

# Thème 1 : ondes et signaux



## O2. Formation des images

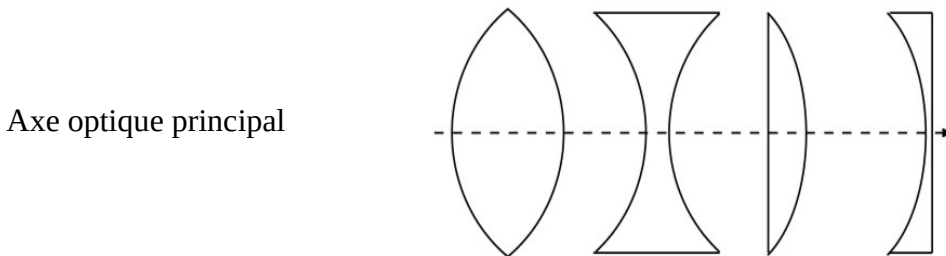
### Lentilles minces

Notions et contenu	Capacités exigibles
<b>Lentilles minces.</b> <b>Formules de conjugaison et de grandissement transversal.</b>	Utiliser les définitions et les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence. Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide des rayons lumineux.  Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal fournies (Descartes uniquement).  <b>Mettre en œuvre expérimentalement à l'aide de deux lentilles un dispositif optique d'utilisation courante. T.P.</b>
<b>Modèles de quelques dispositifs optiques</b>  L'œil. Punctum proximum, punctum remotum.	Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe.  Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.
La fibre optique à saut d'indice.	Établir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice.
L'appareil photographique numérique.	Étudier l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image.

# 1 LENTILLES MINCES

## 1.1 Qu'est-ce qu'une lentille mince ?

Une lentille est une portion de milieu homogène transparent isotrope (souvent du verre) limitée par deux dioptries sphériques (ou plans) de même axe de révolution (axe optique de la lentille).



Une lentille est dite **mince** si l'épaisseur de la lentille  $S_1S_2$  est faible devant les rayons de courbures  $R_1$  et  $R_2$  des dioptries sphériques constituant la lentille (voir figure). Les sommets  $S_1$  et  $S_2$  des deux dioptries sont alors quasiment confondus :  $S_1 \approx S_2 \approx O$ .  $O$  est le *centre optique* de la lentille.

Une lentille mince est représentée par un plan de centre  $O$ , perpendiculaire à l'axe optique.

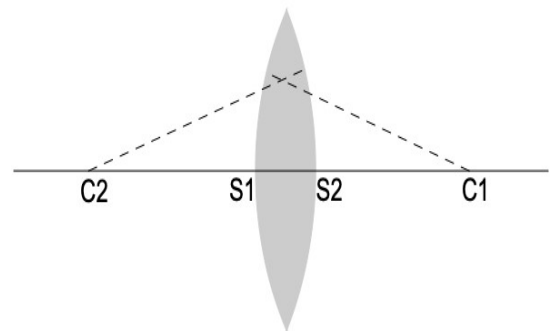
Tout rayon passant par le centre optique d'une lentille mince est non dévié.

Une lentille mince est constituée de deux dioptries sphériques qui vérifient :

$$e = S_1S_2 \text{ (épaisseur)}$$

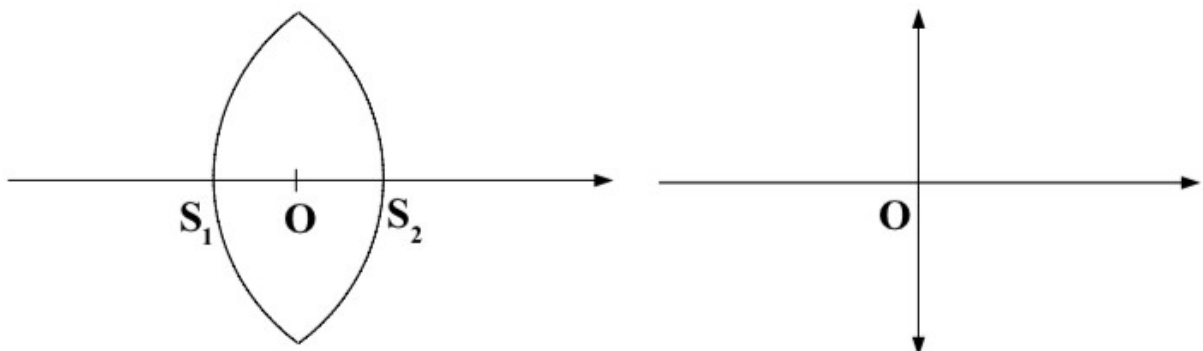
$$e \ll C_1S_1, \quad e \ll C_2S_2 \text{ et } e \ll C_1C_2$$

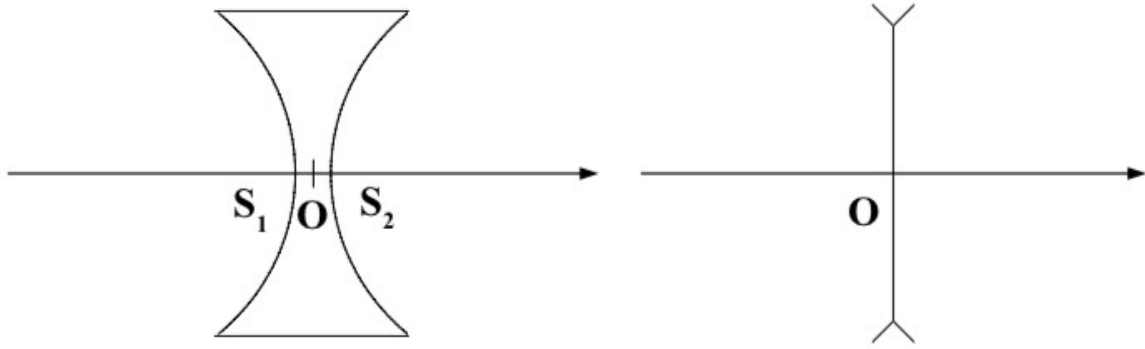
d'où  $S_1 \approx S_2 \approx O$  (centre optique).



## 1.2 Lentilles convergentes et lentilles divergentes

Il existe deux types de lentilles minces : **convergente et divergente**.





Comment distinguer une lentille divergente d'une lentille convergente ?

les lentilles divergentes ont des bords épais,  
 les lentilles convergentes ont des bords minces.

Dans les conditions de Gauss, les lentilles minces sont approximativement stigmatiques et aplanétiques.

Autre méthode :

lorsque l'on place la lentille devant un texte par exemple, l'image que l'on voit est virtuelle, de même sens que le texte.

Si la lentille est convergente, l'image est grossie. Si la lentille est divergente, l'image est rétrécie.

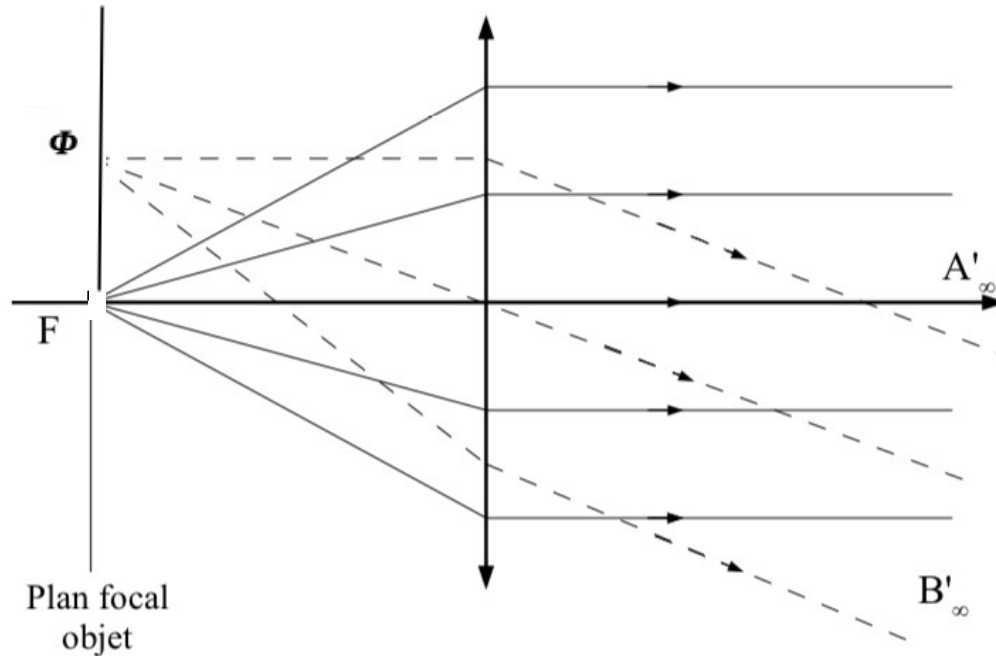


Lentille ..... ..

### 1.3 Foyers principaux d'une lentille mince.

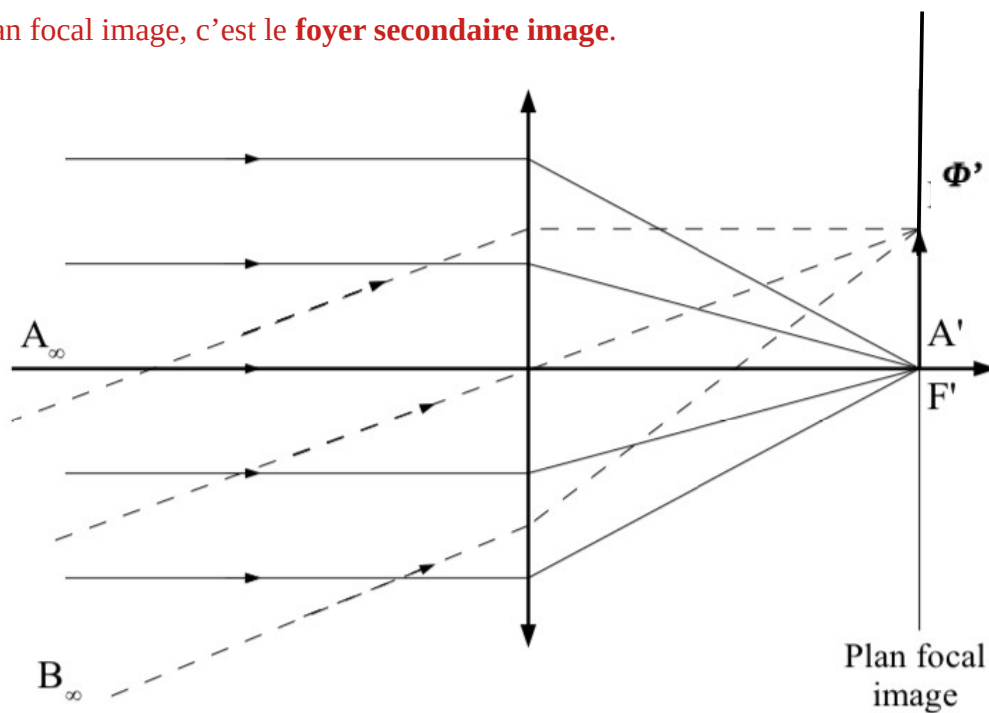
Le **foyer principal objet** d'une lentille est le point de l'axe optique dont le point image  $A'$  se situe à l'infini sur l'axe optique. Il est noté  $F$ .

$\Phi$  est dans le plan focal objet, c'est le foyer secondaire objet.



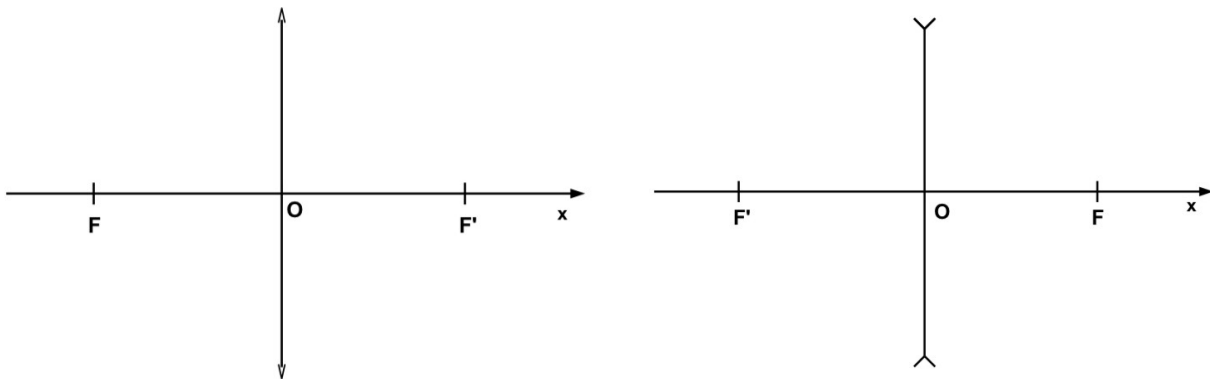
Le **foyer principal image** d'une lentille est le point-image d'un point-objet  $A$  à l'infini sur l'axe optique. Il est noté  $F'$ .

$\Phi'$  est dans le plan focal image, c'est le **foyer secondaire image**.



L'expérience montre que les foyers objet F et image F' d'une lentille mince sont symétriques par rapport à son centre optique O.

$$\overline{OF} = -\overline{OF'}$$



.....

## 2 CONSTRUCTION D'UNE IMAGE PAR UNE LENTILLE MINCE

### 2.1 Les règles de construction.

#### Rayons particuliers pour la construction d'une image par une lentille mince

1. le rayon passant par le centre optique O de la lentille n'est pas dévié,
2. le rayon passant par le foyer objet F de la lentille est transmis parallèlement à l'axe optique,
3. le rayon incident parallèle à l'axe optique (Ox) donne un rayon transmis qui passe par le foyer image F' de la lentille.

### 2.2 Construction d'une image par une lentille mince.

#### **Point objet hors de l'axe optique : les trois rayons particuliers**

Dans les conditions de Gauss, une lentille mince est considérée comme stigmatique. Il suffit alors de deux rayons lumineux différents pour déterminer la position d'un point image. On les choisira parmi les trois rayons particuliers. Le troisième rayon sert à vérifier les tracés précédents ( je vous conseille de le représenter pour vérifier les tracés).

### Point objet sur l'axe optique

Pour un point appartenant à l'axe optique de la lentille, les trois rayons particuliers précédents sont confondus avec l'axe optique. **L'image d'un point de l'axe optique appartient à l'axe optique.**

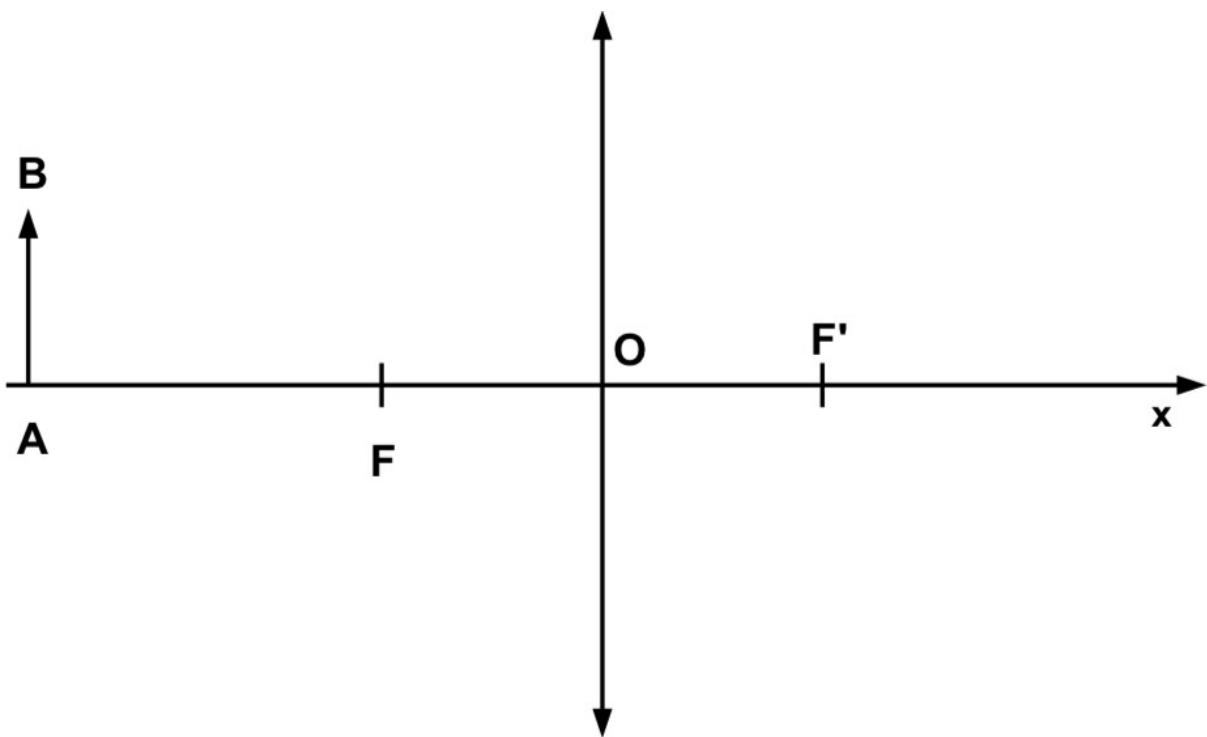
Pour déterminer la position  $A'$  de l'image d'un point  $A$  appartenant à l'axe optique, on cherche la position de l'image  $B'$  d'un point  $B$  appartenant au plan perpendiculaire à l'axe optique  $Ox$  en  $A$ . On en déduit la position de  $A'$  par projection orthogonal de  $B'$  sur l'axe optique (propriété d'aplanétisme).

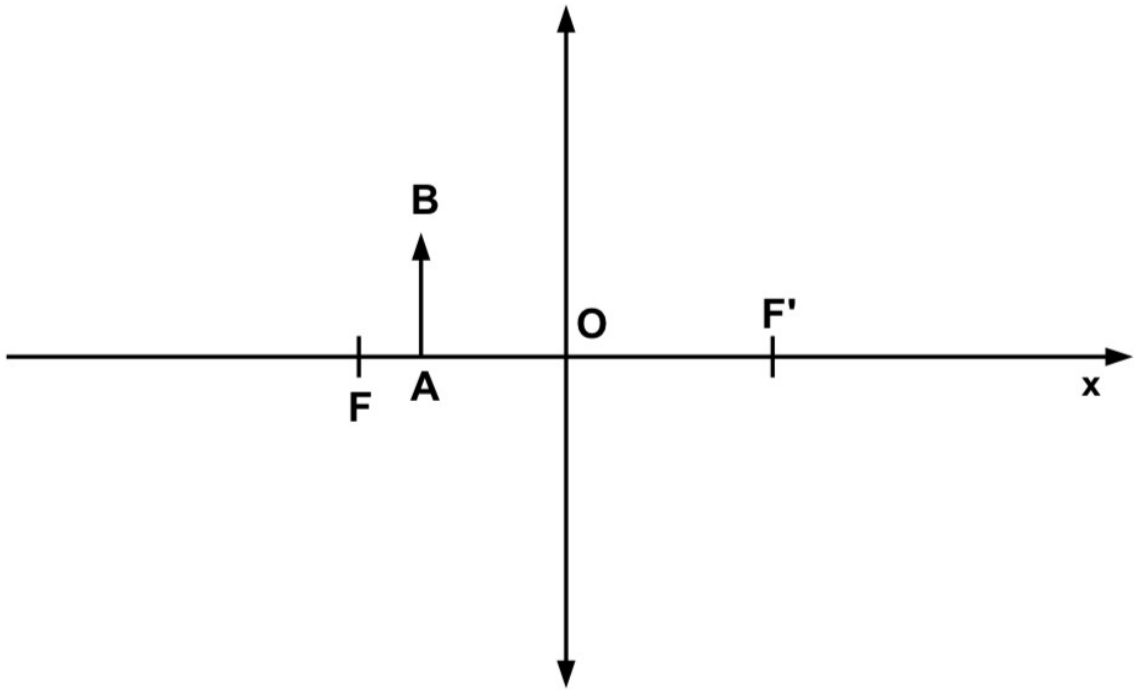
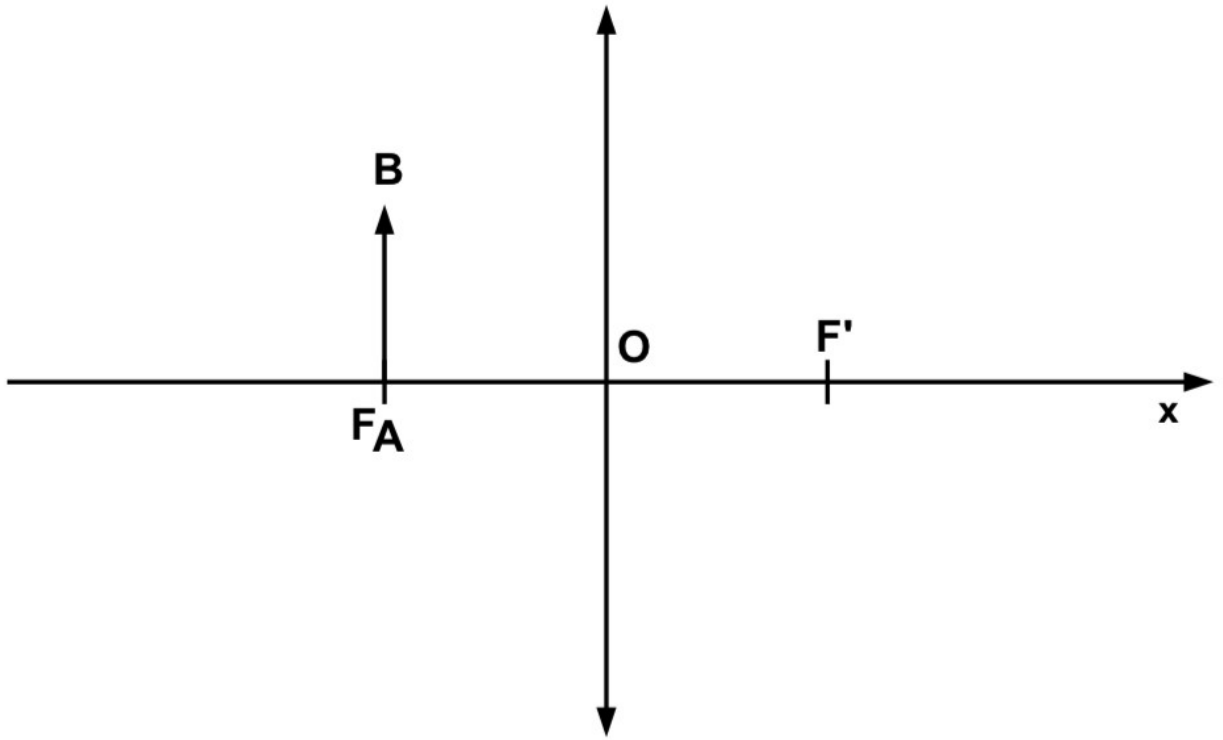
### Vergence et distance focale

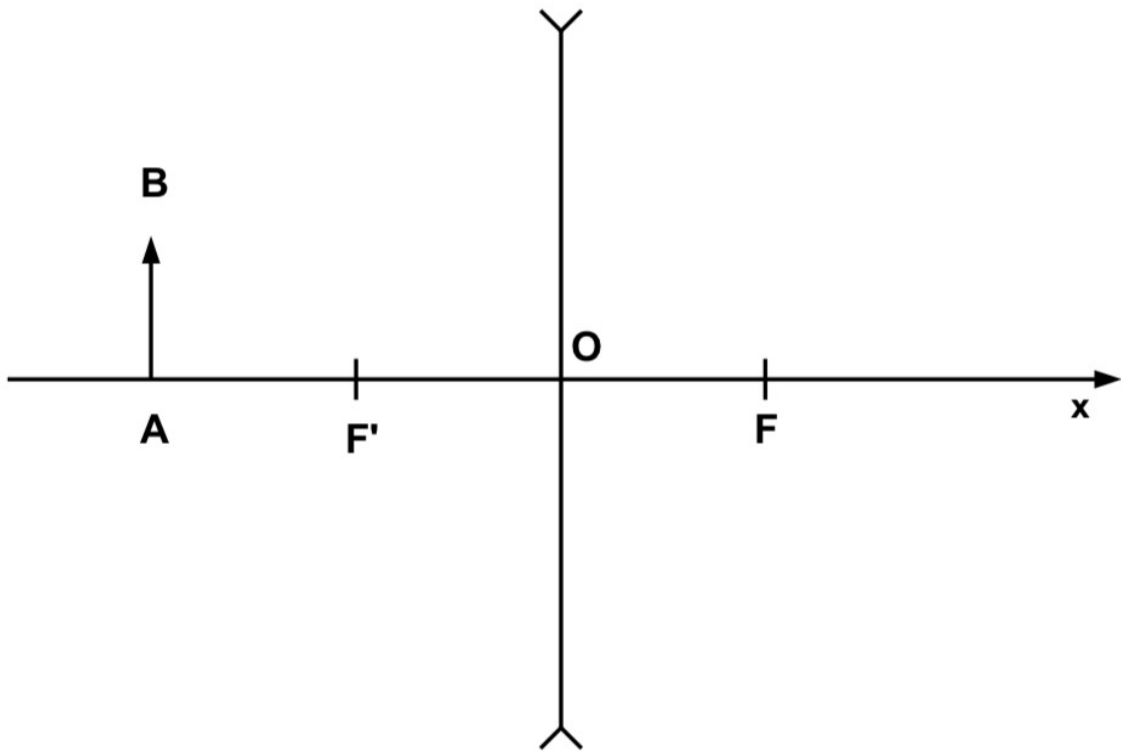
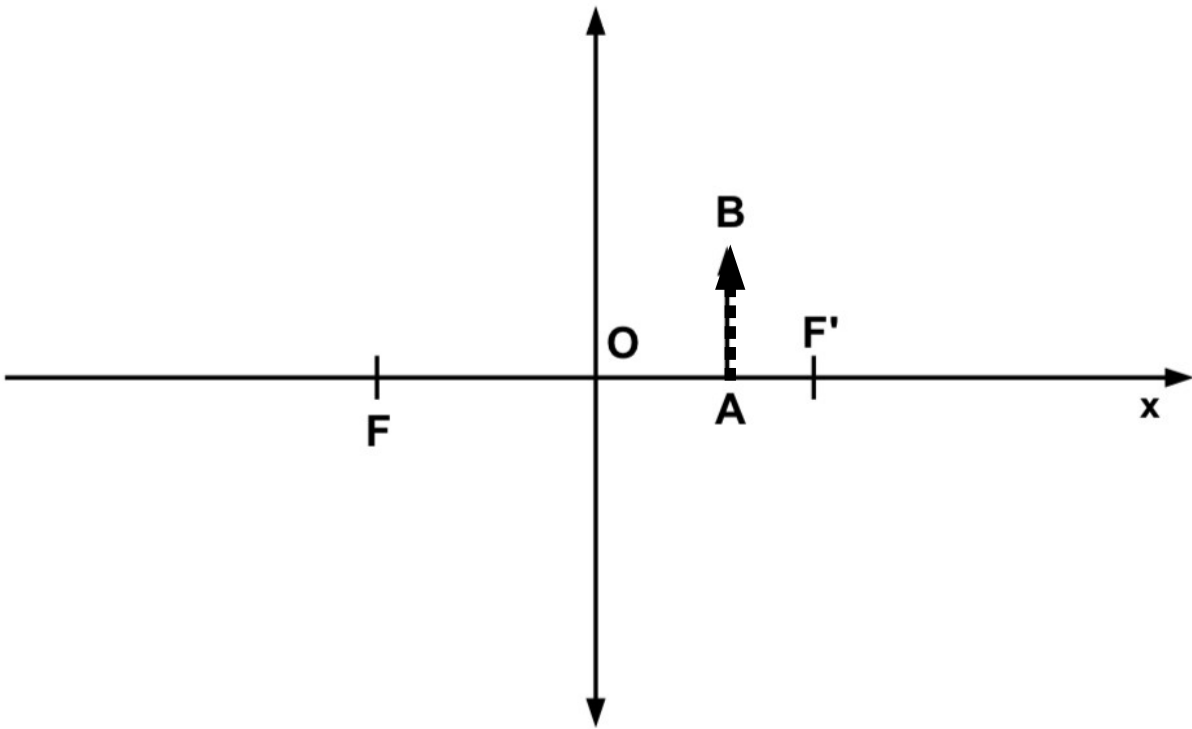
La distance focale  $f'$  d'une lentille mince est définie par :  $f' = \overline{OF'} = -\overline{OF} = -f$  .

La vergence  $V$  d'une lentille est définie par  $V = \frac{1}{\overline{OF}}, = \frac{1}{f}$  .

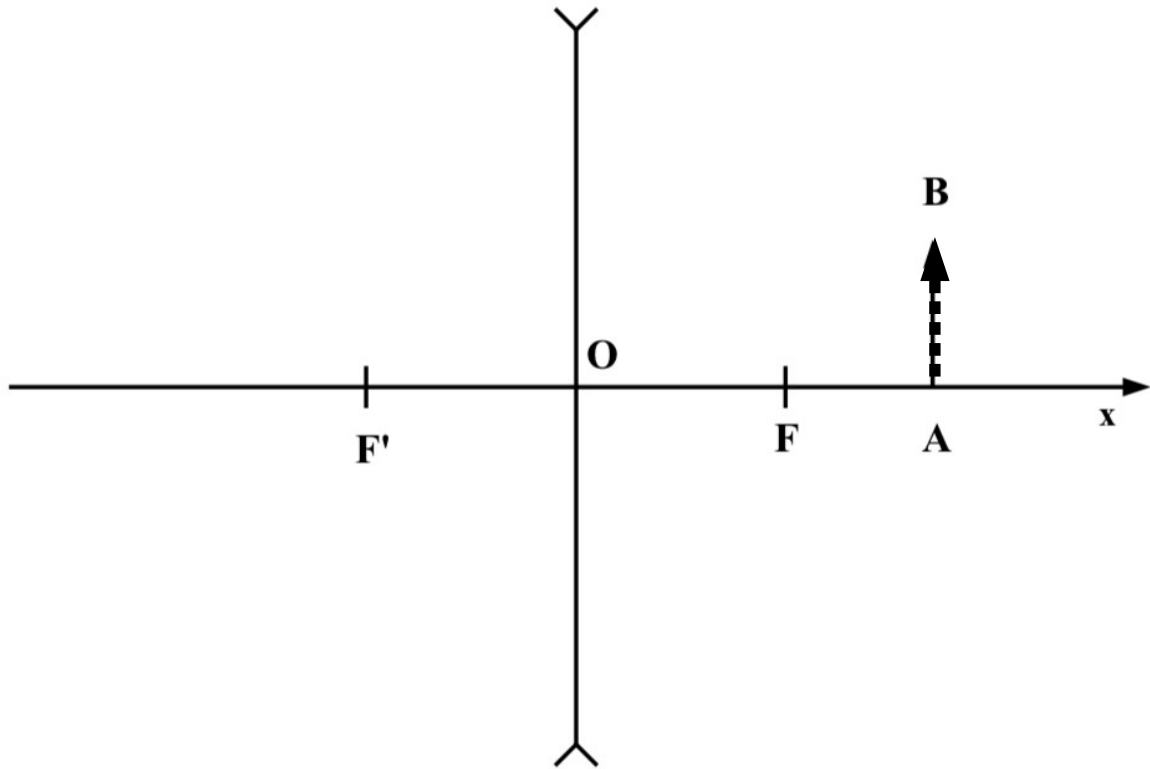
Si  $f'$  est exprimée en m alors  $V$  s'exprime en dioptries  $\delta$  ( $m^{-1}$ ).











### 3 RELATIONS DE CONJUGAISON

Soit A un point-objet. Il existe un unique point-image A' conjugué de A par la lentille L.

On note :  $L: A \rightarrow A'$

Les positions d'un objet A et de son image conjuguée A' sont liées par la **relation de conjugaison de Descartes**:

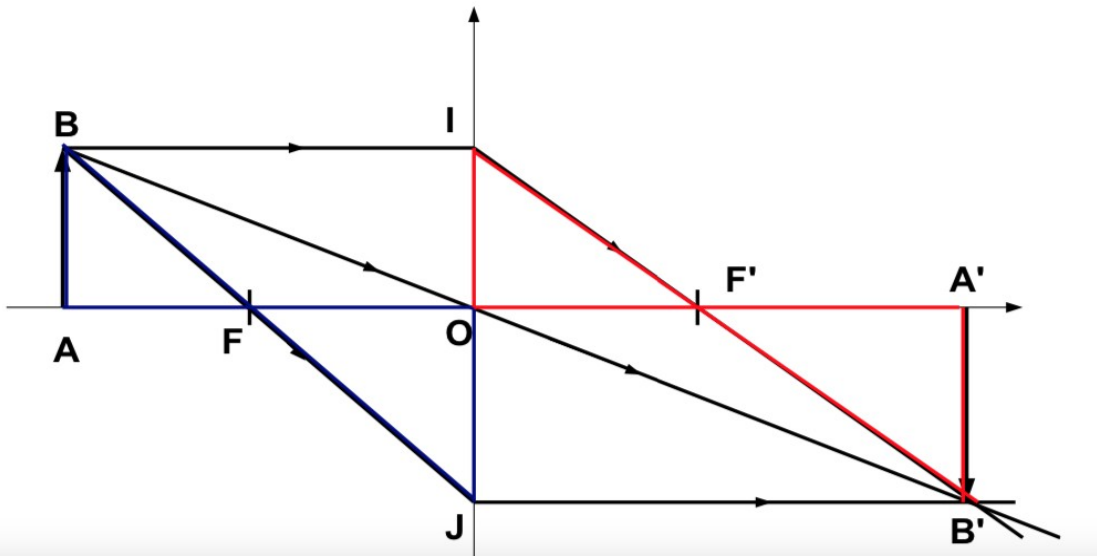
$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$$

$$f' = \overline{OF'}$$

Cette formule est dite aussi formule de conjugaison avec origine au centre

On appelle grandissement transversal :

$$G_t = \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{AB} = \frac{\overline{OA'}}{OA}$$



**Démonstration :** (inutile de retenir)

Pour obtenir le grandissement, on applique le théorème de Thalès dans les triangles OAB et OA'B' :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Théorème de Thalès appliqué aux triangles F'A'B' et F'OI avec OI = AB par construction.

$$\overline{A'B'} / \overline{OI} = \overline{A'B'} / \overline{AB} = \overline{F'A'} / \overline{F'O} = (\overline{F'O} + \overline{OA'}) / \overline{F'O} \quad (1)$$

Théorème de Thalès appliqué aux triangles FAB et FOJ avec OJ = A'B' par construction.

$$\overline{OJ} / \overline{AB} = \overline{A'B'} / \overline{AB} = \overline{FO} / \overline{FA} = \overline{FO} / (\overline{FO} + \overline{OA}) \quad (2)$$

$$(\overline{F'O} + \overline{OA'}) / \overline{F'O} = \overline{FO} / (\overline{FO} + \overline{OA})$$

$$(\overline{F'O} + \overline{OA'}) (\overline{FO} + \overline{OA}) = \overline{F'O} \cdot \overline{FO} \quad \text{avec } \overline{OF'} = -\overline{FO}' = f' \text{ et } \overline{OF} = -\overline{FO} = -f'$$

$$(-f' + \overline{OA'}) (f' + \overline{OA}) = (-f') \cdot f'$$

$$-f'^2 - f' \overline{OA} + \overline{OA'} \cdot f' + \overline{OA'} \cdot \overline{OA} = -f'^2$$

$$-f' \overline{OA} + \overline{OA'} \cdot f' + \overline{OA'} \cdot \overline{OA} = 0$$

$$f' \overline{OA} - \overline{OA'} \cdot f' = \overline{OA'} \cdot \overline{OA}$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

Et en divisant par f', OA et OA', on obtient :

Cas particulier : lentilles accolées

Soient deux lentilles de vergence  $V_1$  et  $V_2$  accolées : on considère leurs centres optiques comme confondus. La première lentille donne une image qui devient l'objet pour la deuxième lentille. L'application de la relation de conjugaison à ce système permet de montrer que ce doublet se comporte comme un lentille unique de vergence  $V = V_1 + V_2$ . On pourra donc appliquer la relation de conjugaison comme s'il s'agissait d'une seule lentille.

Attention ! Si les lentilles ne sont pas accolées, la relation de conjugaison n'est plus valable.

## 4 COMPROMIS EN OPTIQUE INSTRUMENTALE

L'étude menée sur les lentilles minces a montré que la netteté d'une image par une lentille était renforcée en se plaçant dans les conditions de Gauss. Pour ce faire on sélectionne les rayons paraxiaux au moyen d'un diaphragme. Il en résulte une perte de luminosité et un phénomène de diffraction qu'il faut prendre en compte.

**Diaphragmer un instrument d'optique améliore la qualité du stigmatisme mais diminue la luminosité de l'image.**

Pour renforcer la netteté de l'image sans perdre en luminosité, il faut alors avoir recours à un **temps d'exposition plus long** dépendant de la sensibilité du détecteur. Si l'objet est en mouvement, le temps d'exposition va être court ce qui rend le compromis encore plus délicat.

**Diaphragmer un instrument d'optique améliore la qualité du stigmatisme mais diffracte la lumière.**

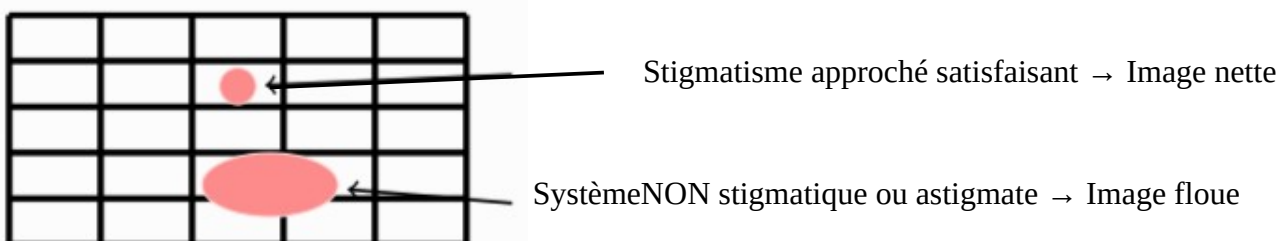
A cause de la diffraction, même pour un instrument d'optique stigmatique, l'image d'un point est une tâche (tâche centrale de la figure de diffraction) centrée sur l'image géométrique. Il peut alors être impossible de distinguer sur l'image deux points voisins : on perd en **résolution**.

En fait tout détecteur lumineux possède une structure discrète : c'est une collection de détecteur élémentaire de très petite taille mais non nulle (cellule de la rétine pour l'oeil, capteur CCD pour une caméra numérique. . .). En pratique, un point-image est en fait un détecteur élémentaire.

On peut s'affranchir de la diffraction et du caractère approché du stigmatisme en choisissant un diaphragme d'ouverture tel que **la taille de la tache image d'un point soit inférieure à la taille d'un élément du détecteur de la lumière.**

**On a stigmatisme approché lorsque l'image d'un point est une tache dont la taille n'excède pas la résolution du capteur utilisé.**

lorsque la tache image < pixel du capteur.

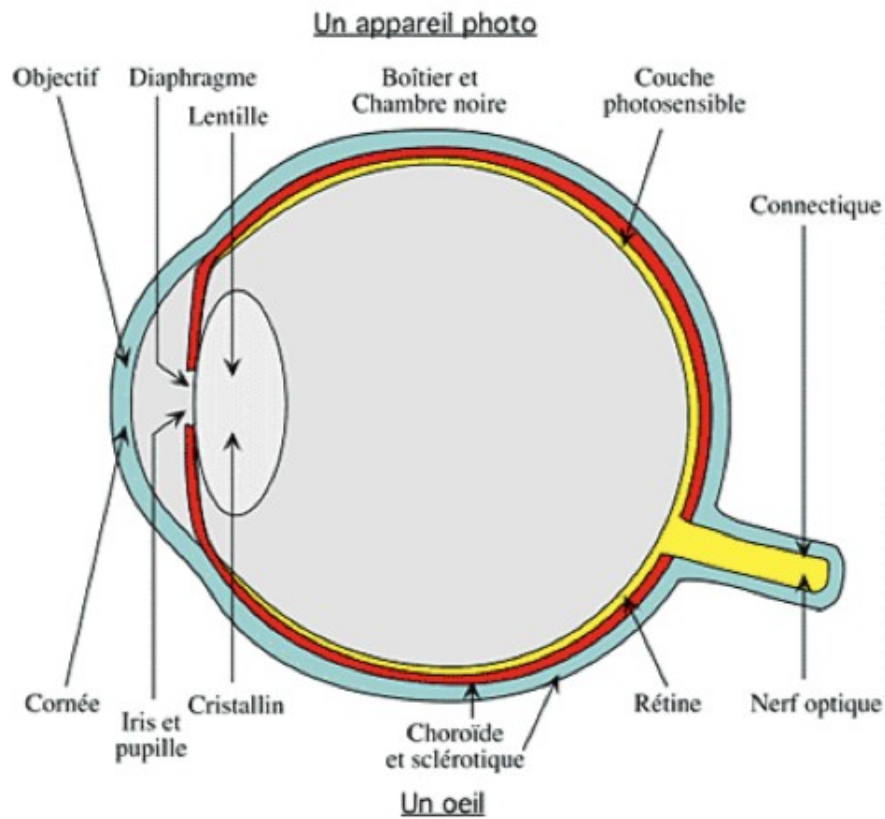


## 5 MODELES DE QUELQUES DISPOSITIFS OPTIQUES

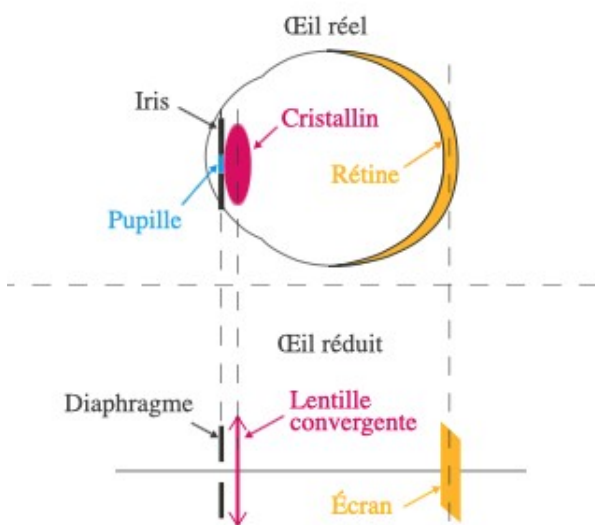
### 5.1 L'oeil.

L'œil est un système optique modélisable par une lentille de focale variable qui projette les images sur une surface photosensible située à distance fixe .

La surface photosensible est la **rétilne**. Elle est composée de quatre types de capteurs, des bâtonnets et trois types de cônes. Les cônes mesurent chacun une couleur rouge, vert ou bleu. Les bâtonnets mesurent uniquement la luminosité, et sont les seuls actifs dans le noir. **L'iris** correspond à la zone colorée de l'œil qui est percée en son centre par la **pupille**, dans laquelle la lumière pénètre. La lentille est double (cornée + cristallin). La cornée est la première lentille transparente de l'œil. Elle recouvre la partie antérieure de l'œil devant l'iris et la pupille. **Le cristallin**, par déformation, peut modifier sa focale.



12

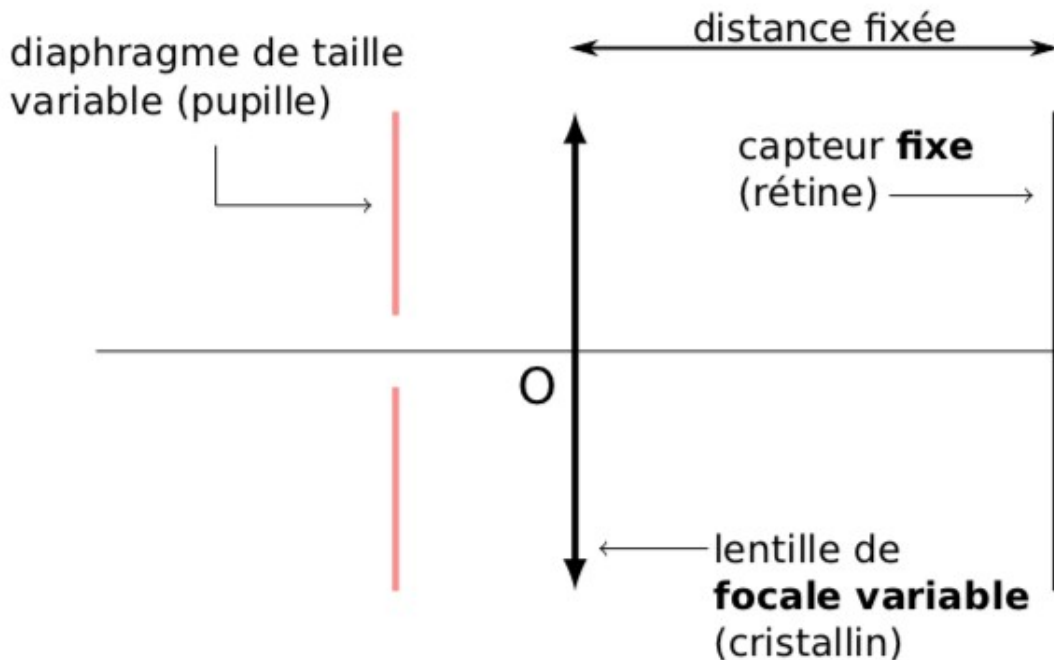


Œil réel	Modèle réduit
Iris / Pupille	Diaphragme
Cristallin	Lentille convergente
Rétine	Écran

Ordres de grandeur de la plage d'accommodation et de la limite de résolution angulaire .

### Accommodation

**L'accommodation est le phénomène qui permet à l'œil d'assurer la netteté des images qui se forment sur la rétine.**



**Equivalent : la mise au point est l'opération qui permet d'obtenir une image nette sur la pellicule de l'appareil photographique.**

Pour accommoder (donc pour former une image nette sur la rétine d'un objet donné), la focale du cristallin varie. **La distance entre cristallin et rétine reste quant à elle constante.**

Lorsque le cristallin est relâché (œil au repos ou n'accommodant pas), sa focale est maximale (il fait peu converger). Cette position relâchée correspond à former l'image de l'objet le plus éloigné possible. La position de cet objet est le **ponctum remotum : pour un œil normal, il est à l'infini.**

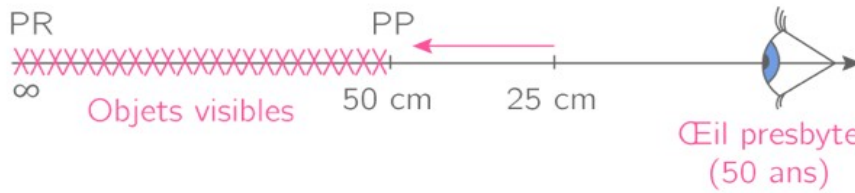
Pour voir un objet plus rapproché, le cristallin doit être comprimé afin de posséder une focale plus petite et former l'image sur la rétine. C'est lorsqu'il est comprimé au maximum qu'il est possible de voir net à la distance la plus proche. La position de cet objet le plus proche possible est le **ponctum proximum : pour un œil normal il est situé à 25 cm environ.**

**La plage d'accommodation est la distance entre le ponctum proximum et le ponctum remotum. Pour un œil normal (emmétrope) , elle s'étend d' environ 25 cm à l'infini. Un objet situé entre ces deux points sera vu net, et flou s'il est en dehors.**

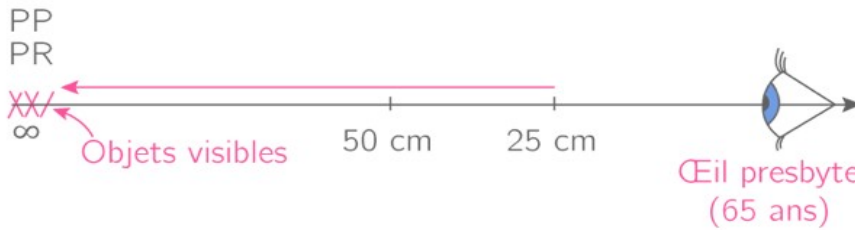




Oeil myope

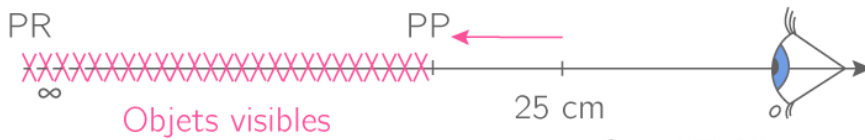


Oeil presbyte (50 ans)

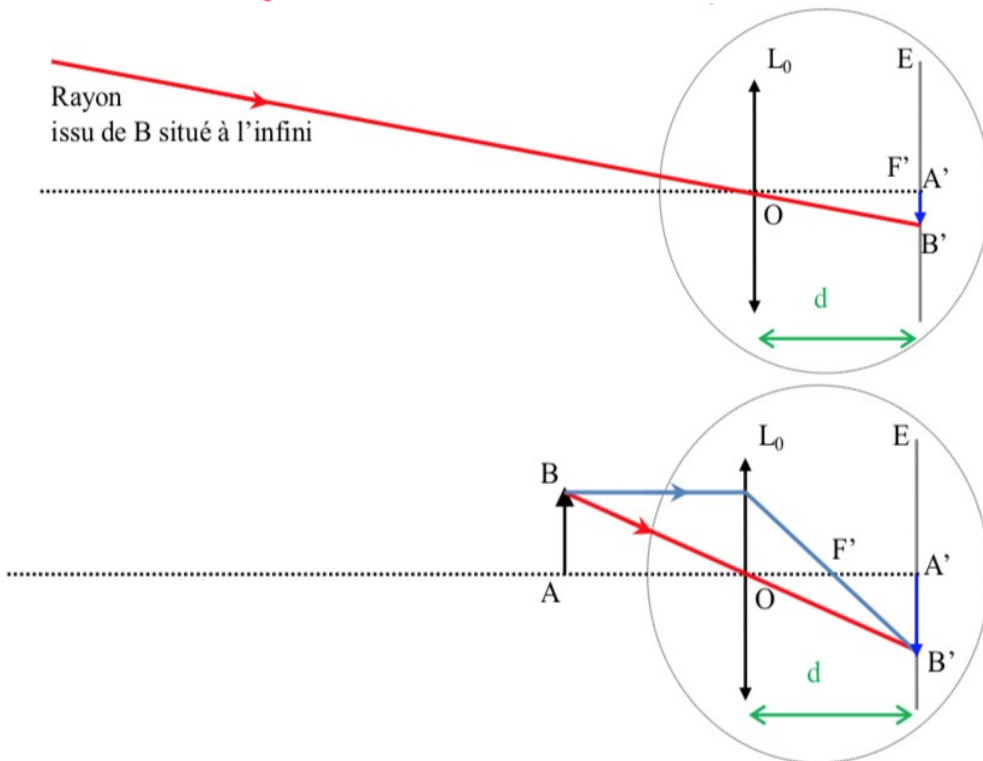


Oeil presbyte

Oeil presbyte (65 ans)



Oeil hypermétrope



Pour la vision lointaine :  
 $d = f'_{\text{repos}}$

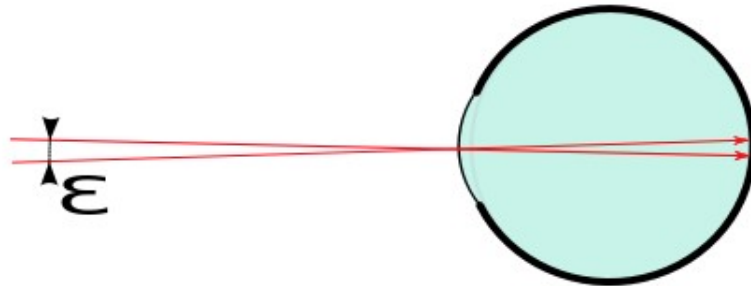
Pour la vision  
 proche :  $d > f'_{\text{acc}}$

Cas de la vision proche : l'œil accomode. L'accommodation est la capacité de l'œil à augmenter la vergence ; le cristallin devient plus convergent pour que l'image se forme sur la rétine; le foyer image se rapproche de la lentille.  $f'_{\text{acc}} < f'_{\text{repos}}$ .

[http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve\\_tulloue/optiqueGeo/instruments/correction.php](http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/instruments/correction.php)

## Pouvoir séparateur

L'œil ne peut distinguer deux objets que si leurs images sur la rétine sont suffisamment éloignées pour se former sur des cellules différentes de la rétine.



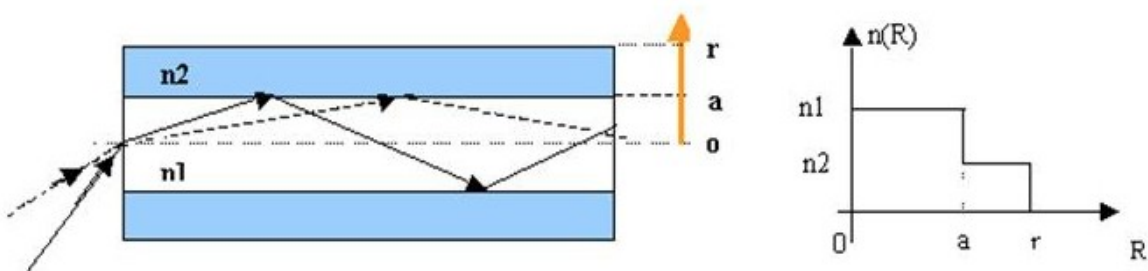
En pratique, le pouvoir séparateur de l'œil ou limite de résolution angulaire est d'environ 1' d'arc (une minute d'arc soit 1/60 ème de degré ou encore environ  $3 \times 10^{-4}$  rad,).

Mais ceci reste un ordre de grandeur. En effet ce pouvoir de séparation dépend de la forme des détails, de leur couleur, de la luminance de l'objet, du contraste, du diamètre de notre pupille ( plus il est grand plus le pouvoir séparateur est important), de la fatigue, .

Au mieux, l'œil distingue donc des détails séparés de 0,33 mm à 1 m, ou de 3,3 mm à 10 m, ou de 3,3 cm à 100 m.

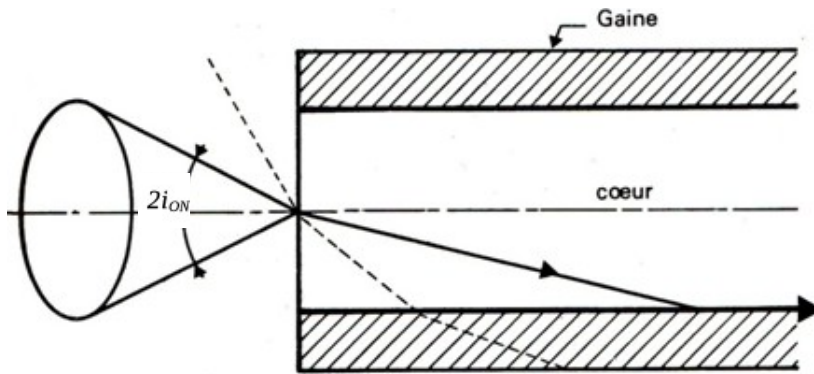
## 5.2 La fibre optique à saut d'indice.

Dans une fibre optique à saut d'indice, l'indice  $n_1$  du cœur est constant puis varie brutalement (saut) à l'interface entre le cœur et la gaine pour atteindre une valeur  $n_2$  ( $n_2 < n_1$ ) constante dans la gaine.



Établir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice (voir exercice p 16).

<https://youtu.be/sMoNnhpRieA>



Le cône d'acceptance est le cône au-delà duquel les rayons optiques sortent du cœur de la fibre optique.

Ne seront guidés que les rayons intérieurs à un cône de demi-angle au sommet tel que:

$$ON = \sin i_{ON} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

Tous les rayons n'ont ni le même trajet ni la même vitesse de propagation ; c'est la principale cause de dispersion. Une impulsion lumineuse injectée dans la fibre va s'élargir. Deux impulsions successives, bien distinctes à l'entrée de la fibre pourront interférer, d'où une perte d'information.

Une forte *ouverture numérique* ON autorise le couplage d'une quantité importante de lumière dans la fibre, un avantage pour les applications optiques. En télécommunications par contre, elle entraînerait une forte dispersion de temps de propagation entre les rayons. Un ordre de grandeur courant :  $0,3 < ON < 0,6$ .

Pour les fibres à saut d'indice, le temps de propagation a pour expression :

L : longueur de la fibre

c : vitesse de la lumière

$$t(i) = \frac{L n_1}{c \cos i}$$

La *dispersion intermodale* est l'écart entre les valeurs extrêmes de t(i) par unité de longueur :

$$\Delta t_{im} = \frac{t(i_M) - t(0)}{L} = \frac{n_1}{c} \Delta = \frac{ON^2}{2 c n_1}$$

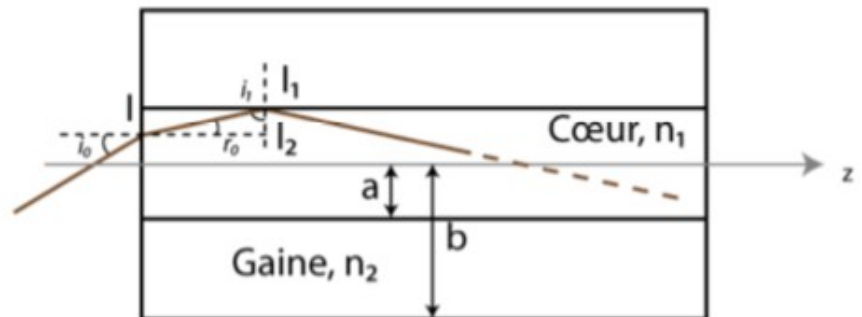
$i_M$  : inclinaison maximale



## Exercice : fibre optique à saut d'indice

Pour guider la lumière dans une direction donnée, on réalise des fibres optiques, longs fils cylindriques dont l'indice diminue quand on s'éloigne de l'axe. La lumière suit la direction moyenne de l'axe grâce au phénomène de réflexion totale, à condition que le faisceau incident ait une ouverture angulaire convenable.

Dans le modèle qui suit, on considère que la fibre est constituée d'un coeur cylindrique de rayon  $a$ , d'indice  $n_1 = 1,510$  et d'une gaine de rayon extérieur  $b$ , d'indice  $n_2 = 1,495$ .



Un rayon incident se propage dans l'air dans un plan axial de la fibre et arrive en I, à une distance  $OI < a$  de l'axe, sur une extrémité de la fibre, sous un angle d'incidence  $i_0$ . On note  $i_1$  l'angle que fait le rayon avec la normale séparant la gaine du coeur. Déterminer la condition sur  $i_1$  tel qu'il y a guidage dans la fibre.

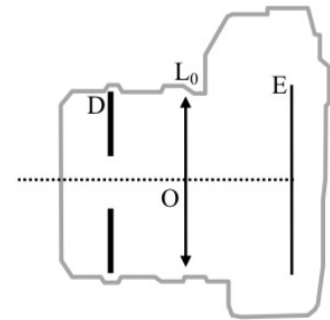
1. Exprimer la relation entre  $i_0$  et  $i_1$ .
2. En déduire la condition sur  $i_0$ , de la forme  $i_0 < i_m$ , permettant le confinement du rayon dans la fibre.
3. On appelle ouverture numérique O.N. la quantité  $\sin(i_m)$ . Exprimer O.N. en fonction de  $n_1$  et  $n_2$ .
4. Supposons que l'on envoie dans la fibre une impulsion lumineuse sous la forme d'un faisceau conique convergent, de demi-angle au sommet  $i_s < i_m$ . Calculer le temps  $t_0$  mis pour parcourir une distance  $L$  pour un rayon d'angle  $i_0 = 0$ , puis le temps  $t_1$  pour un rayon d'angle  $i_s$ . Que constate-t'on ?
5. Evaluer  $\Delta t = t_1 - t_0$  pour  $L=10\text{m}$ ,  $i_s = 8^\circ$  et  $c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

### Atténuation du signal

L'atténuation de la lumière dans les fibres optiques est due à l'absorption et à la diffusion par le matériau constitutif du coeur, en général en silice et par ses impuretés (fer, cuivre,..). On la mesure couramment en décibel par kilomètre :  $A_{\text{dB/km}} = 10 \log(\Phi_{\text{entrant}} / \Phi_{\text{sortant}})$  où  $\Phi$  désigne le flux lumineux. Cette atténuation dépend de la longueur d'onde de la lumière envoyée dans la fibre.

1. Pour de la lumière rouge  $\lambda = 800 \text{ nm}$ ,  $A = 1,2 \text{ dB/km}$ . Au bout de combien de kilomètres restera-t'il 10% du flux incident ?
2. Même question dans l'infrarouge à  $1300 \text{ nm}$  où  $A = 0,4 \text{ dB/km}$  et à  $1550 \text{ nm}$  où  $A = 0,25 \text{ dB/km}$ ? En pratique, les lasers employés dans les télécommunications sont conçus pour émettre autour de  $1550 \text{ nm}$ , à votre avis pourquoi ?

### 5.3 L'appareil photographique.



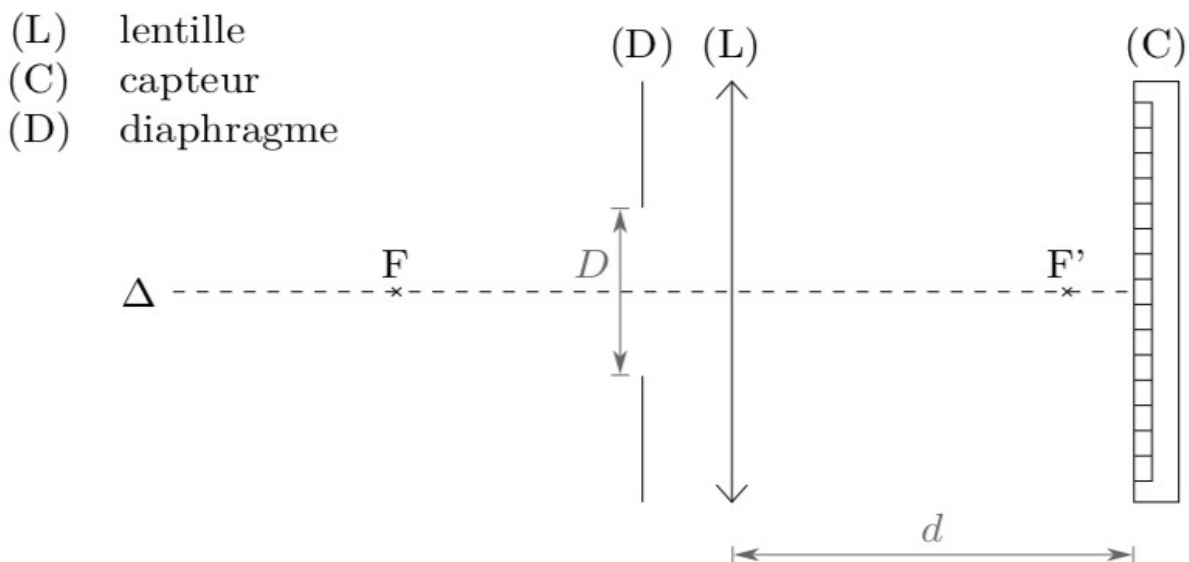
#### Modélisation

L'appareil photographique est un instrument d'optique complexe comprenant plusieurs lentilles, miroirs et diaphragmes.

Les deux éléments essentiels d'un appareil sont l'objectif et le capteur photosensible. Cependant, on peut comprendre les grands principes de la photographie (en tant que technique) à l'aide de la modélisation simplificatrice de la figure ci-dessous qui en permet une description dans le cadre de l'optique géométrique :

L'objectif d'un appareil photographique est constitué de plusieurs lentilles et diaphragmes : nous le modélisons comme l'association d'un unique diaphragme circulaire (D) et d'une unique lentille mince convergente (L). L'objectif est caractérisé par sa focale (c'est-à-dire distance focale)  $f'$  et par le diamètre d'ouverture du diaphragme  $D$ .

Dans les appareils numériques modernes, le capteur lumineux CCD (*charge coupled device*) est une matrice de cellules photosensibles : les pixels (*picture element*). Il est caractérisé par la taille des pixels, le grain noté  $g$  (en référence aux anciens appareils argentiques) et sa dimension  $L \times l$  en pixels.

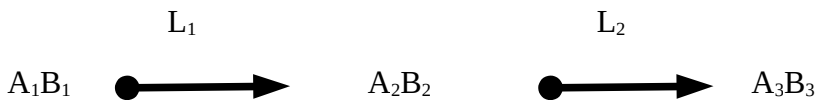


Étudier l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image (voir TP).

## 5.4 Les associations de lentilles

Lors de problème mettant en jeu des lentilles ou des systèmes optiques successifs, il faut procéder par étape.

Par exemple, dans le cas de deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$  et un d'objet  $A_1B_1$ , on note  $A_2B_2$  l'image de  $A_1B_1$ , par  $L_1$  que l'on calcule indépendamment de la suite, puis on calcule l'image  $A_3B_3$  de  $A_2B_2$  par  $L_2$ .



$$\frac{1}{\overline{O_1A_2}} - \frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1F_1'}}$$

$$\frac{1}{\overline{O_2A_3}} - \frac{1}{\overline{O_2A_2}} = \frac{1}{\overline{O_2F_2'}}$$

$$\overline{O_2A_2} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_2} \quad \text{lien entre les deux formules.}$$

Pour l'association de deux lentilles, on peut consulter

[http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve\\_tulloue/optiqueGeo/lentilles/doublet.php](http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/lentilles/doublet.php)

**Remarque :** La plupart des systèmes optiques courants sont constitués d'associations de lentilles et de miroirs, comme pour les télescopes, lunettes astronomiques, appareils photographiques...

# PLAN

## Chapitre 3: lentilles minces

### **1 LENTILLES MINCES**

- 1.1 Qu'est-ce qu'une lentille mince ?
- 1.2 Lentilles convergentes et lentilles divergentes.
- 1.3 Foyers principaux d'une lentille mince.

### **2 CONSTRUCTION D'UNE IMAGE PAR UNE LENTILLE MINCE**

- 2.1 Les règles de construction.
- 2.2 Construction d'une image par une lentille mince.

### **3 RELATIONS DE CONJUGAISON**

### **4 COMPROMIS EN OPTIQUE INSTRUMENTALE**

### **5 MODELES DE QUELQUES DISPOSITIFS OPTIQUES**

- 5.1 L'oeil.
- 5.2 La fibre optique à saut d'indice.
- 5.3 L'appareil photographique.
- 5.4 Les associations de lentilles.