DS 8 CCB 2

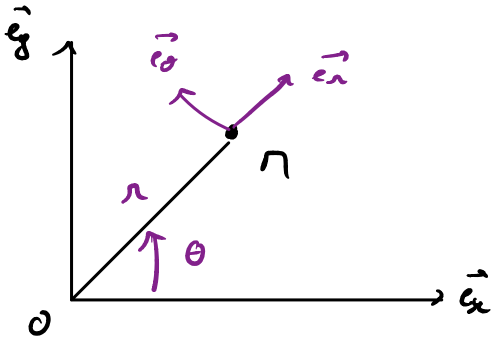
Proposition de corrigé

Exercice 1 : Cours

[1] $s(x,t) = s_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$

position ; amplitude ; pulsation ; temps ; nombre d'onde $[m^{-1}]$; phase à l'origine

[2]



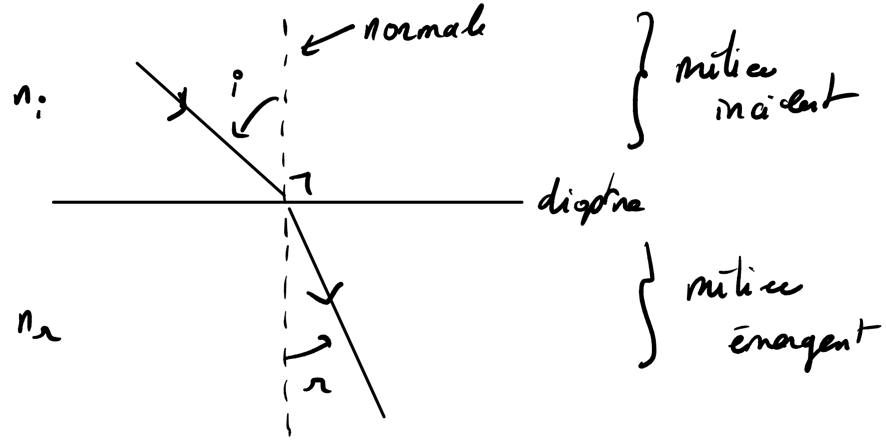
$$\boxed{\vec{dl} = dr\,\vec{e_r} + r\,d\theta\,\vec{e_\theta}}$$

$$\boxed{\vec{OM} = r\,\vec{e_r}} \qquad \vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \boxed{\dot{r}\,\vec{e_r} + r\dot{\theta}\,\vec{e_\theta} = \vec{v}}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{r}\,\vec{e_r} + \dot{r}\dot{\theta}\,\vec{e_\theta} + \dot{r}\dot{\theta}\,\vec{e_\theta} + r\ddot{\theta}\,\vec{e_\theta} - r\dot{\theta}^2\,\vec{e_r}$$

$$\boxed{\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\,\vec{e_r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\,\vec{e_\theta}}$$

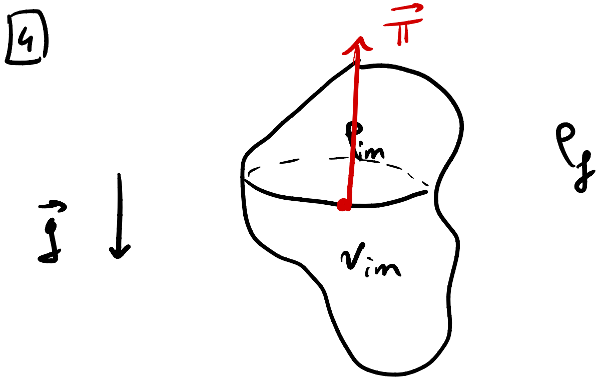
[3]



$$\boxed{n_i \sin(i) = n_r \sin(r)}$$

⚠ angles orientés

[4]



$$\boxed{\vec{\Pi} = -\rho_f V_{im}\,\vec{g}}$$

[5]
$$Q_r = \frac{\prod_i a_i(\text{côté produit})^{\nu_i}}{\prod_j a_j(\text{côté réactif})^{\nu_j}}$$

ν_i, ν_j : nbr stoechiométrique

à l'équilibre (la réaction n'évolue plus) $Q_r = K°$

$a_{solide} = 1$ $\qquad a_{liquide} = 1$

$a_{gaz} = \dfrac{P_i}{P°}$ ← P_i : pression partielle, $P°$: pression standard

et $P_i = \dfrac{n_i}{n_{tot\,gaz}} P_{tot}$

$a_{soluté} = \dfrac{[X_i]}{c°}$ ← concentration du soluté
← concentration standard.

$c° = 1 \text{ mol.L}^{-1}$ $\qquad p° = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}.$

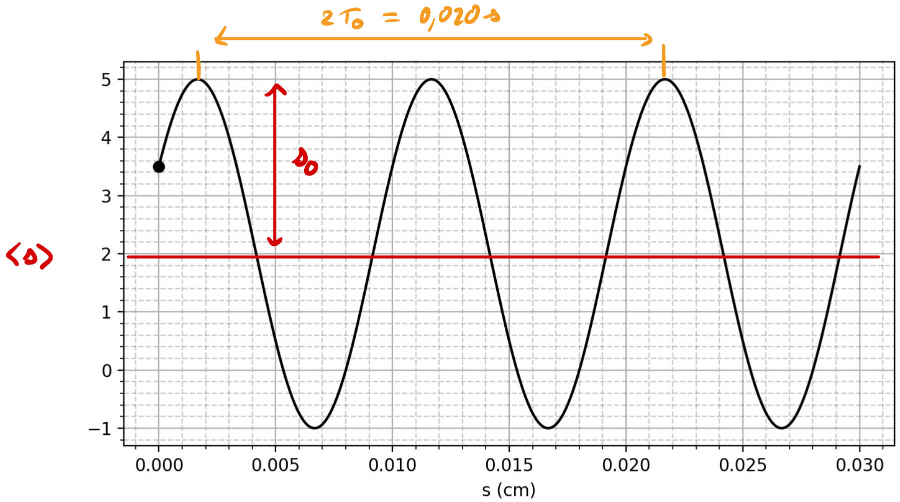
6 $\boxed{PV = nRT}$

P : pression en Pa
V : volume en m^3
n : qté de matière en mol
R : c^{ste} de gaz parfait en $J.mol^{-1}.K^{-1}$
T : température en K

7 $k(T) = A\exp\left(-\dfrac{E_A}{RT}\right)$

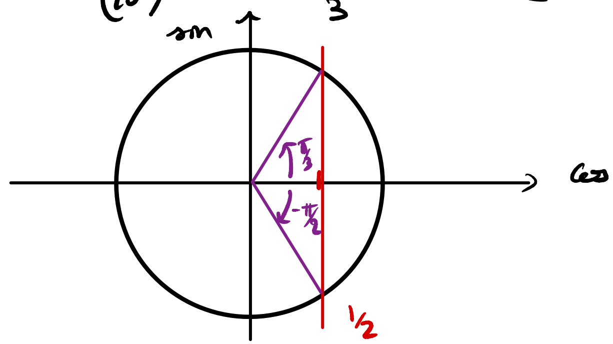
k : constante de vitesse
A : facteur pré exponentiel
E_A : énergie d'activation (molaire) ($J.mol^{-1}$)
R : c^{ste} des gaz parfait ($J.mol^{-1}.K^{-1}$)
T : température (K)

8



- $2T_0 = 0,020 \text{ s} \iff T_0 = 10 \text{ ms}$
- $f_0 = \dfrac{1}{T_0} = \dfrac{1}{10 \times 10^{-3}} = 10^2 \text{ Hz}$
- valeur moyenne : $\langle s \rangle = 2 \text{ cm}$
- amplitude $s_m = 3 \text{ cm}$
- phase à l'origine : $s_0 = s_m \cos(\varphi_0) + \langle s \rangle$

A.N. $\cos(\varphi_0) = \dfrac{3,5 - 2}{3} = \dfrac{1}{2}$

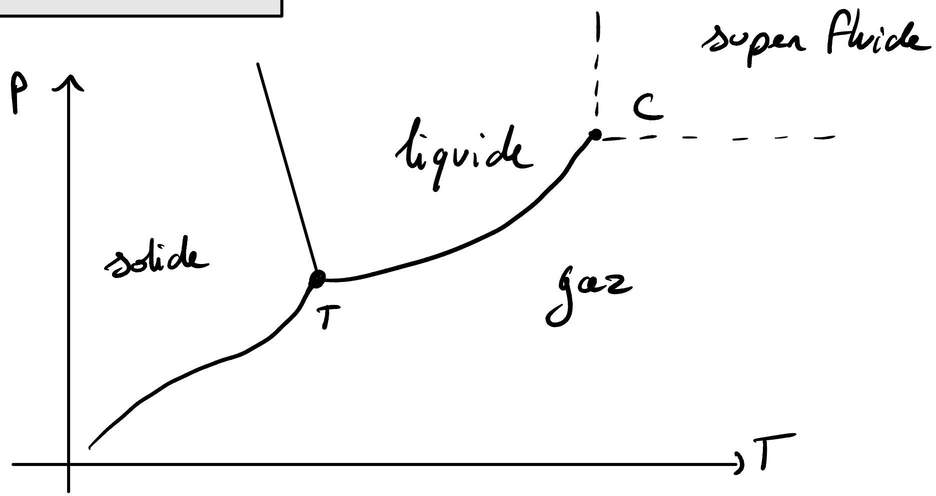


donc $\varphi_0 = \begin{cases} \pi/3 \ [2\pi] \\ \text{ou} \ -\pi/3 \ [2\pi] \end{cases}$

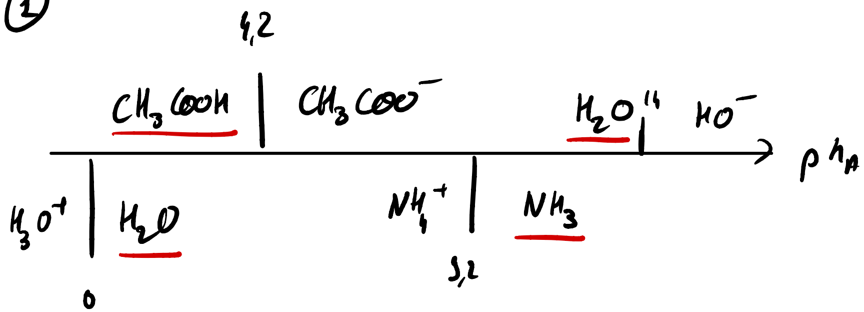
Comme à $t=0$, $s(t)$ est une fonction croissante

$$\boxed{\varphi_0 = \frac{-\pi}{3} \ [2\pi]}$$

5



10 ①



La réaction se fait de manière spontanée entre CH_3COOH et NH_3 car ils ont un domaine disjoint

$$CH_3COOH_{(aq)} + NH_{3(aq)} = CH_3COO^-_{(aq)} + NH^+_{4(aq)}$$

10 ②

$$K^\circ = \frac{[CH_3COO^-][NH_4^+]}{[CH_3COOH][NH_3]} \times \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}$$

$$K^\circ = \frac{K_{A1}}{K_{A2}}$$

avec $\begin{cases} K_{A1} \text{ la constante d'acidité de } CH_3COOH/CH_3COO^- \\ K_{A2} \text{ ——————— } NH_4^+/NH_3 \end{cases}$

d'où $\boxed{K^\circ = 10^{pK_{A2} - pK_{A1}}}$

A.N. $K^\circ = 10^{9,2-4,8} = 10^{4,4} \gg 1$

La R° est totale.

10 ③ T.A.

C	CH_3COOH +	NH_3	CH_3COO^- +	NH_4^+
$x=0$	C_1	C_2	0	0
$x_f = C_1$	0	$C_2 - C_1$	C_1	C_1

La R° est totale, le réactif limitant est CH_3COOH

car $C_1 < C_2$.

A.N.
$$\boxed{\begin{array}{l} [NH_3]_f = 1{,}8 \times 10^{-2} \ mol.L^{-1} \\ [NH_4^+]_f = 0{,}2 \times 10^{-7} \ mol.L^{-1} \\ [CH_3COO^-]_f = 0{,}2 \times 10^{-2} \ mol.L^{-1} \\ [CH_3COOH]_f \simeq 0 \ mol.L^{-1} \end{array}}$$

Rq on peut faire le calcul exact

$$K° = \frac{[NH_4^+]_f [CH_3COO^-]_f}{[NH_3]_f \ \varepsilon} \quad \text{avec } [CH_3COOH]_f = \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{C_1^2}{(C_2 - C_1) K°} \qquad \text{A.N.} \quad \varepsilon = \frac{2 \cancel{1} \times 10^{-4}}{\cancel{1},8 \times 10^{-2} \times 10^{4,4}}$$

$$\varepsilon \simeq 2 \times 10^{-8,4} \ mol.L^{-1}$$

$$\varepsilon \simeq 0$$

10 (4)

$$K_{A_2} = \frac{[NH_3]_f [H_3O^+]_f}{[NH_4^+]_f} \quad -\log(\ )$$

d'où $pH = pK_{A_2} + \log\left(\frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f}\right)$

A.N. $pH = 9{,}2 + \log\left(\frac{1{,}8 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}}\right)$

$pH = 9{,}2 - 3\log(9)$

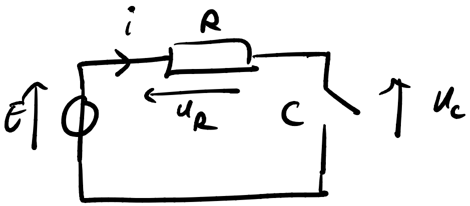
$pH = 9{,}2 - 2{,}9 = 6{,}3$

II (1) → $u_c(0^-) = 0$ car le condensateur est initialement déchargé

→ $u_c(0^+) = u_c(0^-)$ par continuité de la tension aux bornes d'un condensateur

→ donc $\boxed{u_c(0^+) = 0}$

II (2) Schéma équivalent à $t \to \infty$



$E = u_R + u_c$ or $i = 0 \Rightarrow u_R = Ri = 0$

donc $\boxed{u_c(\infty) = E}$

II (3) Loi des mailles

$E = u_R + u_c$ $\quad u_R = Ri$

$E = Ri + u_c$ $\quad i = C\frac{du_c}{dt}$

$E = RC\frac{du_c}{dt} + u_c$

d'où $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC} u_c = \frac{E}{RC}$ posons $\tau = RC$

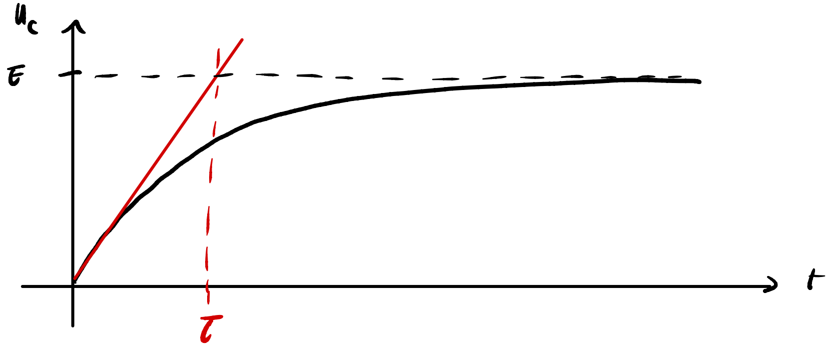
$$\boxed{\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{E}{\tau}}$$

III (4) Je reconnais une équation différentielle d'ordre (1), dont la solution est :

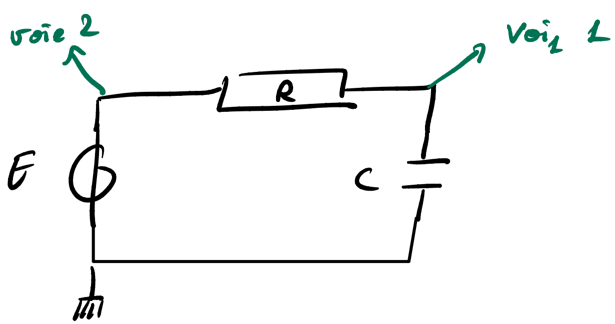
$$u_c(t) = \lambda \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) + E \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$

à $t=0$, $u_c(0) = 0 \Rightarrow \lambda = -E$

d'où $$\boxed{u_c(t) = E\left(1 - \exp\frac{-t}{\tau}\right)}$$



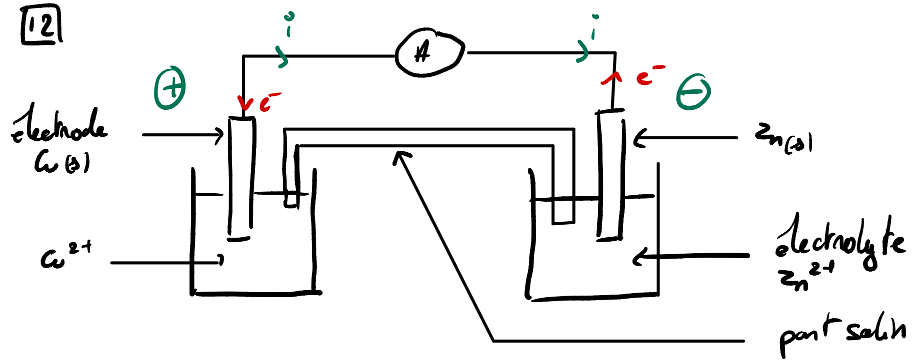
III (5)



On ne peut pas inverser la place de R et C, sinon il y aurait un problème de masse.

Exercice 2 - pile.

12



13 $E°(Cu^{2+}/Cu) > E°(Zn^{2+}/Zn)$

Donc $Cu^{2+} + 2e^- = Cu(s)$, réduction à la cathode

et $Zn(s) = Zn^{2+} + 2e^-$, oxydation à l'anode

14 voir schéma Q12.

15 Les porteurs de charges sont des ions. Leur rôle est de maintenir la neutralité électronique dans les demi-piles.

16 O_2 ne peut être que réduit il s'agit donc de H_2 qui sera oxydé. H_2 est le combustible.

17

- $2\,H^+_{(aq)} + 2e^- = H_{2(g)}$
- $O_{2(g)} + 4e^- + 4H^+_{(aq)} = 2H_2O_{(l)}$

18 On indicera 1 le couple $H^+/H_{2(g)}$ et 2 le couple $O_{2(g)}/H_2O_{(l)}$

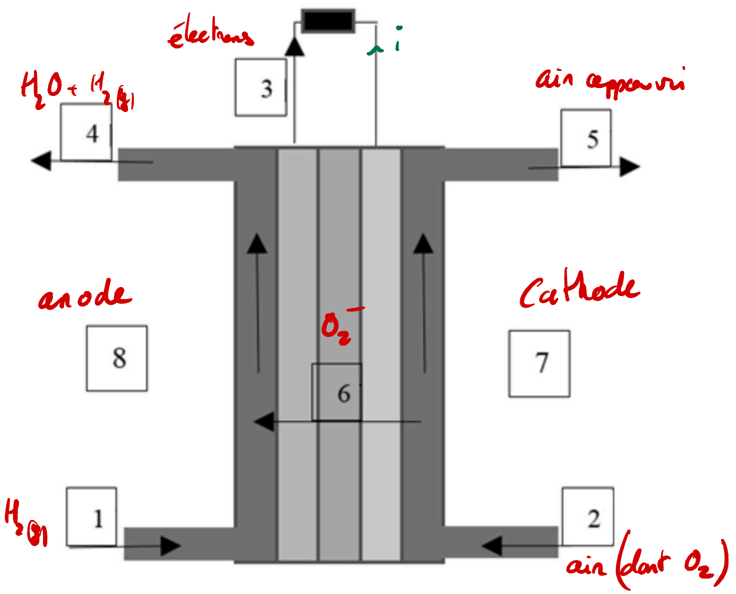
$$E_1 = E_1^0 + \frac{0{,}06}{2}\log\left(\frac{[H^+]^2\, p^0}{p_{H_2}\, c^{0\,2}}\right)$$

$$E_2 = E_2^0 + \frac{0{,}06}{4}\log\left(\frac{p_{O_2}\,[H^+]^4}{p^0\, c^{0\,4}}\right)$$

19 $f_{em} = E_+ - E_-$

$$f_{em} = E_2^0 - E_1^0 + 0{,}06\log\left(\frac{p_{O_2}^{1/4}\, p_{H_2}^{1/2}}{p^{0\,3/4}}\right)$$

20



→ les e^- sont produits à gauche, il s'agit donc d'une oxydation ⇒ anode

3 → électrons
7 → anode
8 → cathode

→ cathode : 2 air (dont O_2)
5 air appauvri

→ anode 1 H_2 (g)
4 $H_2O_{(l)}$ + $H_{2(g)}$

→ migration (par solution) : 6 O_2^-

21 La cathode reçoit des e^-, donc débite du courant, il s'agit de la borne ⊕.

22 $n_{H_2} = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}}$

A.N. $n_{H_2} = \frac{1{,}5}{2\times10^{-3}} = 0{,}75\times10^{3} = 750$ mol

$PV = nRT$ d'où $V = \frac{nRT}{P}$

A.N. $V = \frac{750\times 8{,}3\times 298}{1\times10^{5}}$

$V \simeq 6\,000 \times 300 \times 10^{-5}$

$V = 18\ m^3 = 18\times10^{3}\ L$

Le volume est gigantesque, le dihydrogène ne peut pas être stocké sous forme gazeuse.

23

$$\begin{cases} 2H^+ + 2e^- = H_{2\,(g)} & \times 2 \\ O_2 + 4e^- + 4H^+ = 2H_2O_{(l)} & \times 1 \end{cases}$$

$$\boxed{2H_2O_{(l)} = 2H_{2\,(g)} + O_{2\,(g)}}$$

24

$$2CO_2 + 4e^- \longrightarrow 2CO + 2O^{2-} \quad \times 1$$

$$2O^{2-} \longrightarrow O_2 + 4e^- \quad \times 1$$

$$\boxed{2CO_{2\,(g)} = 2CO_{(g)} + O_{2\,(g)}}$$

25 • Cette électrolyse permet de produire du dioxygène essentiel à la respiration humaine, mais aussi pour toutes les réactions de combustion.

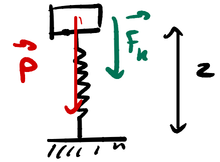
• En revanche, du CO est produit toxique pour l'être humain.

Exercice 3 - suspension

26 Système : véhicule de masse m

BAME : • poids : $\boxed{\vec{P} = m\vec{g} = -mg\,\vec{u_z}}$

• réaction du ressort $\boxed{\vec{F_k} = -k\,(z - l_0)\,\vec{u_z}}$



27 Le principe d'inertie nous indique qu'un système au repos à la résultante de ses force qui est nulle :

$$p/r\ \vec{u_z} : \quad -mg - k\,(z_E - l_0) = 0$$

$$\boxed{z_e = l_0 - \frac{mg}{k}} \quad (1)$$

28 réf : galiléen

Le principe fondamental (PFD) en projection sur $\vec{u_z}$

donne :

$$m\ddot{z} = -mg - k\,(z - l_0)$$

$$\text{d'où } m\ddot{z} + kz = kl_0 - mg$$

$$m\ddot{z} + kz = kz_e$$

Au final $\boxed{\ddot{z} + \frac{k}{m} z = \frac{k}{m} z_e}$ (2)

29 Je reconnais une équation différentielle d'ordre (2) sans amortissement, d'où

$$z(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) + z_e$$

avec $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$ et $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$

A.N. $\omega_0 = \sqrt{\frac{10^5}{10^3}} = 10\ rad.s^{-1}$

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{6,2}{10} = 0,6\ s$

30 à $t=0$, $\begin{cases} z(t=0) = z_0 \\ \dot{z}(t=0) = 0 \end{cases}$

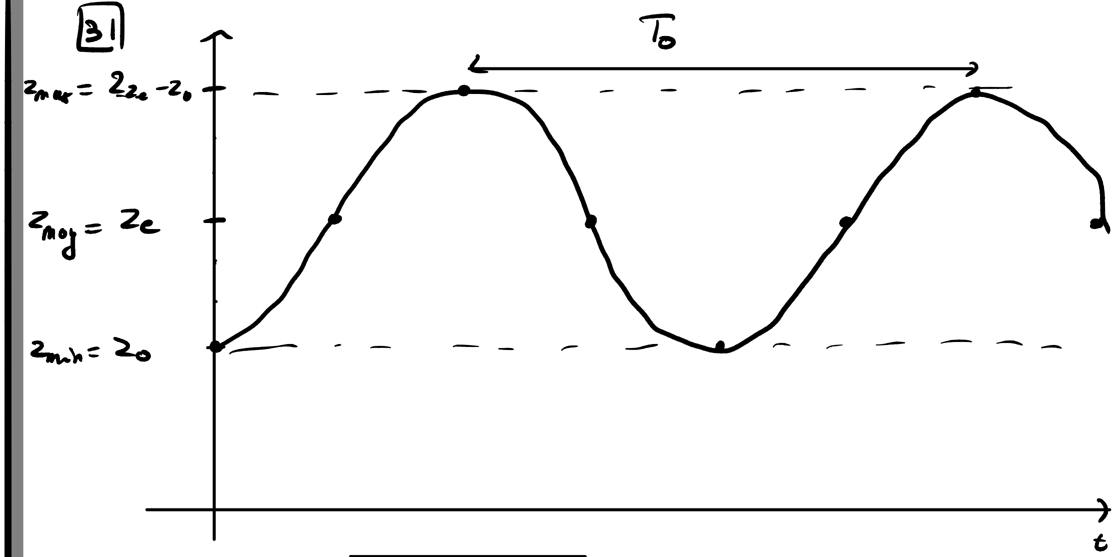
$z(0) = A + z_e = z_0 \Leftrightarrow A = z_0 - z_e$

$\dot{z}(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t) + B\omega_0 \cos(\omega_0 t)$

$\dot{z}(0) = B\omega_0 = 0 \Leftrightarrow B = 0$

Au final $\boxed{z(t) = (z_0 - z_e)\cos(\omega_0 t) + z_e}$

31



$\boxed{z_{moy} = z_e}$ $\boxed{z_{min} = z_0}$ $z_{max} = z_e + (z_e - z_0)$

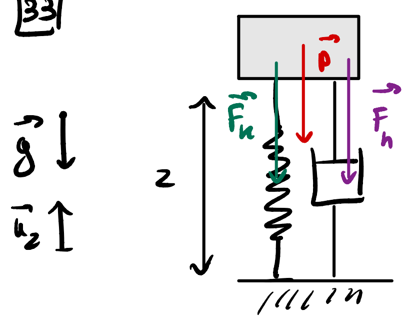
$\boxed{z_{max} = 2z_e - z_0}$

32 $[\vec{F}] = [h][\vec{v}]$

d'où $[h] = \frac{kg\ \cancel{m}.s^{-\cancel{2}}}{\cancel{m}.\cancel{s^{-1}}}$

$\boxed{[h] = kg.s^{-1}}$

33



BAME : • poids : $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u_z}$

• ressort $\vec{F_k} = -k(z - l_0)\vec{u_z}$

• fluide $\vec{F_h} = -h\dot{z}\vec{u_z}$

À l'équilibre $\dot{z} = 0$ et $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$

d'où $\boxed{z_e = l_0 - \frac{mg}{k}}$ comme à la Q 27

34 PFD p/r $\vec{u_z}$

$$m\ddot{z} = \underbrace{-mg - kz + kl_0}_{kz_e} - h\dot{z}$$

$$\boxed{\ddot{z} + \frac{h}{m}\dot{z} + \frac{k}{m} z = \frac{k}{m} z_e}$$

35 Équation caractéristique

$$r^2 + \frac{h}{m} r + \frac{k}{m} r = 0$$

$$\Delta = \frac{h^2}{m^2} - 4\frac{k}{m}$$

Régime critique si $\Delta = 0$:

$$h = \sqrt{4km}$$

Régime apériodique si $\Delta > 0$

$$h > \sqrt{4km}$$

régime pseudo périodique si $\Delta < 0$

$$h < \sqrt{4km}$$

36 ① si $m \nearrow$, $\sqrt{4km} \nearrow$

donc $h < \sqrt{4km}$

Si la charge augmente, on se trouve en régime pseudo-périodique.

36 ② il faut prendre $h > \sqrt{4km}$ lorsque la voiture est à vide.

$\exists$ alors une masse maximale pour que la voiture reste en régime critique

Soit m_0 la masse à vide et m' la charge de véhicule $m = m_0 + m'$

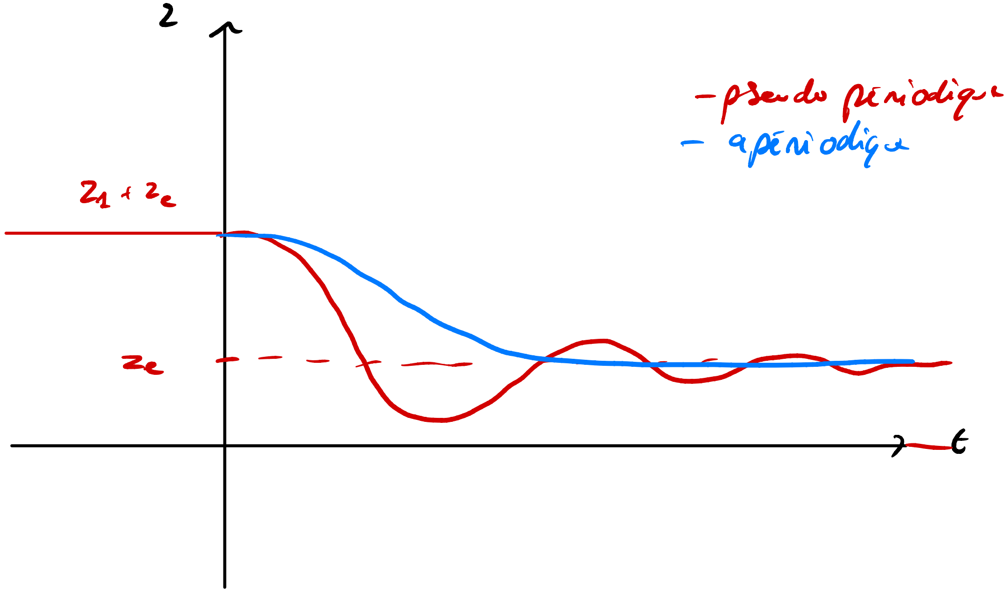
pour $m' = m'_{max}$ $h = \sqrt{4km} \iff m = \frac{h^2}{4k}$

$$m = m_0 + m'_{max} = \frac{h^2}{4k}$$

$$\boxed{m'_{max} = \frac{h^2}{4k} - m_0}$$

si $m' > m'_{max}$, le véhicule passe en régime apériodique.

37 ① et ②



38 $\boxed{\vec{F}_k = -k\,(z - z_s - l_0)\,\vec{u}_z}$

39 Comme à la Q 34

$$m\ddot{z} = -mg - k(z - z_s - l_0) - h(\dot{z} - \dot{z}_s)$$

d'où $\boxed{\ddot{z} + \frac{h}{m}\dot{z} + \frac{k}{m}z = \frac{h}{m}\dot{z}_s + \frac{k}{m}z_s + \frac{k}{m}z_e}$

40 $z' = z - z_e \qquad \dot{z}' = \dot{z} \qquad$ et $\ddot{z}' = \ddot{z}$

$$m\ddot{z}' + h\dot{z}' + kz' = kz_s + h\dot{z}_s$$

$\boxed{m\ddot{z}' + h\dot{z}' + kz' = Y(t) \quad \text{avec } Y(t) = kz_s + h\dot{z}_s}$

41 L'équation précédente peut s'écrire

$$\ddot{z}' + 2\lambda\dot{z}' + \omega_0^2 z' = \omega_0^2 z_s + 2\lambda\dot{z}_s$$

En utilisant la notation complexe $\underline{z}' = \underline{Z}'_m e^{j\omega t}$

et $\underline{z}_s = \underline{Z}_{sm} e^{j\omega t}$

il vient

$$\underline{Z}'_m (j\omega)^2 + 2\lambda j\omega\,\underline{Z}'_m + \omega_0^2\,\underline{Z}'_m = \omega_0^2\,\underline{Z}_{sm} + 2\lambda j\omega\,\underline{Z}_{sm}$$

d'où $$\frac{\underline{Z}'_m}{\underline{Z}_{sm}} = \frac{\omega_0^2 + j\,2\lambda\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\,2\lambda\omega}$$

$$\boxed{\left|\frac{\underline{Z}'_m}{\underline{Z}_{sm}}\right| = \frac{\sqrt{\omega_0^4 + 4\lambda^2\omega^2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\lambda^2\omega^2}}}$$

42 ① si $\omega \to 0$, $H = \dfrac{\omega_0^2}{\omega_0^2} = 1$

La masse m reste toujours à la même altitude du sol. La masse suit parfaitement les variation de la route.

42 ② si $\omega \to +\infty$ $H \to \dfrac{2\lambda\omega}{\omega^2} \xrightarrow[\omega \to \infty]{} 0$

La masse est insensible au variation de la route, et se déplace sans osciller.

42 (3)

On cherche $\omega = \omega_r$ tq

$$f(\omega) = (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\lambda^2\omega^2 \text{ est minimale}$$

$$f'(\omega) = -\cancel{2}(\omega_0^2 - \omega^2)\,\cancel{2\omega} + \overset{2}{\cancel{8}}\lambda^2\cancel{\omega} = 0$$

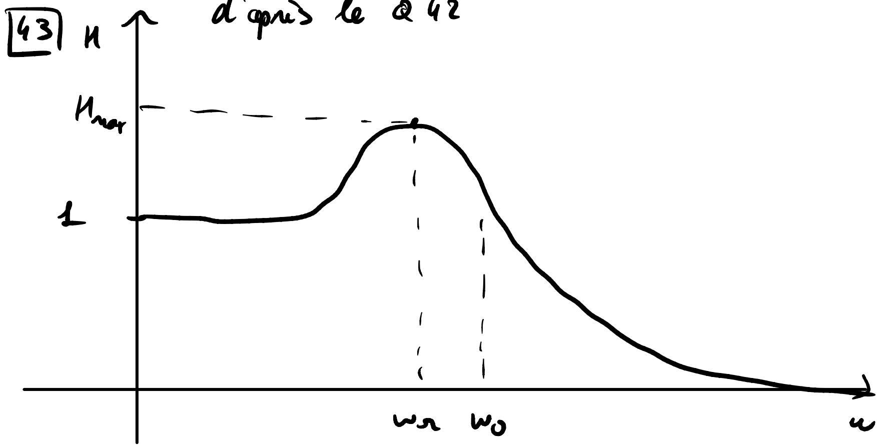
$$\omega_0^2 - \omega_r^2 = 2\lambda^2$$

$$\boxed{\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2}}$$

on garde uniquement la racine positive car $\omega > 0$.

Quand $\omega = \omega_r$, on est à la résonance, l'amplitude de réponse est amplifié par rapport à la consigne. Ainsi pour $\omega = \omega_r$, la voiture va osciller avec une forte amplitude.

43 d'après le Q 42



$$H(\omega_r) = \frac{\omega_0^4 + 4\lambda^2\omega_r^2}{(\cancel{\omega_0^2} - \cancel{\omega_0^2} - 2\lambda^2)^2 + 4\lambda^2\omega_r^2}$$

$$H_{max} = \frac{\omega_0^2 + 4\lambda^2\omega_r^2}{4\lambda^2(1 + \omega_r^2)}$$