S3 : Circuits électriques en régime transitoire

Exercice n°1 Temps caractéristiques

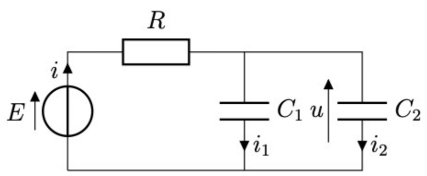
1. On considère un circuit RC série. Montrer que le produit RC est homogène à un temps.

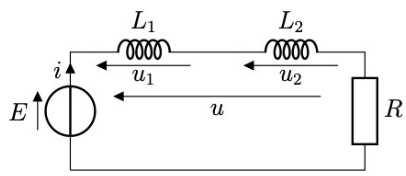
   Faire de même pour un circuit RL série et le quotient L/R.

2. On considère maintenant un circuit contenant une bobine et un condensateur. Quelle combinaison des paramètres L et C permet d'obtenir une grandeur homogène à un temps ?

Exercice n°2 Associations de dipôles

1. Pour chacun des deux circuits représentés ci-dessus, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u (resp. l'intensité i) et montrer que les deux condensateurs (resp. bobines) peuvent se ramener à un condensateur (resp. une bobine) unique de capacité $C_{éq}$ (resp. d'inductance $L_{éq}$) que l'on exprimera en fonction de C_1 et C_2 (resp. L_1 et L_2).

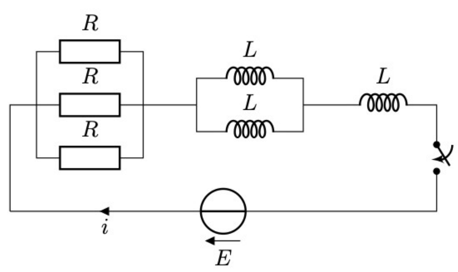




2. Faire de même dans le cas de deux condensateurs montés en série, puis de deux bobines en parallèle.

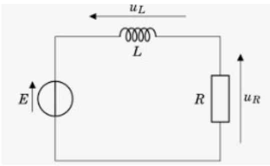
3. On considère le circuit représenté ci- contre. L'interrupteur est initialement ouvert depuis un temps très long. À l'instant t = 0, on ferme l'interrupteur.

Déterminer l'évolution de l'intensité i(t) traversant le générateur pour t > 0 et calculer le temps caractéristique pour R = 6,0 kΩ et L = 30 mH.



Exercice n°3

On considère le circuit ci-dessous où une bobine est branchée à un générateur de tension idéal par l'intermédiaire d'une résistance en série. E = 3V



À t = 0 on ferme l'interrupteur K et on observe l'évolution de l'intensité du courant dans la bobine

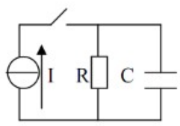
1. Décrire qualitativement comment évolue l'intensité i_L au cours du temps. Justifier la réponse.
2. Écrire l'équation différentielle satisfaite par l'intensité $i_L(t)$
3. Résoudre l'équation différentielle précédente pour trouver l'évolution temporelle de $i_L(t)$.

On suppose que l'interrupteur K reste fermé suffisamment longtemps pour que le régime permanent soit atteint, puis on ouvre l'interrupteur.

4. Préciser ce que signifie suffisamment longtemps. Donner une estimation du temps pendant lequel l'interrupteur doit rester fermé.
5. Exprimer l'énergie W_L emmagasinée dans la bobine.
6. L'intensité du courant qui traverse un interrupteur idéal ouvert est nulle. L'interrupteur K peut-il être considéré comme idéal?
7. Justifier que lorsqu'on ouvre l'interrupteur K , la tension aux bornes de L augmente considérablement. Quels problèmes cela peut-il poser ?

Exercice n°4

On considère le circuit ci-contre :



Pour t < 0 , I = 0 et pour t>0, il est constant.

A t = 0, le condensateur est déchargé.

1. Etablir l'équation différentielle en fonction de u_C (tension aux bornes du condensateur).

2. Donner les valeurs de u_C dans les conditions initiales puis en régime permanent.

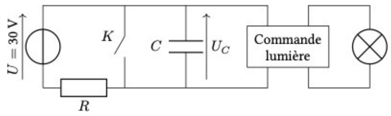
3. En déduire u_C en fonction du temps puis la courbe de $u_C(t)$.

4.On remplace le condensateur par une bobine.

A t = 0, la bobine n'est parcourue par aucun courant.
Même questions que 1.2.3. avec $i_L(t)$ (intensité du courant qui traverse la bobine).

Exercice n°5

On souhaite étudier le circuit de minuterie d'éclairage ci-dessous.



Le composant chargé de commander l'allumage de la lumière est un comparateur qui maintient la lumière allumée tant que sa tension d'entrée est inférieure à une tension limite U_{lim} que l'on prend égale à 20 V.

Ce composant possède une alimentation électrique propre qui fournit l'énergie nécessaire à l'allumage de la lampe. On admettra qu'il est sans effet sur le fonctionnement du circuit RC.

À t = 0 on ouvre l'interrupteur K, le condensateur est totalement déchargé.

1. Expliquer qualitativement pourquoi ce circuit se comporte comme une minuterie d'éclairage. Quels sont les paramètres qui influencent le temps d'allumage de la lampe ?

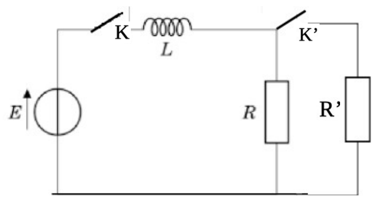
2. Établir l'équation différentielle donnant l'évolution de la tension U_C (t) aux bornes du condensateur au cours du temps.

3. Résoudre l'équation différentielle précédente en faisant apparaître une constante de temps τ. Et tracer l'évolution de la tension U_C (t) en faisant apparaître τ , et U . Comment trouver graphiquement la durée T d'éclairage ?

4. Donner l'expression de la durée T d'allumage de la lampe en fonction de τ, U et U_{lim}. Calculer T pour R = 100 kΩ et C = 200 µF

Exercice n°6

Soit le circuit ci-dessous:



1. K' est ouvert. A l'instant t = 0, on ferme K.

Déterminer i(t).

Que vaut l'intensité du courant que l'on notera I, lorsque le régime permanent est atteint ?

2. Le régime permanent d'intensité I est établi (K fermé). A l'instant t = 0, on ferme K'.

Etablir la nouvelle loi d'évolution i(t).

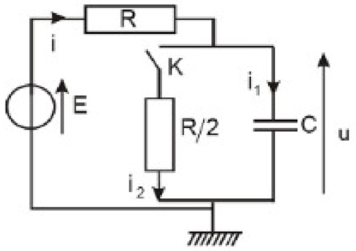
Que vaut l'intensité du courant que l'on notera I', lorsque le régime permanent est atteint ?

Conditions aux limites

Exercice n°7

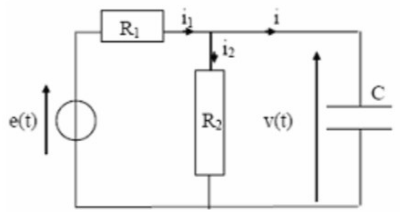
Régimes transitoires d'un circuit RC (inspiré du Concours des Petites Mines)

Nous considérons le circuit ci-dessous.On notera i,l'intensité dans le résistor de résistance R, i_1 l'intensité dans le condensateur de capacité C, i_2 l'intensité dans le résistor de résistance R/2 et u la tension aux bornes du condensateur.
L'interrupteur est ouvert depuis très longtemps.
A l'instant t = 0, pris pour origine des temps,nous fermons l'interrupteur K.



1. Préciser i, i_1, i_2 et u à l'instant $t = 0^-$, juste avant la fermeture de l'interrupteur K.
2. Préciser i, i_1, i_2 et u à l'instant $t = 0^+$, juste après la fermeture de l'interrupteur K.
3. Même question quand t tend vers l'infini.
4. Trouver en utilisant les lois des nœuds et mailles, l'équation différentielle vérifiée par u(t)*
5. La résoudre puis tracer l'allure de u(t).
6. Montrer en transformant le réseau à l'aide de transformations Thévenin-Norton que le circuit est équivalent à un simple circuit RC série en charge dont on précisera les caractéristiques.(SII). Retrouver l' équation différentielle précédente.

Exercice n°8



Pour t < 0, le circuit est au repos, le condensateur est déchargé et e(t) = 0.

e(t) est un échelon d'amplitude E. On prend comme instant t = 0 l'instant où e(t) devient égal à E.

1. On s'intéresse à l'état du circuit juste avant l'application de la tension E ; déterminer $i_1(0^-)$, $i_2(0^-)$, $i(0^-)$ et $v(0^-)$.

2. On s'intéresse à l'état du circuit juste après l'application de la tension E ; déterminer $i_1(0^+)$, $i_2(0^+)$, $i(0^+)$ et $v(0^+)$.

3. On s'intéresse au régime permanent ; déterminer $i_1(\infty)$, $i_2(\infty)$, $i(\infty)$ et $v(\infty)$.

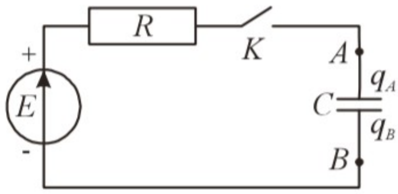
4. Regrouper les résultats sous forme de tableau comme ci-dessous.

	i_1	i_2	i	v
$t = 0^-$				
$t = 0^+$				
$t \longrightarrow \infty$				

Exercice n°9 et 10

*VRAI ou FAUX (**justifier**)*

Soit le circuit électrique ci-contre : $R = 1{,}0.10^3\ \Omega$; $C = 2{,}2$ mF ; $E = 5{,}0$ V

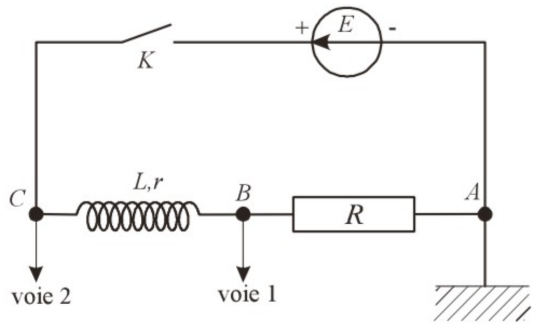


Le condensateur étant préalablement déchargé, à la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

1. $u_C(t)=E(1-\exp(\frac{-t}{\tau_c}))$ *est solution de l'équation différentielle E = RC du*$_C$ *+ u*
2. *L'intensité est nulle à la date t = 0.*
3. *La constante de temps du circuit de charge* τ_c *est de 4,0 s.*
4. *Au bout de 20 s, le condensateur est complètement chargé.*
5. *Au bout de 20 s, la charge* q_A *est égale à 0,011 C.*
6. *Au bout de 20 s, l'énergie emmagasinée dans ce condensateur est E =* $1{,}0.10^{-4}$ *J.*

On étudie une bobine d'induction, à l'aide d'un montage comportant, en série, un générateur de force électromotrice $E = 10{,}0$ V, un résistor de résistance $R = 40\ \Omega$, une bobine de résistance r et d'inductance L, et un interrupteur K.

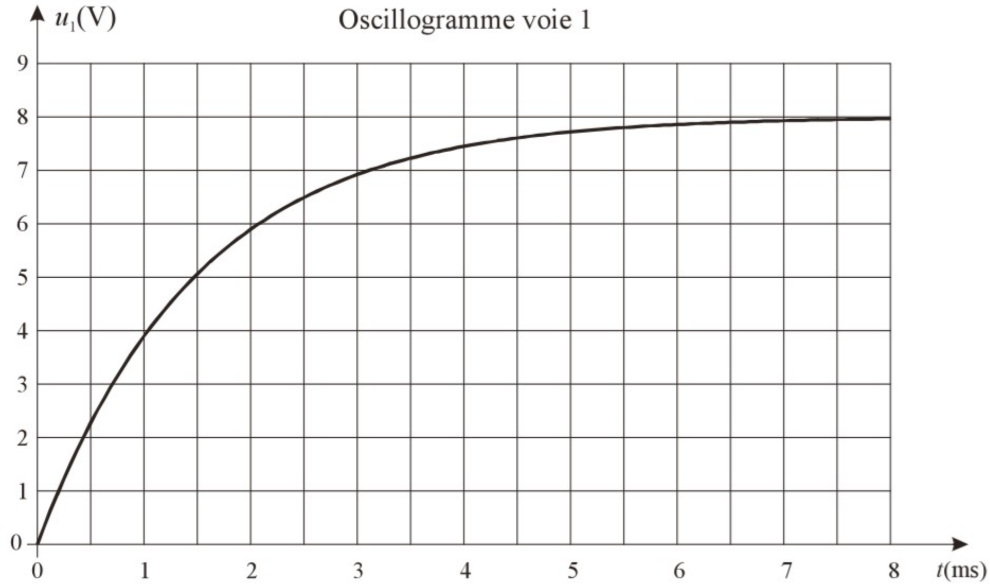
Le point A est relié à la masse d'un oscilloscope. Les voies 1 et 2 de cet oscilloscope sont branchées, respectivement, aux points B et C.



1. *La voie 1 visualise la tension aux bornes du résistor.*
2. Quand l'interrupteur K est fermé depuis longtemps, l'intensité I est constante et vaut 0,20 A. *La résistance de la bobine est r = 10 Ω.*
3. *L'expression de la tension visualisée sur la voie 1 est de la forme*

   $$u_C(t)=U_O(1-\exp(\frac{-t}{\tau}))$$

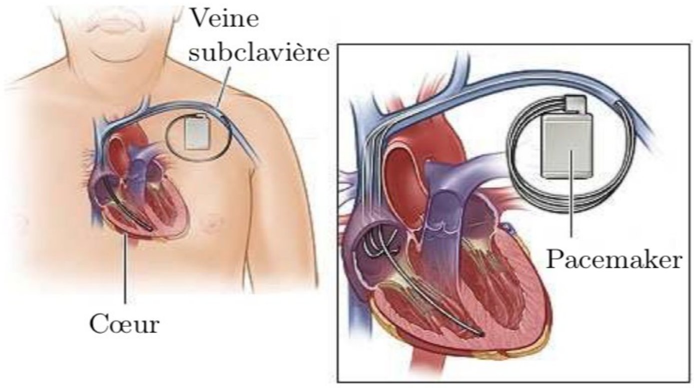
4. *La détermination de la constante de temps* τ *du circuit permet de calculer la valeur de l'inductance : L ≈ 75 mH.*



Exercice n°12

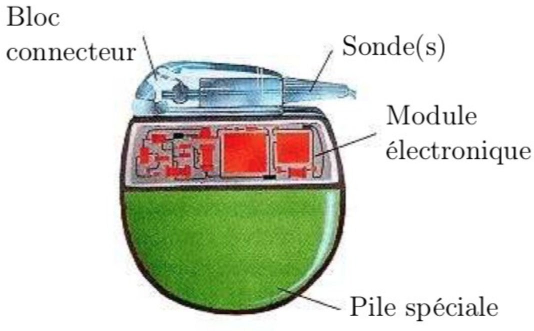
Le stimulateur cardiaque

Notre cœur se contracte plus de 100 000 fois par jour. Il bat 24 h sur 24 pendant toute notre vie, entre 60 et 80 fois par minute, grâce à un stimulateur naturel : le nœud sinusal. Lorsque celui-ci ne remplit plus correctement son rôle, la chirurgie permet aujourd'hui d'implanter dans la cage thoracique un stimulateur cardiaque artificiel (appelé aussi pacemaker).

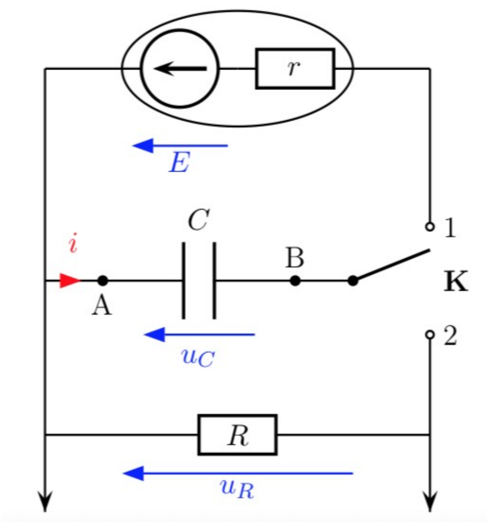


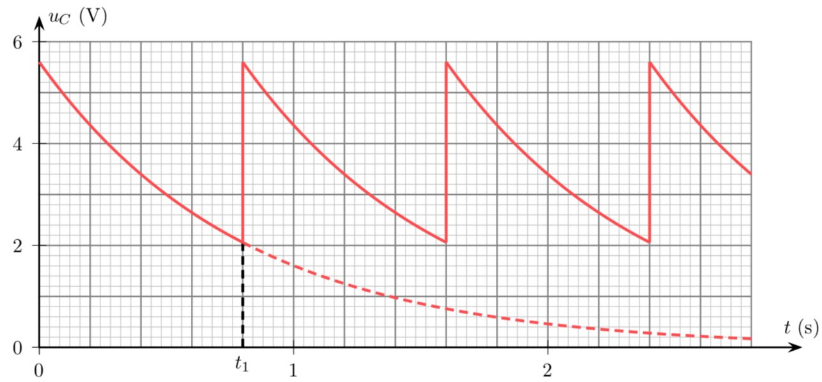
Un pacemaker va forcer le muscle cardiaque à battre régulièrement en lui envoyant de petites impulsions électriques par l'intermédiaire de sondes. Le boîtier de celui-ci est de petite taille et de faible masse.

Ce pacemaker est en fait un générateur d'impulsions, formé d'une pile longue durée, d'un circuit électronique et de connecteurs pour les sondes.



Il peut être modélisé par le circuit électrique en dérivation, ci-dessous, qui comprend un condensateur de capa- cité C = 470 nF, un conducteur ohmique de résistance R, une pile spéciale et un transistor qui joue le rôle d'interrupteur, K.





courbe

La pile qui apparaît dans ce dispositif peut être modélisée par l'association en série d'une résistance r (ici très faible voire négligeable) et d'un générateur de tension idéal de force électromotrice E.

Quand l'interrupteur est en position (1) le condensateur se charge de façon quasi-instantanée. Puis, quand l'interrupteur bascule en position (2) , le condensateur se décharge lentement à travers le conducteur ohmique de résistance R, élevée, jusqu'à une valeur limite :

$$u_{\text{limite}} = \frac{E}{e} \quad \text{avec} \quad \ln e = 1$$

où ln représente le logarithme népérien. À cet instant, le circuit de déclenchement envoie une impulsion électrique vers les sondes qui la transmettent au cœur : on obtient alors un battement !

Cette dernière opération terminée, l'interrupteur bascule à nouveau en position (1) et le condensateur se charge, etc...

La tension u_C aux bornes du condensateur a alors au cours du temps l'allure indiquée sur la courbe 1, représentée ci-dessus.

1. Charge du condensateur

1.a. Quand l'interrupteur est en position (1), il se charge de façon quasi instantanée. Pourquoi ce phénomène est-il très rapide ?

1.b. Pour obtenir l'enregistrement de l'évolution temporelle de la tension u_C , on utilise un ordinateur muni d'une interface d'acquisition de données et d'un logiciel de saisie.

Reproduire le schéma 1 et indiquer où doivent être branchées la masse M de l'interface et la voie Y_A d'acquisition pour étudier les variations de la tension u_C aux bornes du condensateur.

1.c . Sur la courbe 1, mettre en évidence la (ou les) portion(s) qui correspondent à la tension u_C lors de la charge du condensateur. Justifier votre choix.

1.d. On considère que le condensateur est complètement chargé. Quelle est la valeur de l'intensité du courant qui circule alors dans le circuit ?

La force électromotrice E est la valeur de la tension aux bornes de la pile lorsqu'elle ne débite pas de courant. À partir de l'enregistrement $u_C = f(t)$, donner la valeur de E.

2. Décharge du condensateur

2.a. En respectant les conventions d'orientations du schéma du circuit :

- préciser le signe de l'intensité i du courant lors de la décharge ;
- écrire la relation entre l'intensité i du courant et la tension uR ;
- écrire la relation entre la charge q de l'armature A du condensateur et la tension u_C ;
- écrire la relation entre l'intensité i et la charge q ;
- écrire la relation entre les tensions u_R et u_C lors de la décharge.

2.b. En déduire que lors de la décharge , l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C est de la forme : $\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_C = 0$

2.c. Donner l'expression littérale de la constante de temps τ. Montrer que cette grandeur a la même unité qu'une durée.

2.d. Déterminer graphiquement la valeur de τ (méthode au choix).En déduire la valeur de R.

3. Lien entre la décharge du condensateur et les battements du cœur

3.a. A l'instant t_1, le circuit de déclenchement génère une impulsion électrique ; le condensateur n'est pas complètement déchargé. Quelle est l'expression littérale de la tension u_C aux bornes du condensateur, à cet instant ? Graphiquement la valeur de cette tension est 2,1 V. Est-ce en accord avec la valeur de E obtenue à la question 1.d ?

3.b. Sachant qu'une solution générale de l'équation différentielle précédemment établie est de la forme :

$$u_C(t) = E \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}},$$

montrez que $t_1 = \tau$.

3.c. En déduire la durée Δt qui doit séparer deux impulsions électriques consécutives.

3.d. Quel est alors le nombre de battements de cœur par minute ?