TOTAL /$\frac{27}{23,5}$

Cours A

$0,5\times5=2,5$ (cours)

1) $P=\vec{F}\cdot\vec{v}$
2) $\delta W(\vec{F})=\vec{F}\cdot d\vec{l}$
3) $E_c=\frac{1}{2}mv^2$
4) TEC : $\Delta E_c=\sum W_{AB}(\vec{F})$
5) force conservative si $\delta W(\vec{F})=-dE_p$

Cours B

1) $P=\vec{F}\cdot\vec{v}$
2) $\delta W(\vec{F})=P\,dt$
3) $E_m=E_c+E_p$
4) TEM : $\Delta E_m=\sum W_{AB}(\vec{F}_{n\,cons.})$
5) force conservative si son travail ne dépend que des pts de départ et d'arrivée (donc indépendant du chemin suivi).

Ex 1 — TOTAL /4

1) $\overrightarrow{OM}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ $\quad\vec{V}=\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}=\begin{pmatrix}\dot{x}\\\dot{y}\\\dot{z}\end{pmatrix}$

avec $x=3\cos t \Rightarrow \dot{x}=3(-\sin t)$

$y=3\sin t \Rightarrow \dot{y}=3\cos t$

$z=3t-6 \Rightarrow \dot{z}=3$

$\vec{V}=\begin{pmatrix}-3\sin t\\3\cos t\\3\end{pmatrix}$ 1

$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\begin{pmatrix}-3\cos t\\-3\sin t\\0\end{pmatrix}$ 1

2) $r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{3^2\cos^2t+3^2\sin^2t}=3$ 1

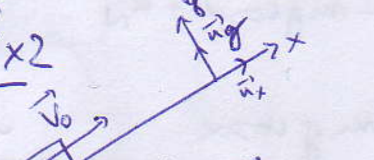
$\overrightarrow{OM}=r\vec{u}_r+z\vec{u}_z$ avec $z\nearrow$

On a donc une trajectoire hélicoïdale.

Vue de dessus  Vue de côté  1

TOTAL : $6,5+5+4=17,0$

Ex2



$V_0=1,5\,m.s^{-1}$

$m=500\,g$ ou $700\,g$

$\vec{V}_0=V_0\vec{u}_x$

Ref : terrestre supposé galiléen) +0,5

1) La brique ne décolle pas : $z=cte=0\ \forall t \Rightarrow \dot{z}=0\ ;\ \ddot{z}=0$ 1

Cela va simplifier l'étude car certaines projections seront plus simples.

2) 

pas de frottement.

Bilan des forces : $\vec{P}$ et $\vec{R}_N$

$\vec{P}=\begin{pmatrix}-mg\sin\alpha\\-mg\cos\alpha\end{pmatrix}$ $\quad\vec{R}_N=\begin{pmatrix}0\\R_N\end{pmatrix}$ 1

2^e loi de Newton : $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R_N}$ 0,5

avec $\vec{a} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{z} \end{pmatrix}$

En projetant sur $\vec{e_x}$: $m\ddot{x} = -mg\sin\alpha$
sur $\vec{e_z}$: $m\ddot{z} = 0 = -mg\cos\alpha + R_N$ 1

L'équation différentielle du mouvement est : $\boxed{\ddot{x} = - g\sin\alpha}$ 0,5

3) $V = V_x = \dot{x} = -g\sin\alpha \cdot t + V_0$

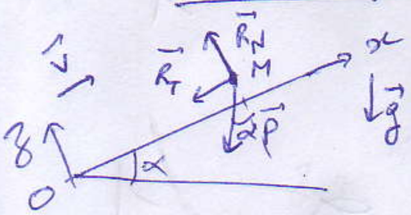
La brique s'arrête quand $V = 0 \iff t = \dfrac{V_0}{g\sin\alpha}$

A.N sujet A : $t_{\text{arrêt}} = \dfrac{1,5}{9,81 \times \sin 15°} = 0,59\ s$ 1

sujet B : $t_{\text{arrêt}} = \dfrac{1,5}{9,81 \times \sin 25°} = 0,36\ s$ /!\ oubli $d_{\text{arrêt}}$ → voir fin de la correction

4) Sans frottement, la brique va redescendre.
De plus : $V < 0$ à partir de $t_{\text{arrêt}}$ et $\vec{V} = V\vec{u_x}$ ce qui va dans le même sens. 1

5) Bilan des forces : $\vec{P}$ poids
$\vec{R_N}$, $\vec{R_T}$ } réaction du plan incliné



$\vec{P}$ et $\vec{R_N}$ inchangés 1
$\vec{R_T} = -R_T\vec{u_x}$

2^e loi de Newton en projetant sur $\vec{u_x}$: $m\ddot{x} = -mg\sin\alpha - R_T$
sur $\vec{u_z}$: $0 = -mg\cos\alpha + R_N$

Avec $\begin{cases} R_N = mg\cos\alpha \\ R_T = \mu_d\, mg\cos\alpha \end{cases}$, on obtient :

$m\ddot{x} = -mg\sin\alpha - \mu_d\, mg\cos\alpha$ 1

$\boxed{\ddot{x} = -g\sin\alpha - \mu_d\, g\cos\alpha = -g[\sin\alpha + \mu_d\cos\alpha]}$

6) De même qu'en 3), on obtient : $t_{\text{arrêt}} = \dfrac{V_0}{g[\sin\alpha + \mu_d\cos\alpha]}$

A.N. : sujet A $t_{\text{arrêt}} = \dfrac{1,5}{9,81(\sin 15 + 0,2\cos 15)} = 0,55\ s$
sujet B $t_{\text{arrêt}} = \dfrac{1,5}{9,81(\sin 25 + 0,2\cos 25)} = 0,35\ s$ 1

$\boxed{x(t) = -g[\sin\alpha + \mu_d\cos\alpha]\dfrac{t^2}{2} + V_0 t}$ 1

6) (suite)

$$d_{arret} = x(t_{arret}) = -\frac{1}{2} g \left[\sin\alpha + \mu_d \cos\alpha\right] \frac{V_0^2}{g^2\left[\sin\alpha + \mu_d \cos\alpha\right]^2}$$

$$+ V_0 \times \frac{V_0}{g(\sin\alpha + \mu_d \cos\alpha)}$$

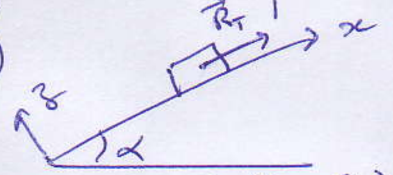
$$= \frac{V_0^2}{g(\sin\alpha + \mu_d \cos\alpha)} \left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

$$d_{arret} = \frac{V_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu_d \cos\alpha)} \quad \sim \frac{(m \cdot s^{-1})^2}{m \cdot s^{-2}} = m$$

Sujet A $\quad d_{arret} = \dfrac{1{,}5^2}{2 \times 9{,}81\,(\sin 15° + 0{,}2 \cos 15)} = 0{,}25\ m$

Sujet B $\quad d_{arret} = \dfrac{1.5^2}{2 \times 9.81\,(\sin 25 + 0.2 \cos 25} = 0{,}19\ m \quad$ 1

7) La force de frottement s'oppose au mouvement.
Donc, quand la brique est à l'arrêt, $\vec{R_T} = R_T \vec{u_x}$ (vers la droite)



V=0 (à l'arrêt) $\quad$ 1

8) $\vec{P}$ et $\vec{R_N}$ sont inchangés $\quad \vec{R_T} = \begin{pmatrix} R_T \\ 0 \end{pmatrix}$

Avec $\|\vec{R_T}\| = R_T \leq \mu_s R_N$

Soit $R_T \leq \mu_s\, mg \cos\alpha$

A la limite du glissement : $R_T = \mu_s\, mg \cos\alpha \quad$ 1

Or à l'arrêt $\ddot{x} = 0 \Rightarrow 0 = -mg \sin\alpha + R_T$ | d'après la 2^e loi de Newton

Donc $R_T = mg \sin\alpha_{MAX} = \mu_s\, mg \cos\alpha_{MAX} \quad$ 1

$$\Rightarrow \frac{\sin\alpha_{MAX}}{\cos\alpha_{MAX}}\ \tan\alpha_{MAX} = \mu_s$$

$$\alpha_{MAX} = \arctan \mu_s = \arctan 0{,}3 = \boxed{17° = \alpha_{MAX}} \quad 1$$

Exz 3) calcul de la distance d'arrêt :

$$x(t) = -\frac{g}{2}\sin\alpha . t^2 + V_0 . t$$

$$d_{arret} = -\frac{g}{2}\sin\alpha\left(\frac{V_0}{g\sin\alpha}\right)^2 + V_0 . \frac{V_0}{g\sin\alpha}$$

$$= -\frac{g}{2}\frac{V_0^{\,2}}{g^2\sin\alpha} + \frac{V_0^{\,2}}{g\sin\alpha} = \frac{V_0^{\,2}}{g\sin\alpha}\left[1 - \frac{1}{2}\right]$$

$$d_{arret} = \frac{V_0^{\,2}}{2g\sin\alpha}$$ 1

A.N

Sujet A : $d_{arret} = \frac{1,5^2}{2\times 9,81 \sin 15°} = 0,44\,m$ 0,5

Sujet B : $d_{arret} = \frac{1.5}{2\times 9,81 \sin 25°} = 0,27\,m$