TP : frottement fluide et vitesse limite

But : choisir le meilleur modèle de frottement fluide

I. Vitesses limites théoriques et ordres de grandeur (15 minutes conseillées)

On étudie la chute verticale d'une sphère dans un fluide. Contrairement au cas de la chute libre on prendra en compte les forces de frottement et éventuellement la poussée d'Archimède.

L'étude se place dans le référentiel terrestre lié au laboratoire supposé galiléen. Les systèmes étudiés sont :
- une bille métallique tombant dans de la glycérine (ou glycérol)
- un ballon de baudruche accroché à une masse tombant dans l'air.

Ces deux systèmes peuvent être modélisés par une sphère de rayon R (en m), de masse volumique ρ (en kg/m^3), de masse m (en kg). On considère un champ de pesanteur uniforme g (g=9,81 m/s^2). Le fluide (glycérine ou air) dans lequel tombe la sphère à une masse volumique ρ_f (en kg/m^3) et une viscosité dynamique η (en Pa.s).

Bilan des forces :
Dans tous les cas, la sphère est soumise à :

- son poids : $\vec{P}=m\vec{g}=\rho\frac{4}{3}\pi R^3\vec{g}$

- un frottement fluide pour un écoulement turbulent (en kv^2) : $\vec{F}=-C_d\pi R^2\frac{1}{2}\rho_f v\vec{v}$

ou bien un frottement fluide pour un écoulement visqueux (en kv) : $\vec{F}=-6\pi R\,\eta\vec{v}$

où v désigne la vitesse de la sphère dans le fluide et Cd désigne le coefficient de trainée d'une sphère qui dépend des conditions de la chute. On prendra ici Cd=0,40.

Dans le seul cas où la chute à lieu dans la glycérine, on prendra en compte la poussée d'Archimède : $\vec{P}_A=-\rho_f\frac{4}{3}\pi R^3\vec{g}$

Données :
fluides :
viscosité dynamique de la glycérine : $\eta=1{,}0\pm0{,}3\,Pa.s$ (Cette incertitude est grande. La glycérine se dilue facilement en absorbant l'humidité de l'air ce qui diminue sa viscosité. De plus, la température change beaucoup la valeur de la viscosité).
masse volumique de la glycérine : $\rho_f=1260\,kg.m^{-3}$
viscosité dynamique de l'air à 20°C : $\eta=1{,}8\times10^{-5}\,Pa.s$
masse volumique de l'air : $\rho_f=1{,}2\,kg.m^{-3}$
systèmes étudiés :
masse volumique de la bille métallique : $\rho=7830\,kg.m^{-3}$
masse du « ballon »: m = 6 ,77 g
rayon estimé du « ballon » : $R=12{,}5\pm1{,}5\,cm$

La 2e loi de Newton nous permet d'écrire :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{P}+\vec{P}_A+\vec{F}$$

Résultats admis pour ce TP :

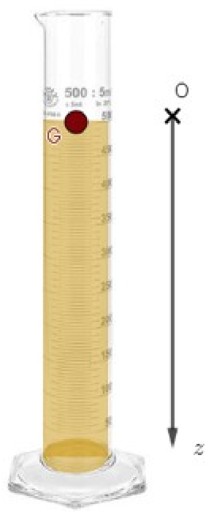
En supposant l'existence d'une vitesse limite ($\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{0}$), on peut montrer que si on néglige la poussée d'Archimède, la vitesse limite dans le cas d'un frottement pour un écoulement turbulent peut se mettre sous la forme : $v_{\text{lim}}=\sqrt{\frac{mg}{\frac{1}{2}C_d \pi R^2 \rho_f}}$.

En procédant de même, dans le cas d'un frottement visqueux (en kv), la vitesse limite peut se mettre sous la forme : $v_{\text{lim}}=\frac{2}{9}\frac{R^2 g(\rho-\rho_f)}{\eta}$

Enfin, dans l'air, si on néglige la poussée d'Archimède. On peut montrer que, dans le cas d'un frottement visqueux (en kv), la vitesse limite peut se mettre sous la forme : $v_{\text{lim}}=\frac{mg}{6\pi R\eta}$

1) Dans le cas du ballon seulement, estimer les deux vitesses limites en considérant les deux hypothèses : frottement en k.v ou en k.v^2.
2) On admet que dans les situations que l'on va étudier, la vitesse limite est atteinte. Du fait des ordres de grandeurs obtenus, choisir a priori le meilleur modèle de frottement fluide pour le ballon dans l'air.

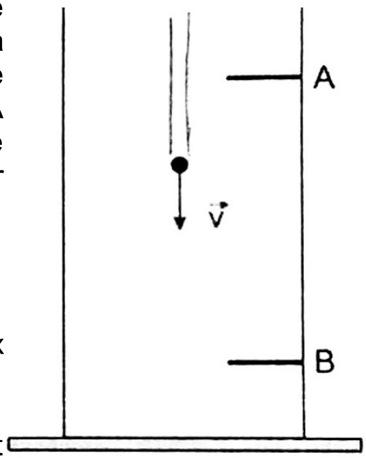
II. Mesure de la vitesse limite dans de la glycérine (60 minutes conseillées)



L'éprouvette (voir ci-contre) contient de la glycérine.

1) Mesurer le diamètre d de la bille à l'aide du pied à coulisse : d = …
2) On admet que la vitesse limite est atteinte en 5 cm.

Afin de pouvoir négliger les effets du fond de l'éprouvette sur la vitesse de la bille, on prendra comme hauteur de chute H une distance allant de 5 cm en dessous de la surface du liquide (point A ci-contre) à 5 à 10 cm au dessus du fond de l'éprouvette (point B ci-contre). On pourra placer des repères pour repérer A et B.



Mesurer la hauteur de chute choisie : H = ...

3) Réaliser 10 mesures de la durée Δt de la chute entre les deux repères A et B.

Pour ne pas mettre du glycérol partout, on utilisera un aimant pour ramener les billes vers la surface et on essuiera la bille avec du papier. La bille devra être déposée le plus délicatement possible à la surface du liquide sans vitesse initiale.

Exp n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δt(s)										

4) A l'aide de l'outil statistique de votre calculatrice, calculer la moyenne $\overline{\Delta t}$ et l'écart type échantillon σ_{n-1} . On gardera une précision au millième de seconde pour la durée et au millième pour l'écart-type.
5) En déduire une estimation de l'incertitude sur Δt : $u(\Delta t)=\frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$ où n désigne le nombre de mesures. On prendra une précision au millième de seconde pour l'incertitude. Le dernier chiffre significatif sera arrondi au chiffre supérieur.

6) Donner une estimation de la vitesse expérimentale limite moyenne $\overline{v_{\lim}}$.
7) En admet que l'incertitude sur la vitesse expérimentale est essentiellement due à la mesure de la durée. On donne : $\frac{u(v_{\lim})}{v_{\lim}}=\frac{u(\Delta t)}{\Delta t}$

Donner l'incertitude sur la vitesse limite u(v_{lim}). On ne gardera qu'un seul chiffre significatif. On arrondit au chiffre supérieur.

8) Donner la valeur de la vitesse limite expérimentale sous la forme : $v_{\lim}=\overline{v_{\lim}}\pm u(v_{\lim})$
9) On admet que la vitesse limite théorique est $v_{\lim}^{th}=\frac{2}{9}\frac{R^2 g(\rho-\rho_f)}{\eta}$. Avec votre mesure de R et les données de la partie I, calculer la vitesse limite théorique notée $v_{\lim}^{th}$.
10) Estimer l'incertitude sur cette vitesse $u(v_{\lim}^{th})$ en utilisant la relation suivante : $\frac{u(v_{\lim}^{th})}{v_{\lim}^{th}}=\frac{u(\eta)}{\eta}$.
11) Les vitesses théoriques et expérimentales sont-elles compatibles ? Le frottement visqueux vous semble-t-il pertinent ?

On rappelle que deux mesures G_{exp1} et G_{exp2} d'une même grandeur G dont on connaît les incertitudes respectives u_1 et u_2 sont compatibles entre elles si le critère suivant est respecté :

$$\frac{|G_{\exp 1}-G_{\exp 2}|}{\sqrt{u_1^2+u_2^2}}\leq 2$$

III. Mesure de la vitesse limite dans de l'air (30 minutes conseillées)

1) En utilisant le logiciel atelier scientifique cinéris, ouvrir la vidéo chute_ballonlesté_6_77g_encodé.avi dans le dossier indiqué par le professeur.
2) Etalonner la vidéo et positionner les axes (Ox) et (Oy).
3) En pointant toujours le même point du ballon (par exemple le bas de celui-ci), procéder au pointage afin d'obtenir les positions X(t) et Y(t) du ballon en fonction du temps.
4) Sur Cineris, tracer Y(t).
5) Justifier que le ballon atteint une valeur limite constante à partir d'une date t_1. Estimer cette date t_1.
6) Sur Excel, tracer un nouveau graphique Y(t) avec uniquement les points allant t_1 à t_{final}.
7) Modéliser Y(t) par un modèle affine et noter le modèle obtenu.
8) En déduire la vitesse limite $v_{lim.}$
9) Comparer à la valeur théorique calculée en I) en calculant l'écart relatif $\epsilon=\frac{valeur\ de\ reference-valeur\ \exp}{valeur\ de\ reference}\times 100$.

IV. Conclusions (10 minutes conseillées)

1) On dit parfois qu'à faible vitesse le frottement fluide est proportionnel à la vitesse de l'objet et à grande vitesse, le frottement fluide est proportionnel au carré de la vitesse. Cela vous semble-t-il pertinent ?

2) Dans le cas d'un objet à géométrie sphérique, outre la vitesse, proposer au moins un autre paramètre qu'il faut prendre en compte pour savoir s'il s'agit d'un frottement fluide en k.v ou en k.v^2 (les coefficients k n'étant pas dans les mêmes unités).