M3- Mouvement et énergie

Les lois de Newton énoncées au chapitre précédent peuvent être complétées par une étude énergétique. En particulier, lorsque le système n'est soumis qu'à des forces « conservatives », son « énergie mécanique » se conserve. Il suffit alors de connaître cette énergie à un instant pour la connaître à chaque instant. Cela en fait donc un outil puissant pour prédire l'évolution d'un système.

N.B. : ce cours est inspiré de ceux de Mme Juvanteny et de M. Melzani.

Objectifs :

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.3. Approche énergétique du mouvement d'un point matériel.	
Puissance, travail et énergie cinétique Travail élémentaire d'une force. Travail d'une force entre deux points. Puissance d'une force.	Déterminer le travail d'une force au cours d'un déplacement élémentaire. Reconnaître le caractère moteur ou résistant d'une force.
Théorèmes de l'énergie cinétique et de la puissance cinétique dans un référentiel galiléen.	Utiliser le théorème approprié en fonction du contexte.
Force conservative et énergie potentielle	Distinguer force conservative et force non conservative. Établir et citer les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur (champ uniforme) et de l'énergie potentielle élastique.
Énergie mécanique Théorème de l'énergie mécanique. Mouvement conservatif.	Identifier les cas de conservation de l'énergie mécanique. Utiliser les conditions initiales.
Mouvement conservatif à une dimension.	Identifier sur un graphe d'énergie potentielle une barrière et un puits de potentiel. Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement qualitatif d'un système : trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle.
Positions d'équilibre. Stabilité.	Déduire d'un graphe d'énergie potentielle l'existence de positions d'équilibre, et le caractère stable ou instable de ces positions.
Oscillateurs mécaniques.	Réaliser le bilan énergétique d'un oscillateur mécanique en absence, puis en présence, de frottement en régime libre.

I. Puissance et travail d'une force

1) Puissance d'une force

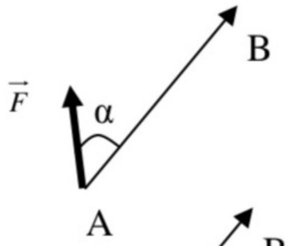
Soit un point M en mouvement dans un référentiel R à la vitesse $\vec{v}(M)$, soumis à une force $\vec{F}$. La puissance P de la force $\vec{F}$ est donnée par :

$$\boxed{P(\vec{F})=\vec{F}.\vec{v}}$$

La puissance dépend du référentiel dans lequel on la calcule.
Elle est exprimée en watts (symbole W), telle que 1 W =1 $J.s^{-1}$ = 1 $N.m.s^{-1}$ = 1 $kg.m^2.s^{-3}$
Ce sont des joules par seconde : la puissance donne donc le rythme auquel l'énergie est reçue par le système.

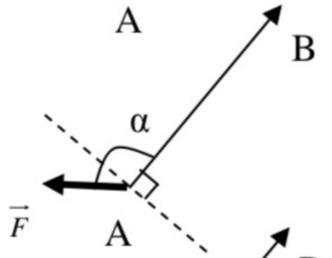
Si la force et la vitesse pointent globalement dans la même direction alors la force va favoriser le mouvement, la puissance sera positive et sera dite motrice.

$\alpha < 90°$



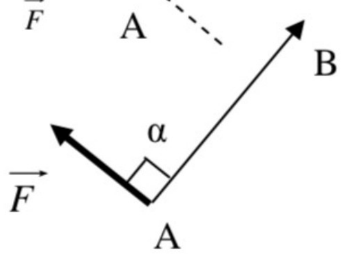
Au contraire, si la force s'oppose au mouvement, elle sera négative et sera dite résistante.

$\alpha > 90°$



Si la force et la vitesse sont orthogonales alors la puissance est nulle.

$\alpha = 90°$



Ex : Indiquer dans la situation ci-dessous le caractère moteur ou résistant de la force.
Une bille en acier chute dans du glycérol.
Le liquide exerce une force de frottement $\vec{f}=-\lambda\vec{v}$. $P(\vec{f})=\ldots$
Le poids fait tomber la bille $\vec{P}=m\vec{g}$. $P(\vec{P})=\ldots$

Schéma :

2) Travail d'une force W

a) travail élémentaire d'une force δW

Pendant la durée infinitésimale dt (en s) , le travail élémentaire δW (en J) de la force est donné par :

$$\boxed{\delta W(\vec{F})=P.dt=\vec{F}.\vec{v}.dt=\vec{F}.d\vec{l}}$$

δW en J
δW > 0 pour une force motrice, δW < 0 pour une force résistance. Si δW = 0, on dit que la force ne travaille pas.

Remarque importante sur les notations :
On utilise deux notations pour les infiniment petits : d et δ.

- **Avec d : la notation df indique une différence de la fonction f évaluée entre deux instants très proches ou deux points très proches. df est la différentielle de f.**

df = f(M′) − f(M) avec M et M′ très proches, ou encore dg = g(t′) − g(t) avec t et t′ deux instants très proches.

dt est une durée infinitésimale, c’est-à-dire très courte. C’est la différence entre deux instants très proches : dt = (t + dt) − t.

Si f dépend de x, on peut écrire : **df = f (x+dx) - f (x) = f ’(x).dx**

Nous avons déjà vu (chapitre M1) le déplacement élémentaire $d\vec{l}$: c’est bien la différence du vecteur $\overrightarrow{OM}(t)$ entre deux instants très proches : $d\vec{l}=\overrightarrow{OM}(t+dt)-\overrightarrow{OM}(t)=\overrightarrow{M(t)M(t+dt)}$

- **La notation δ est utilisée pour les cas où la quantité infinitésimale ne peut pas être vue comme la différence d’une fonction entre deux instants ou deux points.**

δW ne peut pas être vu comme la différence d’une fonction évaluée à deux instants très proches ou entre deux points très proches.
En effet, noter dW signifierait que dW = W(M′) − W(M) avec M et M′ très proches, ce qui n’a aucun sens, puisque le travail n’est pas défini en un point donné, mais pour un déplacement.

La puissance représente donc le travail d'une force par unité de temps :

$$\boxed{P(\vec{F})=\frac{\delta W(\vec{F})}{dt}}$$

Le travail caractérise un échange d'énergie entre le système et le milieu extérieur par l'intermédiaire de la force $\vec{F}$. C'est une grandeur d'échange qui n'existe ni à l'instant t ni à l'instant t + dt mais seulement au cours du déplacement de durée dt.

b) travail d’une force le long d’un déplacement

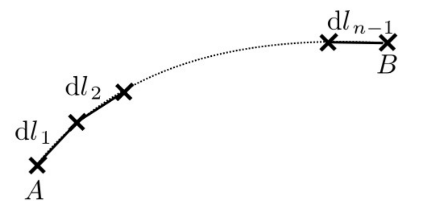
Rappels mathématiques :

- $\int_A^B df=f(B)-f(A)$

- Intégrale d’une longueur élémentaire dl le long d’une courbe AB :

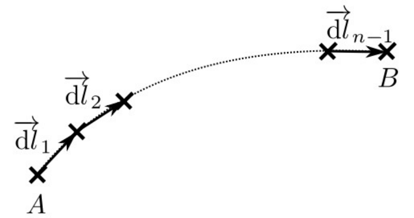
$$\int_A^B \mathrm{d}l = L_{AB}$$

où L_{AB} est la longueur de la courbe de A à B.

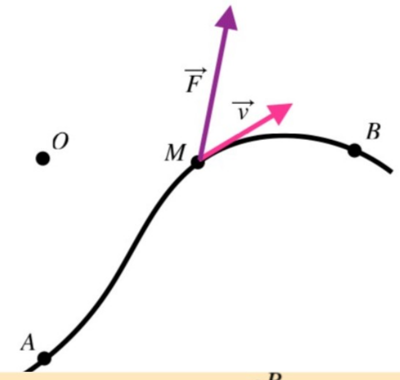


- Intégrale du déplacement élémentaire $\overrightarrow{\mathrm{d}l}$ le long d’une courbe AB :

$$\int_A^B \overrightarrow{\mathrm{d}l} = \overrightarrow{AB}$$



Le travail de la force le long du chemin $A\,B$ (parcouru entre les instants tA et tB) est la somme des travaux élémentaires, ce qui se traduit mathématiquement par l'intégrale :



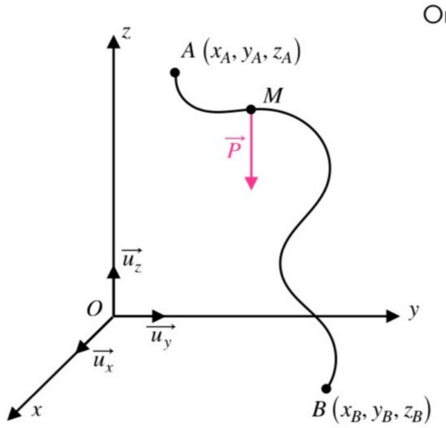
$$W_{AB}\left(\vec{F}\right) = \int_A^B \delta W\left(\vec{F}\right) = \int_A^B \vec{F}\cdot \mathrm{d}\overrightarrow{OM}$$

$$W_{AB}\left(\vec{F}\right) = \int_A^B \delta W\left(\vec{F}\right) = \int_{t_A}^{t_B} \mathscr{P}\left(\vec{F}\right)\mathrm{d}t$$

Cas particulier : si la force $\vec{F}$ est constante au cours du temps alors

$$W_{AB}\left(\vec{F}\right) = \vec{F}\cdot\int_A^B \mathrm{d}\overrightarrow{OM} = \vec{F}\cdot\left[\overrightarrow{OM}\right]_A^B = \vec{F}\cdot\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}\right) = \vec{F}\cdot\overrightarrow{AB}$$

c) Exemple 1 : Travail du poids, force constante



On a $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u_z}$ donc

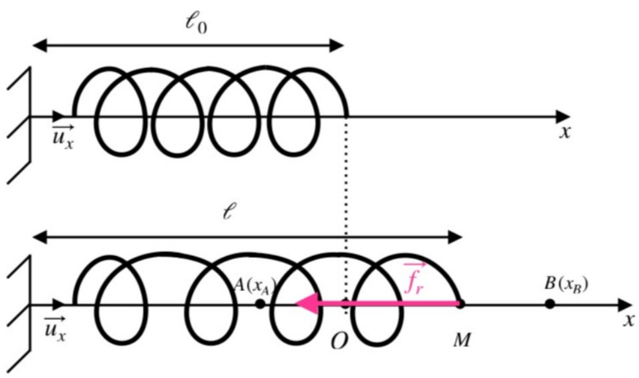
$$W_{AB}\left(\vec{P}\right) = \vec{P}\cdot\int_A^B \mathrm{d}\overrightarrow{OM} = \vec{P}\cdot\overrightarrow{AB} \text{ avec}$$

$$\overrightarrow{AB} = \left(x_B - x_A\right)\vec{u_x} + \left(y_B - y_A\right)\vec{u_y} + \left(z_B - z_A\right)\vec{u_z}$$

$$\text{Donc } W_{AB}\left(\vec{P}\right) = -mg\left(z_B - z_A\right) = mg\left(z_a - z_B\right).$$

Si $z_A > z_B$, le travail est moteur. En effet, le poids favorise le mouvement vers le bas.

d) Exemple 2 : Travail de la force de rappel d'un ressort, force non constante



On a $\vec{f_r} = -k\left(\ell - \ell_0\right)\vec{u_x} = -kx\vec{u_x}$ donc

$$W_{AB}\left(\vec{f_r}\right) = \int_A^B \vec{f_r}\cdot\mathrm{d}\overrightarrow{OM} = \int_A^B -kx\vec{u_x}\cdot\mathrm{d}x\vec{u_x}$$

$$W_{AB}\left(\vec{f_r}\right) = \int_A^B -kx\,\mathrm{d}x = \left[-\frac{1}{2}kx^2\right]_{x_A}^{x_B}$$

$$W_{AB}\left(\vec{f_r}\right) = -\frac{1}{2}k\left(x_B^2 - x_A^2\right)$$

II. Théorème de l’énergie cinétique et de la puissance cinétique

1) Energie cinétique

Soit un point matériel M de masse m (kg) et de vitesse v (en norme, en m/s). Son énergie cinétique (Ec en J) est définie par :

$$\boxed{E_c=\frac{1}{2}m v^2} \quad \text{(unité SI : joule J)}$$

Remarque : la vitesse dépend du référentiel, donc l’énergie cinétique également.

2) Théorèmes de l'énergie cinétique et de la puissance cinétique en référentiel galiléen

Il s'agit d'une reformulation du principe fondamental de la dynamique (seconde loi de Newton) :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=\sum_i \vec{F}_i$$

On multiplie cette relation par $\vec{v}$ et on obtient :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}.\vec{v}=\left(\sum_i \vec{F}_i\right).\vec{v}$$

$$\Leftrightarrow m\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}v^2\right)=\sum_i\left(\vec{F}_i.\vec{v}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)=\sum_i\left(\vec{F}_i.\vec{v}\right)$$

On obtient ainsi le théorème de l’énergie cinétique sous forme instantanée, appelée aussi **théorème de la puissance cinétique (TPC):**

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(E_c\right)=\sum_i\left(P\left(\vec{F}_i\right)\right)}$$

Cette forme est particulièrement utile quand on cherche à déterminer l’équation différentielle du mouvement.

En intégrant cette relation par rapport au temps le long d'une trajectoire $A\,B$ suivie par le point M, on aboutit à :

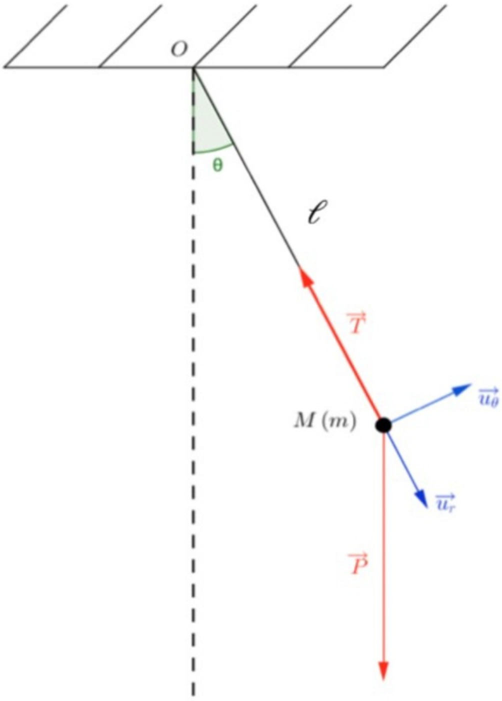
$$\int_{t_A}^{t_B}\frac{dE_c}{dt}.dt=\int_{t_A}^{t_B}\sum_i\left(P\left(\vec{F}_i\right)\right).dt$$

$$\Leftrightarrow\left[E_c\right]_A^B=\sum_i\int_{t_A}^{t_B}\left(P\left(\vec{F}_i\right)\right).dt$$

On obtient ainsi le **théorème de l’énergie cinétique (TEC) sous forme intégrale :**

$$\boxed{\Delta E_c=E_c(B)-E_c(A)=\sum_i W_{AB}\left(\vec{F}_i\right)}$$

3) Exemple : pendule simple (non amorti)



Système : balle assimilée à un point M de masse m

Référentiel : terrestre supposé galiléen

Système de coordonnées : coordonnées polaires

Bilan des forces :

tension du fil : $T = -T\,\vec{u}_r$

le poids $\vec{P} = m\,\vec{g} = mg\cos(\Theta)\vec{u}_r - mg\sin(\Theta)\vec{u}_\Theta$

Application du TPC : $\frac{\mathrm{d}\mathscr{E}_c}{\mathrm{d}t} = \mathscr{P}\left(\vec{P}\right) + \mathscr{P}\left(\vec{T}\right)$

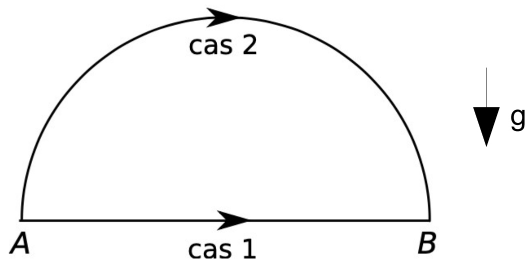
III. Force conservative et énergie potentielle

1) Définitions

a) force conservative

Une force est conservative si son travail le long d'une trajectoire AB ne dépend pas du chemin suivi pour aller de A à B mais uniquement des positions de A et de B.

Ex : Une balle de ping pong va d'un point A à un point B (voir ci-contre) distants de d = 1 m, avec une vitesse constante (hypothèse simplificatrice). On modélise les frottements dus à l'air par une force $\vec{f} = -\lambda\,\vec{v}$ (avec λ une constante).



1- Pour chacune des trajectoires ci-contre, donner l'expression du travail de la force de frottement lors de ce déplacement. Cette force est-elle conservative ?

2- Répondre aux mêmes questions pour le poids.

b) énergie potentielle

On définit alors une fonction appelée énergie potentielle Ep(M), associée à la force conservative et ne dépendant que de la position du point M telle que :

$$\boxed{W_{AB}(\overrightarrow{F_{cons}})=-(Ep(B)-E_p(A))=-\Delta E_p}$$

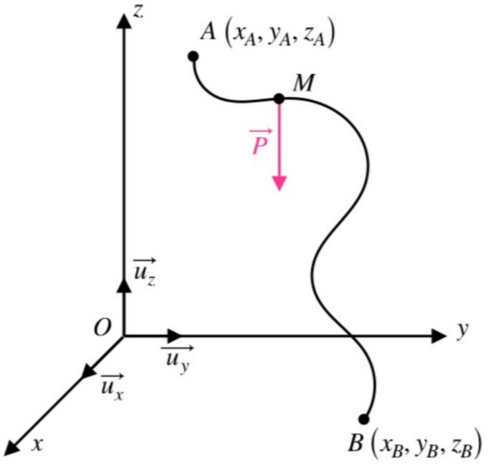
Si le point A et le point B sont infiniment proches, on définit le travail élémentaire de $\vec{F}$, $\delta W(\vec{F})$, comme égal à l'opposée de la différentielle de la fonction Ep :

$$\boxed{\delta W(\vec{F})=-dE_p}$$

On dit alors que la force dérive de l'énergie potentielle Ep (ou plus simplement qu'elle dérive d'un potentiel).
L'énergie potentielle étant définie par sa variation, elle n'est connue qu' à une constante près. Pour déterminer cette constante, il faut fixer une référence d'énergie potentielle, c'est-à-dire une position d'énergie potentielle nulle.

2) Exemples d'énergies potentielles

a) poids : énergie potentielle de pesanteur



$$\delta W(\vec{P})=-mg\vec{u}_z.(dx\vec{u}_x+dy\vec{u}_y+dz\vec{u}_z)=-mgdz$$

Si le poids dérive d'un potentiel, alors : $-mgdz=-dE_p$

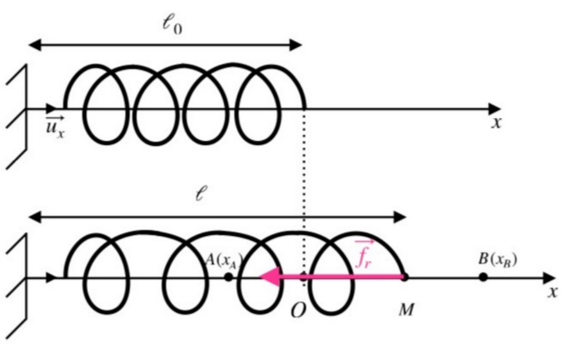
On en déduit : $\dfrac{dE_p}{dz}=mg$

donc par intégration : $E_p=mgz+C$. La valeur de C importe peu car c'est souvent ΔEp qui importe. Ainsi, C est souvent prise nulle.

On définit l'énergie potentielle de pesanteur :
$E_{pp}=mgz+C$ pour un axe dirigé vers le haut

$E_{pp}=-mgz+C$ pour un axe dirigé vers le bas

b) force d'un ressort : énergie potentielle élastique



$$\vec{F}_r=-k(l-l_0)\vec{u}_x=-k.x\vec{u}_x$$
$$\delta W(\vec{F}_r)=-k\,x\vec{u}_x.(dx\vec{u}_x+dy\vec{u}_y+dz\vec{u}_z)=-kx.dx$$

Si la force dérive d'un potentiel, alors : $-kxdx=-dE_p$

On en déduit : $\dfrac{dE_p}{dx}=kx$

donc par intégration : $E_p=\dfrac{1}{2}kx^2+C$.

On définit l'énergie potentielle élastique :

$E_{pe}=\frac{1}{2}k\,x^2+C$	k est la constante de raideur du ressort
$E_{pe}=\frac{1}{2}k\,(l-l_0)^2+C$	et ℓ_0 la longueur du ressort au repos

IV. Théorème de l'énergie mécanique

1) définition

Dans le cas général, l'énergie mécanique E_m d'un point matériel est la somme de son énergie cinétique et de toutes les énergies potentielles liées aux forces conservatives s'exerçant sur M :

$$Em=Ec+\sum_i Ep_i$$

En présence uniquement de forces conservatives, l'énergie mécanique se conserve :

$$\Delta E_m=E_m(B)-E_m(A)=0$$

En présence de force non conservative, l'énergie mécanique diminue : $\Delta Em=Em(B)-Em(A)<0$. L'énergie mécanique ne se conserve donc pas.

2) Théorème de l'énergie mécanique

Le théorème de l'énergie cinétique sous forme intégrale, appliqué à un point matériel subissant les forces $\vec{F}_i$ s'écrit :

$$\Delta E_c=\sum_i W_{AB}(\vec{F}_i)$$

Séparons les contributions des forces conservatives et non conservatives :

$$\Delta E_c=\sum W_{AB}(\vec{F}_{cons.})+\sum W_{AB}(\vec{F}_{non\,cons.})\ .$$

Or le travail des forces conservatives est relié à la variation d'énergie potentielle ($E_p=\sum_i E_{pi}$) par :

$$\sum W_{AB}(\vec{F}_{cons.})=-\Delta E_p$$

D'où :

$$\Delta E_c=-\Delta E_p+\sum W_{AB}(\vec{F}_{non\,cons.})$$
$$\Leftrightarrow \Delta E_c+\Delta E_p=\sum W_{AB}(\vec{F}_{non\,cons.})$$
$$\Leftrightarrow \Delta(E_c+E_p)=\sum W_{AB}(\vec{F}_{non\,cons.})$$

Or, $E_m=E_c+E_p$

Le théorème de l'énergie mécanique découle ainsi de celui de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_m=\sum W_{AB}(\vec{F}_{non\,cons.})$$

Énoncé du théorème de l'énergie mécanique
Dans un référentiel galiléen, la variation d'énergie mécanique d'un point matériel entre deux positions est égale à la somme des travaux des forces non conservatives appliquées à ce point entre ces deux instants :

$$\Delta E_m = E_m(B) - E_m(A) = \sum W_{AB}(\vec{F}_{non\,cons.})$$

Remarque importante : si le système ne subit que des forces conservatives ou si des forces qui ne travaillent pas, $\Delta E_m = 0$: l'énergie mécanique est conservée au cours du temps.

On peut le reformuler pour obtenir le théorème de la puissance mécanique :

$$\boxed{\frac{dE_m}{dt} = \sum_i P_i(\vec{F}_{non\,cons.})}$$

Ex1 : cas d'une chute libre

On considère une masse m en chute libre sans vitesse initiale dans un champ de pesanteur $\vec{g}$ uniforme. On néglige tout frottement et le référentiel d'étude est galiléen. On utilise un axe z orienté vers le bas, avec $z = 0$ initialement.

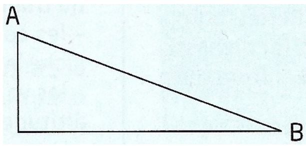
1 - Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur de la masse en fonction notamment de z.

2 - En appliquant le théorème de l'énergie mécanique, exprimer la vitesse de la masse après une chute d'une hauteur h.

Ex 2 : vol d'un planeur
Un planeur est sans moteur. Pour se déplacer, il descend dans l'air : c'est le même principe que pour un avion en papier. Ainsi, lors d'une journée sans vent, un planeur et son pilote, de masse totale m = 500 kg, volent à vitesse constante v_0 = 150 km.h^{-1}.

Exprimer puis calculer le travail des forces non conservatives appliquées au système {planeur ; pilote}, modélisé par un point matériel, lorsque celui-ci descend de l'altitude h_A = 2500 m à l'altitude h_B = 1600 m. On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Schéma :



Aide : Le système n'est pas en chute libre, il subit des forces non conservatives qui, ici, sont des forces de frottements.

V. Mouvement conservatif à un degré de liberté

1) Introduction du problème

On considère un point M dont la position peut être repérée par un seul paramètre d'espace que l'on notera x et soumis à des forces conservatives dont la résultante est de la forme :

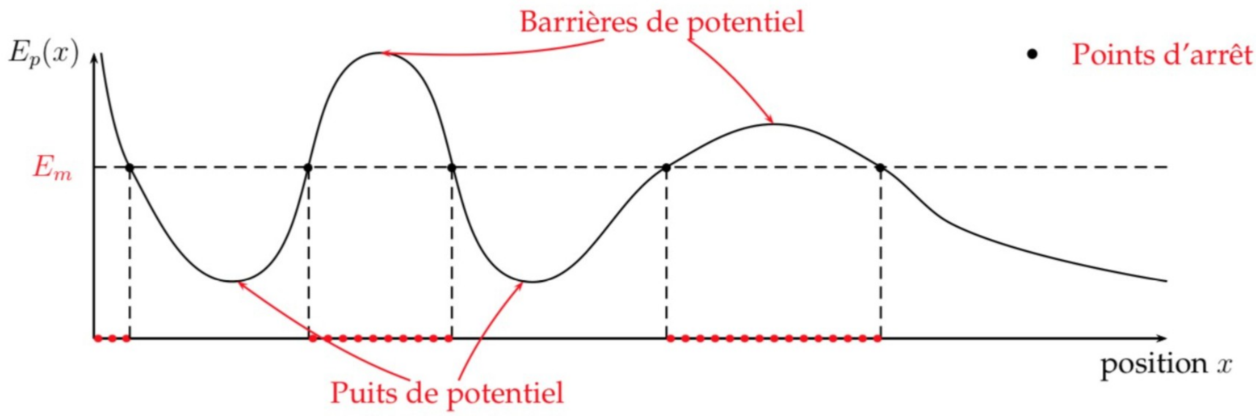
$$\vec{F}=F(x).\vec{u}_x$$

Cette résultante dérive d'une énergie potentielle totale Ep qui ne dépend que de x.

On peut imaginer qu'on décrit l'évolution d'un mobile glissant sans frottement sur une surface courbe dont la hauteur z = z(x) correspond à Ep(x) = mg z(x). Mais la situation décrite est bien plus générale.

2) Valeurs permises, états liés et états de diffusion

Nous allons voir que le graphe d'énergie potentielle permet d'obtenir beaucoup d'informations sur les mouvements possibles.



<u>Montrons simplement que ∀ t, Em ≥ Ep(x), et que Em = Ep(x) signifie que v = 0 au point x :</u>

Em = Ep + Ec ≥ Ep car $Ec=\frac{1}{2}mV^2\geqslant 0$. D'où les **barrières de potentiel** (les valeurs de x sont interdites)

De plus, si $Em=Ep\Leftrightarrow Ec=0\Rightarrow v=0$. On parle de **point d'arrêt.**

Méthode d'analyse d'un graphe d'énergie potentielle :

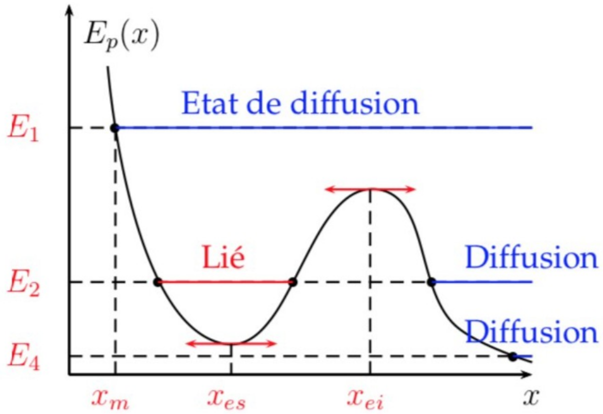
- Les conditions initiales déterminent la valeur (constante) de Em, que l'on trace sur le graphe de Ep(x)
- Les mouvements possibles vérifient Ep(x) ≤ Em : ceci permet de savoir si le mouvement est périodique ou non, si la trajectoire est bornée ou non.
- Les points d'intersection de Em et de Ep(x) sont des points de vitesse nulle. (points d'arrêt)

En fonction des conditions initiales, E_m = Cte peut prendre différentes valeurs :

Si $E_m = E_1$, le mobile est dans un état de diffusion, c'est à dire que x peut prendre n'importe quelle valeur supérieure à x_m.

Si $E_m = E_2$ et $x < x_{ei}$ initialement, le mobile reste entre les deux points d'arrêt, il est dans un état lié. Si $E_m = E_2$ et $x > x_{ei}$ initialement, état de diffusion.

Si $E_m = E_4$, le mobile est dans un état de diffusion.



3) positions d'équilibre stables ou instables

Les conditions d'un équilibre dans R pour le mobile de vitesse $\vec{v}$ et soumis à une résultante $\vec{F}$ sont : v = 0 (immobile) et $\vec{F}=\vec{0}$ (aucune action n'agit sur le mobile donc il reste immobile).

Expression de F dans un cas 1D :

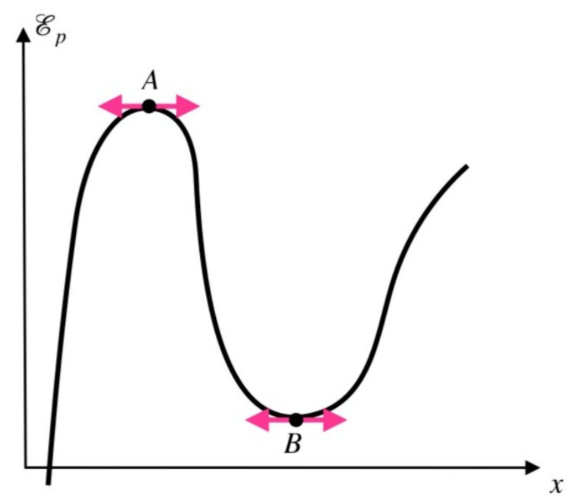
$$\delta W(\vec{F}) = -dEp(x)$$

$$\Leftrightarrow F(x).\vec{u_x}.dx.\vec{u_x} = -dEp(x)$$

$$\Leftrightarrow F(x).dx = -dEp(x)$$

$$\boxed{\Leftrightarrow F(x) = -\frac{d\,Ep(x)}{dx}}$$

F (x) = 0 correspond à un extremum (min ou max) de Ep(x).



Ex : Sur le graphe ci-contre, faire apparaître le sens de la force (vers la gauche ou vers la droite ?) autour de chaque position d'équilibre.

Aide : regarder le signe de $-\frac{d\,Ep(x)}{dx}$.

Les positions d'équilibre peuvent donc être de deux types :
• Elle est stable (minimum d'Ep) lorsqu'un petit mouvement du point M entraîne un retour vers la position d'équilibre.

• Elle est instable (maximum d'Ep) lorsqu'un petit mouvement du point M entraîne un éloignement de la position d'équilibre.

Exemples : une bille au fond d'un bol (équilibre stable), un oeuf posé sur sa pointe (équilibre instable).

Remarque : dans les deux cas, $\frac{d\,Ep(x)}{dx}$ est une fonction continue qui change de signe en passant par 0. On peut donc s'intéresser à $\frac{d^2\,Ep(x)}{dx^2}$

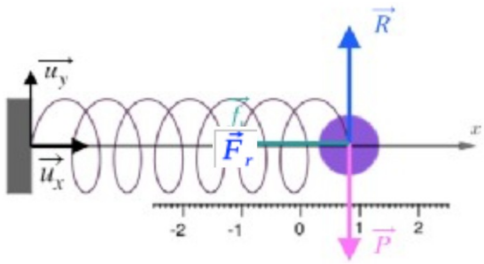
Critères de stabilité sur l'équilibre à retenir :

- les positions x d'équilibre sont telles que $\frac{d\,Ep(x)}{dx}=0$
- la stabilité de l'équilibre est donnée par le signe de $\frac{d^2\,Ep(x)}{dx^2}$:

si $\frac{d^2\,Ep(x)}{dx^2}>0$: équilibre stable

si $\frac{d^2\,Ep(x)}{dx^2}<0$: équilibre instable

4) Exemple du ressort : un oscillateur harmonique



Système : balle assimilée à un point M de masse m

Référentiel : terrestre supposé galiléen

Système de coordonnées : coordonnées cartésiennes

Bilan des forces :

- le poids $\vec{P}=m\vec{g}=-mg\vec{u}_y$

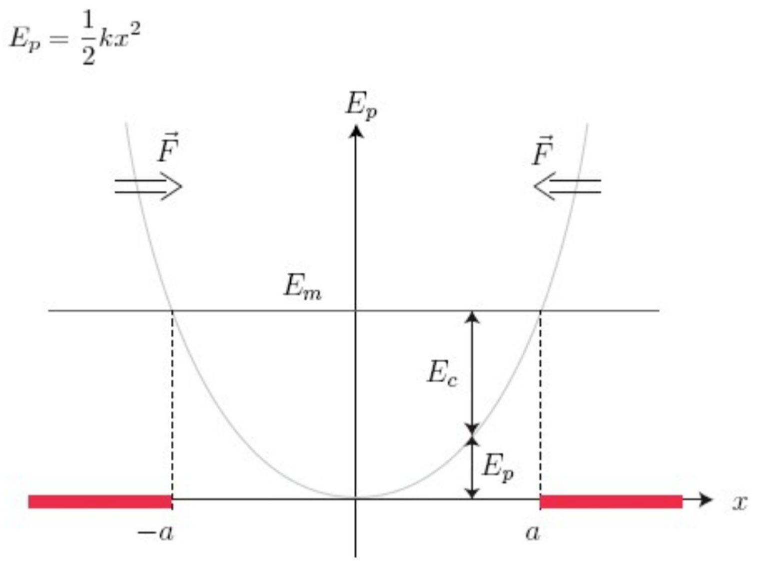
- la réaction du support $\vec{R}=\vec{N}=N\vec{u}_y$

- la force de rappel du ressort : $\vec{F}_r=-k\,x.\vec{u}_x$
- les frottement sont négligés.

Le poids et la réaction du support ne travaillent pas. La force de rappel du ressort est conservative et $Ep=\frac{1}{2}k\,x^2+C$. $\frac{d\,Ep}{dx}=...$

On peut s'intéresser à la stabilité d'un point d'équilibre (x=0) :

Équilibre stable - Exemple du ressort (oscillateur harmonique)



On peut également étudier le mouvement d'un tel système.
Ep = Ec =

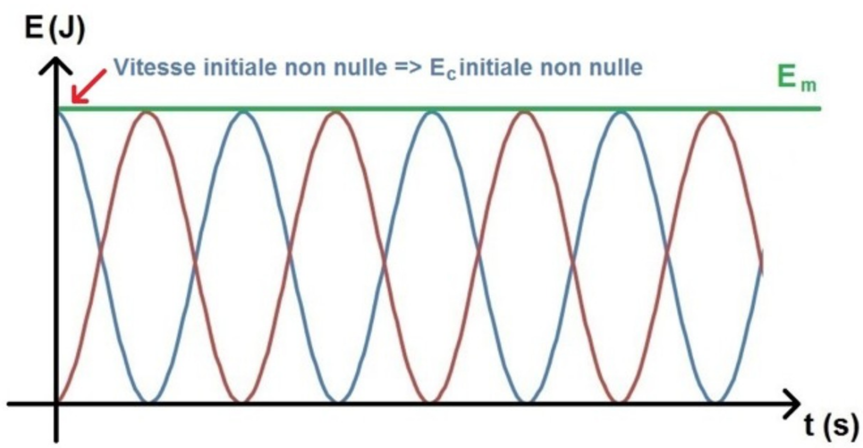
Donc $E_m = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 + C$

Le mouvement étant conservatif :

On en déduit l'équation du mouvement : $\ddot{x}^2 + \frac{k}{m} x = 0$

Il s'agit de l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique, de pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Les solutions sont du type : $x(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$



5) Oscillateur mécanique amorti

On reprend l'exemple de la masse accrochée au ressort précédent. On prend en compte des frottements fluide du type $\vec{f}=-\alpha\vec{v}$. C'est la seule force non conservative. On peut donc écrire le théorème de la puissance mécanique comme suit :

On voit donc que l'énergie mécanique va décroitre comme $-\alpha\dot{x}^2$.
L'équation du mouvement est :

Pour rappel, la forme canonique de l'équation différentielle des oscillateurs amortis est de la forme : $\ddot{x}+\frac{\omega_0}{Q}\dot{x}+\omega_0^2 x=0$

Ainsi, on identifie $\omega_0=\ldots$ et $\frac{\omega_0}{Q}=\ldots$

d'où : Q =

Si Q tend vers l'infini on retrouve l'oscillateur harmonique précédent.
Animation : https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Meca/Oscillateurs/ressort.php