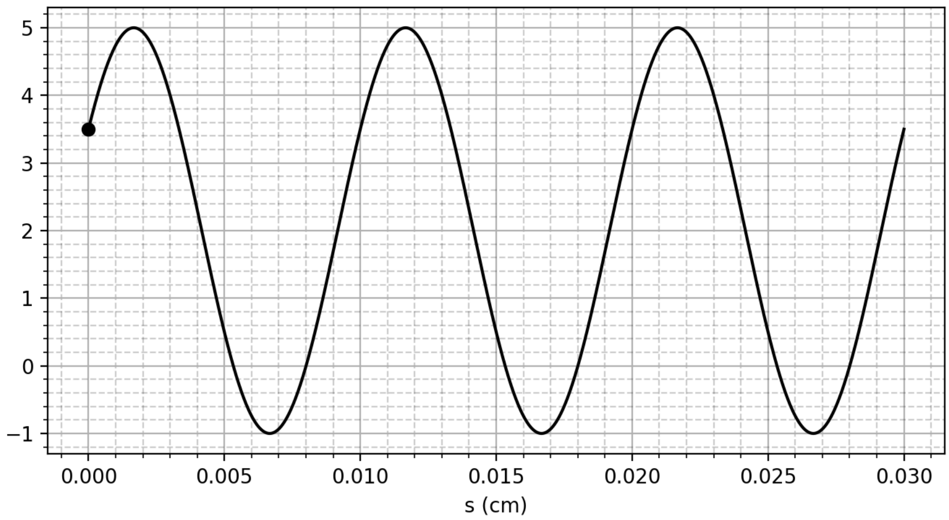
Q5. Donner la définition de quotient de réaction Q_r. Quelle est son lien avec la constante d'équilibre $K°$. Définir l'activité d'un gaz, d'un liquide, d'un solide et d'une espèce dissoute. Préciser la définition de la pression partielle ainsi que les valeurs des grandeurs standards.

Q6. Donner la loi des gaz parfait. Préciser la signification de chaque terme et donner son unité.

Q7. Donner la loi d'Arrhenius. Préciser la signification de chaque terme.

Applications directes

Q8. Lecture graphique : donner la période, la fréquence, l'amplitude, la valeur moyenne et la phase à l'origine du signal proposé sur la figure ci-dessous.



Propagation d'une onde progressive sinusoïdale.
Donnée : la valeur à l'origine : $s(t=0) = s_0 = 3{,}5\,\text{cm}$.

Q9. Tracer le diagramme de phase $(p-T)$. Indiquer les points particuliers (point triple T et critique C). Indiquer dans chaque zone dans quel état se situe la matière.

Q10. pH d'une solution.

On prépare un bécher avec initialement une concentration apportée $c_1 = 2 \times 10^{-3}\,\text{mol}\,\text{L}^{-1}$ en acide éthanoïque (CH_3COOH) et une concentration apportée $c_2 = 2 \times 10^{-2}\,\text{mol}\,\text{L}^{-1}$ en ammoniac (NH_3).

10.1. Déterminer la réaction qui se produit dans le bécher. Cette réaction est-elle favorisée ?

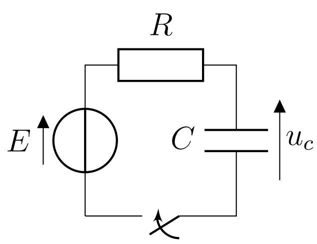
10.2. Déterminer l'expression puis la valeur de la constante d'équilibre K° de cette réaction. Commenter la valeur obtenue.

10.3. Déterminer les quantités de matière des espèces chimiques présentes dans le bécher à l'équilibre.

10.4. En déduire le pH de la solution à l'équilibre.

Q11. Circuit électrique.

On considère le circuit électrique suivant :



Initialement le condensateur est déchargé et l'interrupteur est ouvert. À l'instant $t = 0$, nous fermons l'interrupteur. La source de tension est idéale et délivre une tension constante E.

11.1. Donner la valeur de la tension aux bornes du condensateur juste après la fermeture de l'interrupteur $t = 0$: $u_c(0^+)$.

11.2. Donner la valeur de la tension aux bornes du condensateur quand $t \to \infty$: $u_c(\infty)$.

11.3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur $u_c(t)$.

11.4. La résoudre. Tracer la solution $u_c(t)$ en fonction du temps t.

11.5. Indiquer les branchements à effectuer pour mesurer la tension aux bornes du condensateur sur la voie 1 de l'oscilloscope et la tension du générateur sur la voie 2. Peut-on échanger les places de la résistance et du condensateur dans le circuit ? Justifier la réponse.

Exercice 2 : pile à combustible et électrolyse sur Mars

d'après CCINP TSI 2023

Mars Oxygen ISRU Experiment, littéralement "expérience d'utilisation in situ des ressources en oxygène de Mars ", ou MOXIE, est un instrument du rover Perseverance. Il est destiné à démontrer la faisabilité de la production de dioxygène sur Mars par électrolyse à oxyde solide, appelée SOEC en anglais, du dioxyde de carbone qui constitue 95 % de l'atmosphère martienne.

Le 20 avril 2021, MOXIE a produit un total de 5,4 g de dioxygène en une heure, ce qui peut permettre à un astronaute de respirer normalement pendant une dizaine de minutes. MOXIE aspire, compresse et chauffe les gaz atmosphériques martiens au travers d'un filtre, d'un compresseur à spirale et d'éléments chauffants isolés thermiquement, puis scinde le dioxyde de carbone CO_2 en dioxygène O_2 et monoxyde de carbone CO par électrolyse à oxyde solide.

Une SOEC présente le fonctionnement inverse d'une pile à combustible à oxyde solide, appelée SOFC.

Nous commencerons par l'étude d'une pile électrochimique classique pour comprendre le principe de fonctionnement de la pile à combustible, puis du module d'électrolyse MOXIE.

La pile classique considérée est constituée de demi-piles séparées par un pont salin : une électrode de zinc solide plongeant dans une solution ionique contenant les ions $Zn^{2+}{}_{(aq)}$ et une électrode de cuivre solide plongeant dans une solution ionique contenant les ions $Cu^{2+}{}_{(aq)}$.

Q12. Réaliser un schéma de la pile électrochimique classique précédente.

Q13. Écrire les demi-équations se produisant à l'anode et à la cathode en précisant à chaque fois s'il s'agit d'une oxydation ou d'une réduction.

Q14. Indiquer le sens de circulation et la nature des porteurs de charge dans les fils électriques.

Q15. Quelle est la nature des porteurs de charge dans le pont salin ? Préciser le rôle de ce pont.

La pile à combustible considérée est alimentée en dihydrogène gazeux $H_{2(g)}$ et dioxygène gazeux $O_{2(g)}$. Les couples oxydo-réducteurs sont : $H^+{}_{(aq)}/H_{2(g)}$ et $O_{2(g)}/H_2O_{(l)}$.

Le cœur de la pile est composé de deux électrodes, l'anode et la cathode, séparées par un électrolyte.

Q16. Le réactif oxydé est appelé le combustible de la pile. Parmi les espèces chimiques présentes dans les couples, laquelle constitue le combustible ?

Q17. Écrire les deux demi-équations d'oxydoréduction.

Q18. Écrire les formules de Nernst associées à ces deux couples (on considérera un fonctionnement à la température ambiante de 298 K).

Q19. Déterminer l'expression de la force électromotrice de cette pile.

Une variante de la pile à combustible étudiée ci-dessus est une pile à oxydes solides (SOFC en anglais), dans laquelle les ions oxyde O^{2-} migrent de la cathode alimentée en air vers l'anode alimentée en dihydrogène et où l'eau est produite. Une telle pile à combustible de type SOFC utilise comme oxyde solide la zircone stabilisée à l'yttrium (YZS en anglais) correspondant à une substitution partielle d'ion zirconium par des ions yttrium dans l'oxyde ZrO_2.

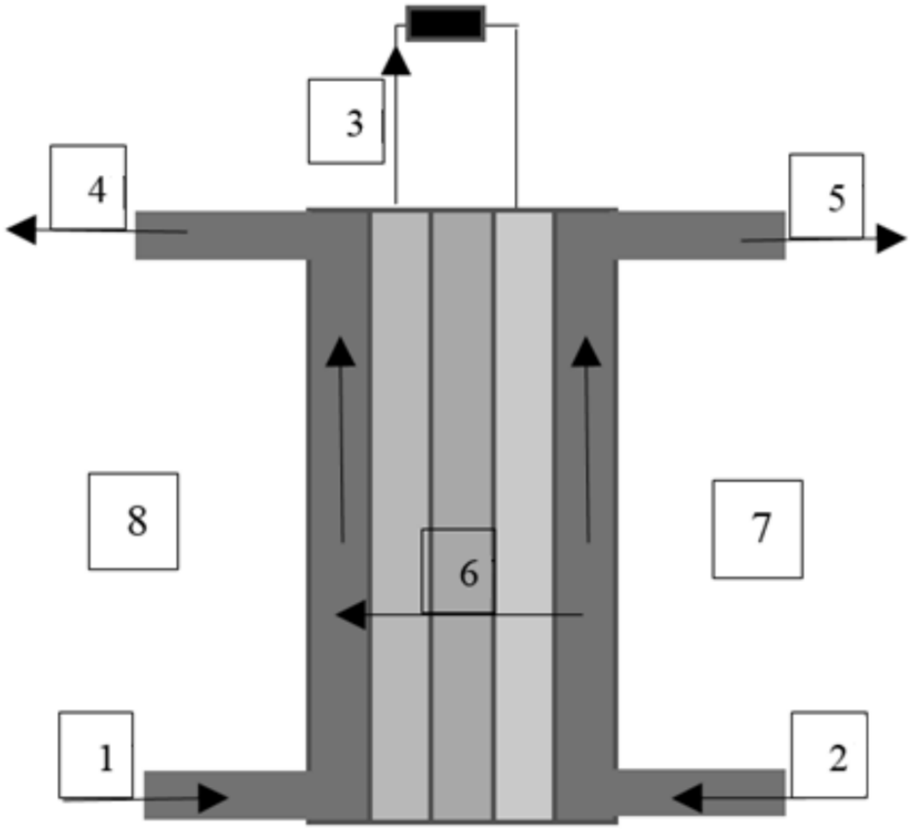


FIGURE 1 – Schéma de la pile à combustible SOFC

Q20. Établir la correspondance entre les huit numéros du schéma de la figure 1 et la liste suivante : $H_{2(g)}$, air (dont $O_{2(g)}$), O^{2-}, électrons, anode, cathode, $H_2O_{(l)}$ + $H_{2(g)}$, air appauvri.

Q21. La cathode constitue-t-elle le pôle positif ou négatif ? Justifier.

Dans un véhicule motorisé fonctionnant grâce à une pile à combustible, on estime à 1,5 kg la masse de dihydrogène nécessaire pour parcourir 250 km.

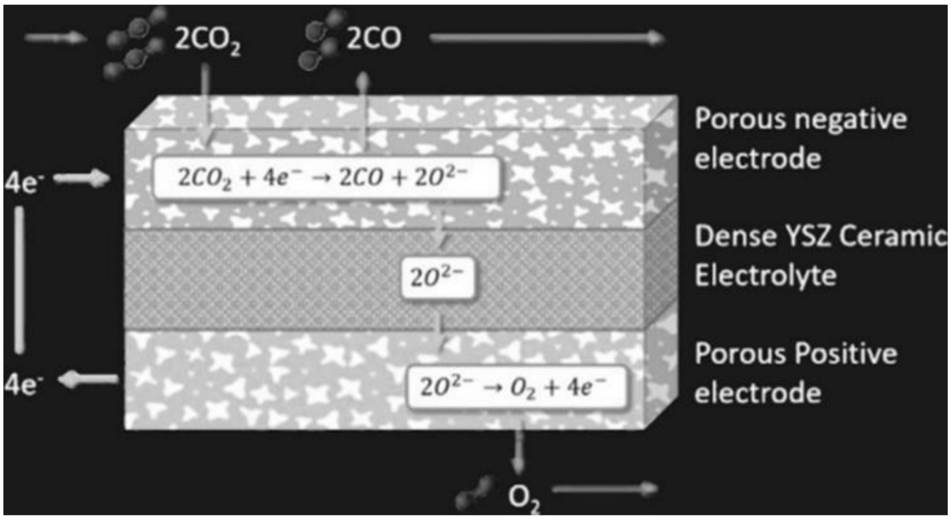
Q22. En considérant le dihydrogène comme un gaz parfait, calculer la quantité de matière de dihydrogène correspondant à cette masse, puis le volume occupé par cette quantité de gaz à 20 °C sous pression atmosphérique ($p_{\text{atm}} = 1 \times 10^5$ Pa). Commenter la valeur obtenue.

Il est à noter qu'aucune connaissance sur l'électrolyse n'est nécessaire pour répondre aux questions suivantes. On considère maintenant l'électrolyse de l'eau $H_2O_{(l)}$ qui correspond à la réaction inverse, c'est-à dire à la formation par voie électrochimique d'$H_{2(g)}$, ainsi que d'$O_{2(g)}$, par l'application d'un courant électrique au travers de deux électrodes séparées par un électrolyte.

Q23. Donner l'équation de la réaction d'électrolyse de l'eau.

Q24. À partir du document 1, écrire l'équation de la réaction bilan de l'électrolyseur utilisant le CO_2 de l'atmosphère martienne.

Document 1 - MOXIE



Où YSZ désigne l'oxyde de zircone stabilisé à l'yttrium (substitution partielle d'ions zirconium par des ions yttrium dans l'oxyde ZrO_2)

Source : Meyen, FE, Hecht, MH et Hoffman, JA (2016). Modèle thermodynamique de l'expérience ISRU sur l'oxygène de Mars (MOXIE). Acta Astronautica.

Q25. Dans quel but l'électrolyse du dioxyde de carbone peut-elle être mise en œuvre sur Mars ou dans la station spatiale internationale ?

Exercice 3 : modélisation d'une suspension de véhicule

Sur un véhicule, les suspensions ont de multiples fonctions. Elles servent notamment :

- à améliorer le confort des occupants ;
- à améliorer la tenue de route en maintenant le contact entre les roues et le sol malgré ses irrégularités (amélioration de la sécurité) ;
- à diminuer l'effet, sur l'ensemble des organes mécaniques, des vibrations et impacts dus aux irrégularités de la route (diminution de l'usure et du risque de rupture).

Il existe différents types de suspensions et, dans ce problème, nous nous intéresserons à un type très répandu : les suspensions à ressorts. De manière simplifiée, ces suspensions se composent d'un ressort qui assure la liaison entre les roues (masses non suspendues) et la caisse (masse suspendue) et d'un système d'amortissement.

Le but de ce problème est d'étudier certaines caractéristiques des suspensions à ressort. En particulier, nous étudierons les mouvements verticaux du véhicule dans différentes situations : véhicule non amorti, véhicule amorti en régime libre, véhicule se déplaçant sur un sol non plat...

Pour l'ensemble du problème, le référentiel d'étude est le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

Le véhicule est soumis au champ de pesanteur terrestre $\overrightarrow{g}$.

Données :

⇝ champ de pesanteur : $g = ||\overrightarrow{g}|| = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

Hypothèses : tout au long du problème, on considèrera que :

⇝ l'extrémité supérieure du ressort est en contact avec le véhicule et l'extrémité inférieure du ressort est reliée à une roue qui se trouve en contact avec le sol ;

⇝ la roue reste en contact avec le sol à tout instant ;

⇝ les dimensions de la roue sont telles qu'on la suppose ponctuelle de sorte qu'elle suit parfaitement le profil de la route, y compris lorsque le sol n'est pas plat.

Suspension sans amortissement

Le véhicule à vide (masse suspendue) est assimilé à une masse $m = 1{,}0 \times 10^3\,\mathrm{kg}$.

La suspension est constituée d'un ressort de masse négligrable, de raideur $k = 1{,}0 \times 10^5\,\mathrm{N\,m^{-1}}$ et de longueur au repos ℓ_0.

Dans cette première partie on néglige tout amortissement. On ne s'intéresse qu'au mouvement de translation vertical du véhicule. La position du véhicule est repérée par sa coordonnée $z(t)$, l'axe Oz étant ascendant vertical et muni d'un vecteur unitaire $\overrightarrow{u_z}$ (voir figure 2)

$z(t)$ représente la coordonnée de l'extrémité supérieur du ressort.

À l'équilibre, en l'absence de tout mouvement vertical, la positon du véhicule est repérée par sa coordonnée z_e.

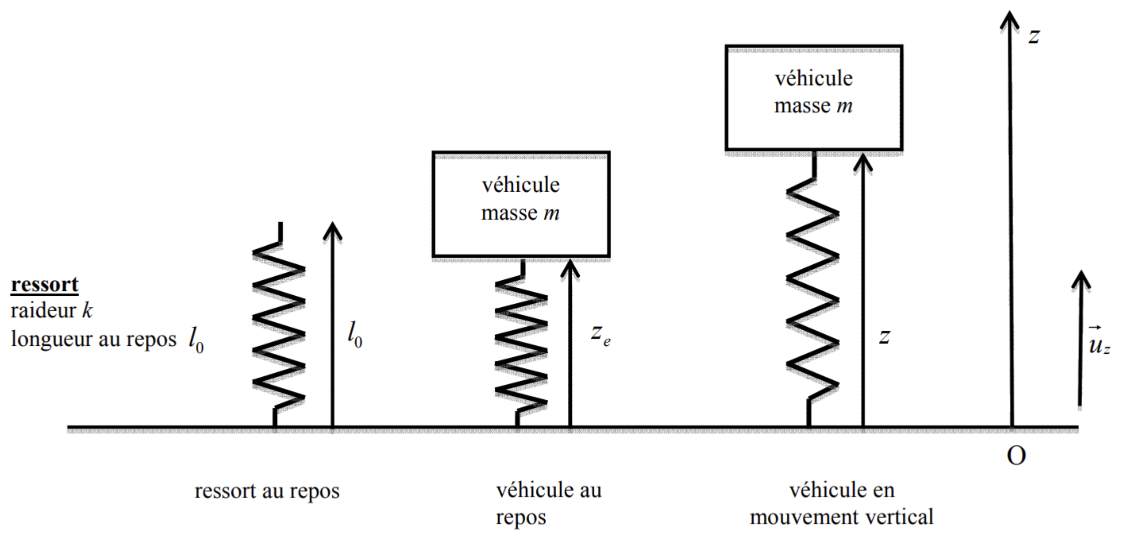


FIGURE 2 – suspension sans amortissement

Q26. Faire le bilan des forces auxquelles le véhicule est soumis lorsqu'il est hors d'équilibre. On détaillera clairement chaque force en indiquant sa direction, son sens et sa norme.

Q27. En appliquant le principe d'inertie (première loi de Newton), écrire la relation (qu'on notera équation (1)) entre ces différentes forces lorsque le véhicule est à l'équilibre. En déduire l'expression de la côte z_e à l'équilibre en fonction de m, g, k et ℓ_0.

Q28. En appliquant le principe fondamental de la dynamique (deuxième loi de Newton) au véhicule lorsqu'il est hors équilibre, déterminer l'équation différentielle (qu'on notera équation (2)) vérifiée par $z(t)$. L'équation (2) reliera les grandeurs z_e, k, m et $z(t)$ et ses dérivées temporelles.

Q29. Donner la solution générale de l'équation (2). Déterminer les expressions littérales de la pulsation propre ω_0 et de la période propre T_0 de la suspension en fonction de k et m. Déterminer les valeurs numériques de ω_0 et T_0.

Q30. On suppose qu'un opérateur appuis sur le véhicule et l'amène dans une position repérée par la côte z_0 avec $z_0 < z_e$. À un instant $t = 0$, choisi comme origine du temps, le véhicule est lâché sans vitesse initiale. Déterminer la solution $z(t)$ de l'équation (2) en prenant en compte les conditions initiales précédentes.

Exprimer $z(t)$ en fonction de t, z_e, ω_0 et z_0.

Q31. Tracer l'allure de $z(t)$ et faire apparaître sur le graphique les cotes minimale z_{min}, maximale z_{max} et moyenne z_{moy} ainsi que la période propre T_0. Donner les expressions des côtes minimale z_{min}, maximale z_{max} et moyenne z_{moy} en fonction de z_e et z_0.

Suspension avec amortissement

On suppose dans cette partie que la suspension décrite dans la partie précédente comporte maintenant un dispositif qui exerce, sur le véhicule de masse m, une force d'amortissement visqueux donnée par $\overrightarrow{F} = -h\overrightarrow{v}$, où $\vec{v}$ représente la vitesse verticale du véhicule par rapport à la roue et h un coefficient appelé coefficient de frottement fluide.

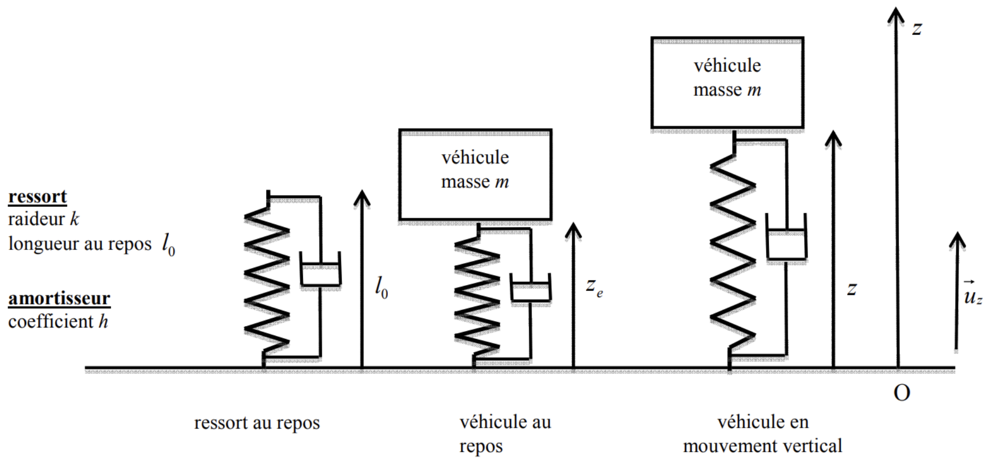


FIGURE 3 – suspension avec amortissement

Q32. Quelle est l'unité de h dans le système international ?

Q33. Faire le bilan des forces appliquées au véhicule hors d'équilibre. On détaillera clairement chaque force en indiquant sa direction, son sens et sa norme. Écrire la relation entre ces différentes forces lorsque le véhicule est à l'équilibre.

Q34. En appliquant le principe fondamental de la dynamique (deuxième loi de Newton) au véhicule hors d'équilibre, déterminer l'équation différentielle vérifiée par la coordonnée $z(t)$ au cours du temps. L'équation reliera les différentes grandeurs z_e, k, h, m, $z(t)$ et ses dérivées temporelles.

Q35. Écrire les conditions portant sur les paramètres m, k et h pour que la suspension se trouve respectivement dans les régimes pseudopériodique, critique et apériodique.

Q36. Véhicule en charge et vieillissement

36.1. Si l'amortissement est tel que la suspension se trouve en régime critique lorsque le véhicule est à vide, dans quel régime se trouve-t-il lorsque le véhicule est en charge ? Justifier qualitativement la réponse.

36.2. Dès lors, comment choisir la valeur de l'amortissement pour que le véhicule ne soit pas en régime pseudo-périodique même lorsqu'il est en charge ? Justifier qualitativement la réponse.

Le véhicule se déplace maintenant sur un sol non plat. La position vertical du point bas de la suspension (roue) est repérée par la variable $z_s(t)$ (voir figure 4). Il est rappelé que, par hypothèse, la roue est considérée comme ponctuelle à tout instant en contact avec le sol.

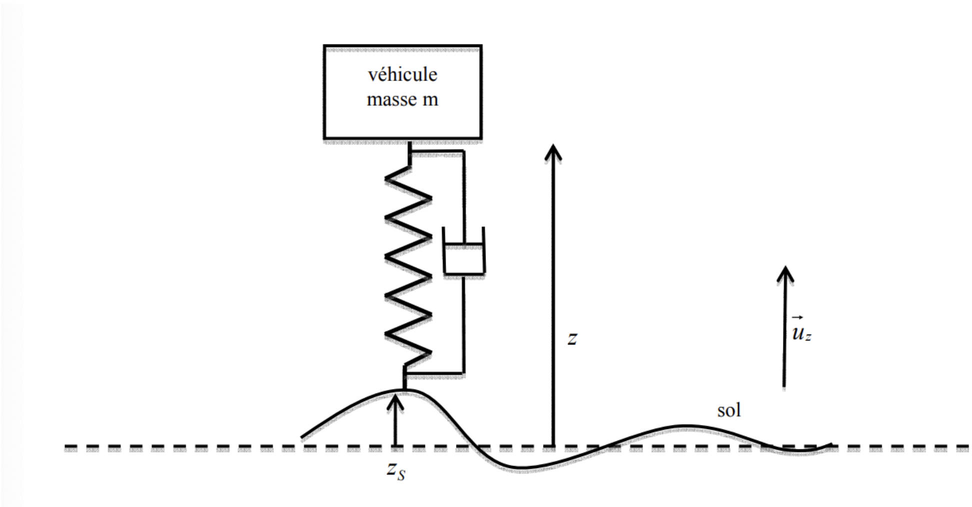


FIGURE 4 – véhicule sur un sol non plat de profil quelconque

Q37. Nous nous placerons pour cette question dans le cas particulier où le véhicule se déplace sur une route telle que :

- pour $t < t_1$: $z_s(t) = z_1$ où z_1,est une constante positive et $t_1 > 0$;
- pour $t < t_1$: $z_s(t) = 0$.

Pour illustrer la situation, on pourra imaginer qu'à l'instant t_1 le véhicule descend d'un trottoir de hauteur z_1 et rejoint une route plane et horizontale de côte nulle.

On considère que, pour $t < t_1$, la côte $z(t)$ du véhicule est constante, c'est-à-dire que le véhicule se déplace en régime permanent.

37.1. Donner l'allure de $z(t)$ pour t variant entre 0 et $t \gg t_1$, lorsque la suspension est en régime pseudo-périodique.

37.2. Donner l'allure de $z(t)$ pour t variant entre 0 et $t \gg t_1$, lorsque la suspension est en régime apériodique.

On précisera clairement sur chaque graphique la valeur de z pour $0 < t < t_1$ et la valeur de z pour $t \to \infty$.

Régime forcé

Dans cette partie, le véhicule se déplace horizontalement avec un vitesse constante v_1. Il est rappelé que, par hypothèse, la roue est considérée comme ponctuelle et reste à tout instant en contact avec le sol.

Ici encore la position verticale du point bas de la suspension (roue) est repéré par la variable $z_s(t)$ (figure 5).

Dans cette partie, le véhicule se déplace sur un sol ondulé horizontal sinusoïdal. On a donc $z_s(t) = z_{s_0}\cos(\omega t)$.

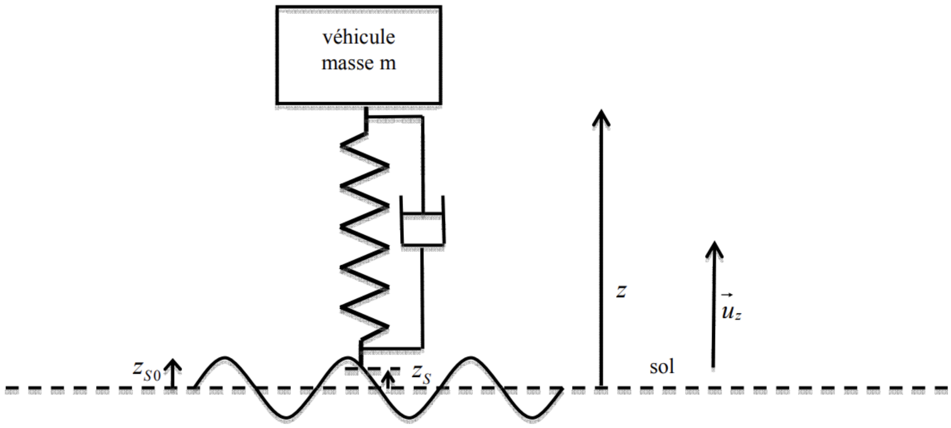


FIGURE 5 – régime forcé

La suspension comporte un dispositif d'amortissement visqueux ; son action sur le véhicule est modélisée par la force $\overrightarrow{F} = -h\overrightarrow{v}$, où $\overrightarrow{v}$ représente la vitesse relative de deux extrémités de l'amortisseur et h le coefficient de frottement fluide.

On a donc :

$$\overrightarrow{F} = -h\left(\dot{z} - \dot{z}_s\right)\overrightarrow{u_z}$$

Q38. Déterminer l'expresion de la force exercée par le ressort de la suspension sur la masse m en fonction de k, z, z_s, ℓ_0 et du vecteur unitaire $\overrightarrow{u_z}$.

Q39. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, déterminer l'équation différentielle reliant $z(t)$ et $z_s(t)$ et leurs dérivées temporelles ainsi que les paramètres h, m k et z_e (pù z_e représente la longueur du ressort à l'équilibre statique calculée à la question 16).

Voulant étudier les oscillations de la masse m autour de sa position d'équilibre z_e, on posera $z' = z - z_e$.

Q40. Montrer que l'équation différentielle précédente peut se mettre sous la forme :

$$m\ddot{z}' + h\dot{z}' + kz' = Y(t)$$

Déterminer l'expression de $Y(t)$ en fonction de z_s, $\dot{z}_s$, k et h.

Dans la suite, on utilisera les notations complexes rappelées en annexe du sujet.

Q41. Pour simplifier les notations, on posera :

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad \text{et} \quad 2\lambda = \frac{h}{m}$$

Déterminer l'expression des la réponse complexe $\dfrac{\underline{Z}'}{\underline{Z}_s}$ de la suspension en fonction de ω, ω_0 et λ.

Montrer que le module de la réponse complexe est donné par l'expression :

$$H = \left|\frac{\underline{Z'}_m}{\underline{Z}_{s_m}}\right| = \sqrt{\frac{\omega_0^4 + 4\lambda^2\omega^2}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\lambda^2\omega^2}}$$

Q42. Étude de la réponse complexe

42.1. Déterminer la valeur vers laquelle tend H lorsque la pulsation ω tend vers 0. Décrire dans ce cas le comportement de la masse m par rapport au sol.

42.2. Déterminer la valeur vers laquelle tend H lorsque la pulsation ω tend vers l'infini. Décrire dans ce cas le comportement de la masse m par rapport au sol.

42.3. On considère pour simplifier :

- ⇝ que la valeur maximale de H est atteinte pour une pulsation ω_r non nulle telle que le dénominateur de l'expression précédente est minimal ;
- ⇝ que l'on se trouve dans le cas où $\omega_0^2 > 2\lambda^2$

Déterminer l'expression de ω_r en fonction de ω_0 et λ. À quoi correspond physiquement le cas où la pulsation est égale à ω_r ?

Q43. Donner l'allure de la courbe représentant $H = \left|\frac{\underline{Z'}}{\underline{Z}_s}\right|$

Fin de l'épreuve

Annexes : données et aide au calcul

Aide au calcul :

⇝ $\pi = 3,1$

⇝ $3\log(9) = 2{,}9$;

Données :

- constante des gaz parfaits : $R = 8{,}3\ \text{J}\,\text{mol}^{-1}\,\text{K}^{-1}$
- $p_{K_A}(CH_3COOH/CH_3COO^-) = 4{,}8$
- $p_{K_A}(NH_4^+/NH_3) = 9{,}2$;
- produit ionique de l'eau $p_{K_e} = 14$;
- potentiel électrochimique standard :
  - $E^\circ(Zn^{2+}/Zn_{(s)}) = -0{,}76\ \text{V}$;
  - $E^\circ(Cu^{2+}/Cu_{(s)}) = 0{,}34\ \text{V}$;
  - $E^\circ(O_{2(g)}/H_2O_{(l)}) = 1{,}23\ \text{V}$;
  - $E^\circ(H^+/H_{2(g)}) = 0\ \text{V}$;
- Masses molaires (en $\text{g}\,\text{mol}^{-1}$) :
  - de l'hydrogène : $M(H) = 1{,}0$
  - du carbone : $M(C) = 12$
  - de l'oxygène : $M(O) = 16$;
  - de l'air : $M_{\text{air}} = 30$;
- constante de Faraday : $\mathcal{F} = 9{,}65 \times 10^4\ \text{C}$
- nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol} - 1$
- $RT\ln(10)/\mathcal{F} = 0{,}06$ à $T = 298\ \text{K}$.

Formulaire de physique-chimie :

dérivées temporelles :

pour une fonction x(t) les dérivées temporelles seront notées :

$$\dot{x} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \quad \text{et} \quad \ddot{x} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

fonctions complexes :

pour une fonction : $x(t) = X_m\cos(\omega t + \varphi)$ on notera :

$$\underline{x} = X_m \exp\left[j\left(\omega t + \varphi\right)\right] = X_m\,\mathrm{e}^{j\varphi}\,\mathrm{e}^{j\omega t} = \underline{X_m}\,\mathrm{e}^{j\omega t}$$

où $x(t) = Re(\underline{x})$ et $\underline{X_m} = X_m\,\mathrm{e}^{j\varphi}$ ($\underline{X_m}$ représente l'amplitude complexe de x).
On a donc $X_m = |\underline{X_m}|$ et $\varphi = arg(\underline{X_m})$.