DEVOIR SURVEILLE (durée 3h)

I Partie cinématique

Exercice n°1 (10 min)

Dans un référentiel lié à la terre, la trajectoire d'un point est repérée par :

$x(t) = A.\sin(\omega t)$ et $y(t) = A.\cos(\omega t)$ et $z(t) = 0$ avec A et ω constantes.

1. Calculer les composantes du vecteur vitesse $\vec{v}$.
2. Calculer les composantes du vecteur accélération $\vec{a}$.
3. Quel est le type de trajectoire suivie par le point matériel ?

Exercice n°2 (20 min)

Une petite souris assimilée à un point M , descend un toboggan en forme d'hélice.

Cette hélice est définie en coordonnées cylindriques par:

$$\mathbf{r = R \quad et \quad z = - h\, \theta}$$

R (le rayon) et h sont constantes;
$\omega = d\theta/dt$ représente la vitesse angulaire.

1. Déterminer l'expression du vecteur position $\vec{OM}$.
2. Déterminer le vecteur vitesse $\vec{v}$.
3. Déterminer le vecteur accélération $\vec{a}$.

II Partie dynamique et énergie

Exercice n°3 (30 min)

Le 16 juillet 1969, la lanceur Saturn V a décollé de Cap Canaveral et a emmené l'équipage de la mission Apollo 11 sur le sol lunaire. Après plus de 70 heures de vol, le vaisseau spatial s'est mis en orbite circulaire autour de la Lune à une altitude de *110 km* avant de faire descendre le module lunaire sur la Lune avec à son bord Niel Armstrong et Edwin Aldrin. Le rayon de la trajectoire du vaisseau vaut alors *1800 km*.

Données : Constante de gravitation universelle : $G = 6,6 \times 10^{-11}$ SI

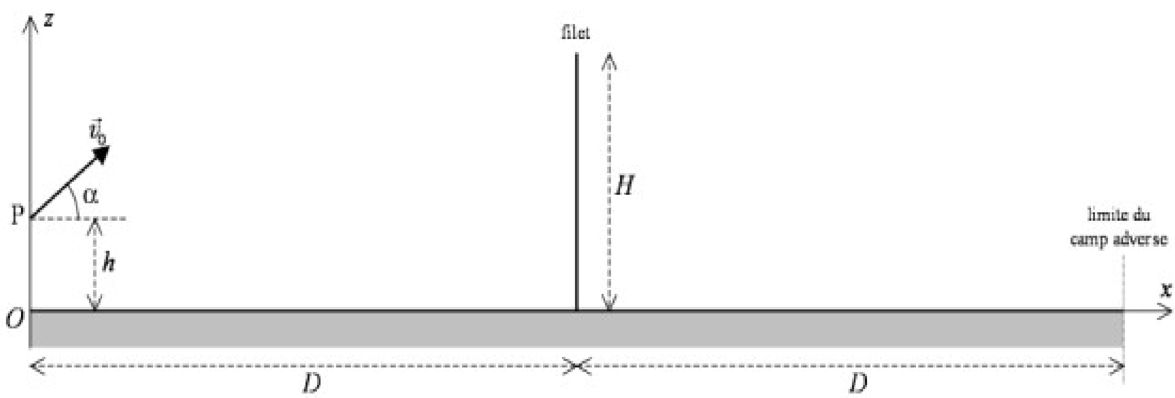
Masse de la Lune : $M_L = 7,0\times10^{22}$ kg

Masse du vaisseau : m = 30 tonnes .

1. Par application de la seconde loi de Newton, montrer que la vitesse du vaisseau est constante.
2. Détermine la vitesse du vaisseau sur l'orbite circulaire.
3. Déterminer la période de révolution (durée d'un tour) autour de la Lune**.**

Exercice n°4 Mouvement parabolique (35 min)

Un joueur de volley-ball est au service d'un ballon qu'il lance avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle α = 45° avec le plan horizontal (voir schéma ci-dessous). Le ballon est frappé avec la main à la hauteur h = 0,50 m du sol et à la distance du filet D = 9 m. La hauteur du filet est H = 2,43 m , et la limite du camp adverse est à la distance D du filet. Pour que le service soit bon, le ballon doit passer par-dessus le filet et doit toucher le sol dans le camp adverse entre le filet et la limite du camp adverse.



Pour simplifier, on considère que le mouvement se fait dans un plan vertical orthogonal au filet et contenant $\vec{v}_0$. L'étude du mouvement se fera donc dans le repère (O, x, z) , où l'axe Ox est horizontal et l'axe Oz est vertical dirigé vers le haut.

Le centre d'inertie M du ballon est initialement au point P (0, h). Les frottements de l'air sont négligés et on prendra $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.

1. Déterminer les composante du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie G du ballon.
2. Déterminer les composantes du vecteur vitesse $\vec{v}$ du ballon.
3. Déterminer les composantes du vecteur position $\vec{OM}$ du ballon. (équations horaires du mouvement)
4. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire du ballon.

La vitesse initiale $\vec{v}_0$ doit être comprise entre deux valeurs pour que le service soit bon : une valeur minimale $\vec{v}_{min}$ telle que le ballon arrive au sol en passant juste au dessus du filet (soit pour x = D et z = H), et une valeur maximale $\vec{v}_{max}$ telle que le ballon arrive au sol à la limite du camp adverse (soit pour x = 2D et z = 0).

5. Donner l'expression littérale de $\vec{v}_{min}$. Calculer numériquement $\vec{v}_{min}$.
6. Donner l'expression littérale de $\vec{v}_{max}$. Calculer numériquement $\vec{v}_{max}$.
7. Donner l'encadrement de vitesse de $\vec{v}_0$.
8. Déterminer d la distance depuis le filet jusqu'au point de chute du ballon si la vitesse initiale du ballon est de $v_0 = 12\ m.s^{-1}$.

<u>Exercice n°5 extrait CCP TSI 2020</u> (45 min)

Présentation générale

Le hockey sur glace est un sport d'équipe se jouant sur une patinoire. L'objectif de chaque équipe est de marquer des buts en envoyant un disque de caoutchouc, appelé palet, à l'intérieur du but adverse situé à une extrémité de la patinoire. Les joueurs se déplacent en patins à glace et dirigent le palet à l'aide d'un bâton de hockey également appelé crosse. Cette dernière est composée de deux parties : le manche qui permet au joueur de tenir la crosse et la palette qui permet de taper dans le palet. Le terrain de jeu, *la patinoire, mesure 60 mètres de long sur 30 mètres de large.*

Mouvement du palet sur la glace

Le palet est fabriqué en caoutchouc avec une masse moyenne de *160 grammes*. Sur la glace, le palet peut atteindre des vitesses exceptionnelles du fait de la puissance des joueurs. En Russie, lors des épreuves d'habileté de la Ligue continentale de hockey, le défenseur Aleksandr Riazantsev a établi un nouveau record du monde en janvier 2017 avec une frappe à *183,67 km h^{-1} soit environ 50 m s^{-1}*.

Au cours d'une séance d'entraînement à ces épreuves d'habileté, un joueur de hockey propulse le palet, à l'aide de sa crosse, sur un plan recouvert de glace et incliné d'un angle $\alpha = 20°$ par rapport à l'horizontale. La position du centre d'inertie du palet est repérée sur un axe que la ligne de plus grande pente (Ox) et orienté vers le haut. On note (Oy) l'axe perpendiculaire au plan incliné et orienté vers le haut. Les vecteurs $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$ sont des vecteurs unitaires dirigés respectivement selon les axes (Ox) et (Oy). Le centre d'inertie du palet est noté G (**figure 1**).

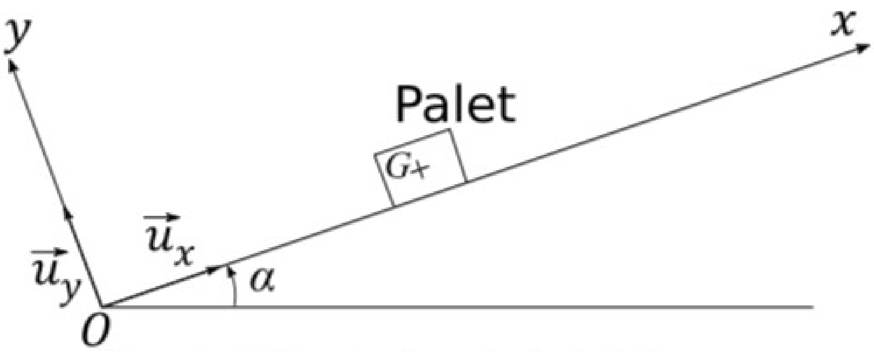


Figure 1 - Schéma du palet sur le plan incliné

Document 1 - Lois de Coulomb
On appelle action de contact l'action mécanique qu'exercent l'un sur l'autre deux solides dont les surfaces sont en contact. Lorsque les deux solides en contact ne glissent pas l'un sur l'autre, on a : $$\|\overrightarrow{R_T}\| \leq f_S \|\overrightarrow{R_N}\|$$ où $\overrightarrow{R_T}$ est la composante tangentielle et $\overrightarrow{R_N}$ la composante normale de la réaction exercée par un solide sur l'autre. f_S est le coefficient d'adhérence (également appelé coefficient de frottement statique) qui dépend de la nature et de l'état des surfaces en contact. Lorsque les deux solides en contact glissent l'un sur l'autre, on a : $$\|\overrightarrow{R_T}\| = f_D \|\overrightarrow{R_N}\|$$ où $f_D$est le coefficient de frottement dynamique qui dépend de la nature et de l'état des surfaces en contact avec $f_D < f_S$. Valeurs usuelles : f_D(bois sur bois) = 0,40 ; f_D(caoutchouc sur glace) = 0,050 ; f_D(acier sur glace) = 0,020.

Dans une première phase (propulsion du palet par la crosse sur le plan incliné), on considère les *frottements comme négligeables*. La palette de la crosse est en contact avec le palet.

Q1. Choisir un référentiel afin d'étudier le mouvement du palet durant la propulsion et le préciser. Peut-il être considéré comme galiléen dans le cadre de cet entraînement ?

Q2. Établir un bilan des forces qui s'exercent sur le palet durant la propulsion et les représenter sur un schéma cohérent sans souci d'échelle.

Q3. Exprimer l'intensité de la force de propulsion exercée par le joueur sur le palet en fonction de l'accélération du palet, de l'angle d'inclinaison α du plan, de la masse m du palet et de l'intensité du champ de pesanteur .

Q4. Sachant que la propulsion due au joueur de hockey dure 0,5 seconde et que le mouvement est uniformément accéléré, quelle doit être l'intensité de la force de propulsion pour que le joueur égale le record du monde de vitesse sur ce plan incliné ?

Dans une deuxième phase, le palet n'est plus en contact avec la crosse et est en mouvement de translation rectiligne vers le haut du plan incliné. On considère les frottements comme négligeables.

Q5. Sur un schéma, représenter les forces qui s'exercent sur le palet. Ces forces ont-elles un caractère moteur, résistant ou sont-elles sans effet lors du mouvement du palet vers le haut du plan incliné ?

Q6. Déterminer l'expression de x(t), déplacement du palet selon l'axe (Ox).

Q7. Montrer que la distance parcourue par le palet avant de s'arrêter est donnée par la relation :

$$d = \frac{v_0^2}{2gsin\alpha}$$

où $\vec{v}_0$ est la vitesse initiale selon l'axe au début de la deuxième phase.

On cherche à établir la distance qui a été nécessaire pour que le palet s'arrête lors de l'établissement du record du monde sur une patinoire de surface horizontale. *Il faut tenir compte des frottements.*

Q8. Les forces de frottements sont-elles conservatives ?

Q9. Calculer le travail de la composante tangentielle $\vec{R}_T$ de l'action de la glace sur le palet lors du déplacement du palet

Q10. On considère que la composante $\vec{R}_T$ est un vecteur constant. Quelle distance faut-il au palet pour s’arrêter. Combien de longueurs de patinoire le palet pourrait-il parcourir avant de s’arrêter ?

Exercice n°6 extrait CCP TSI 2019 (40 min)

I.1 Marcher en montagne

Tout le monde en a fait l'expérience : marcher en montée est plus fatigant que marcher à plat. Le randonneur est un système articulé complexe dont l'étude dépasse le cadre de ce sujet. Nous nous contenterons ici de réfléchir aux différentes contributions énergétiques mises en jeu lorsqu'il se déplace.

On considère un randonneur de masse m , de centre d'inertie I, en mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni d'un repère cartésien $(0,\vec{e}_x;\vec{e}_y,\vec{e}_z)$

L'accélération de pesanteur , notée $\vec{g}=-g\vec{e}_z$ est supposée uniforme.

Le randonneur se déplace d'un point A situé en bas d'une colline à un point B situé en haut de la colline comme indiqué sur la figure 1.

On note h le dénivelé parcouru par le randonneur h = $z_B - z_A$: où z_A est la coordonnée du point A selon l'axe $(0,\vec{e}_z)$ et z_B celle du point B.

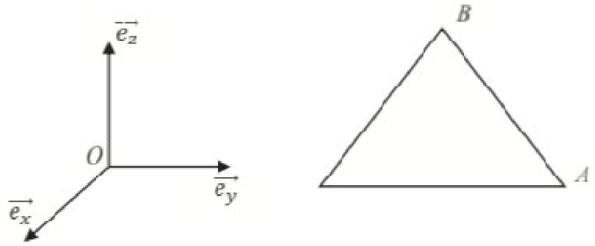


Figure 1 : colline et base cartésienne.

Les frottements de l'air sur le randonneur sont négligés.

Q1. Lorsqu'il marche , le randonneur est soumis à la réaction $\vec{R}$ du sol sur ses pieds. La réaction du sol s'applique à chaque instants en un point de vitesse nulle (le point d'appui du pied). On assimile le pied à un point matériel. Que vaut la puissance de la réaction du sol sur le pied ? Justifier.

On cherche la variation de l'énergie mécanique du randonneur. Pour cela , on assimile le randonneur à un point matériel placé en I de coordonnés (xI, yI, zI).

Q2. Le randonneur est soumis à son poids. Donner sans démonstration l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_p du randonneur en fonction de m, g , z_1 et d'une constante. Cette énergie potentielle est la seule prise en compte dans notre étude.

Q3. A l'instant initial, le randonneur est en A et a une vitesse nulle . Il s'arrête à l'arrivée en B pour contempler le paysage. Que vaut la variation de son énergie cinétique entre A et B ?

Q4. Rappeler la définition de l'énergie mécanique. Déterminer la variation de l'énergie mécanique ΔE_m du randonneur entre A et B en fonction de m, g et h.

Q5. Lors d'une randonnée, un individu de 60 kg parcourt une distance de 7 km avec un dénivelé de 1 km. L'accélération de pesanteur est approximée à 10 $m.s^{-2}$. Calculer numériquement la variation de son énergie mécanique.

Q6. Calculer à nouveau la variation d' énergie mécanique pour une distance parcourue de 1 km sans dénivelé. Comparer les deux résultats précédents en s'appuyant sur le début de l'introduction de la sous-partie I1.

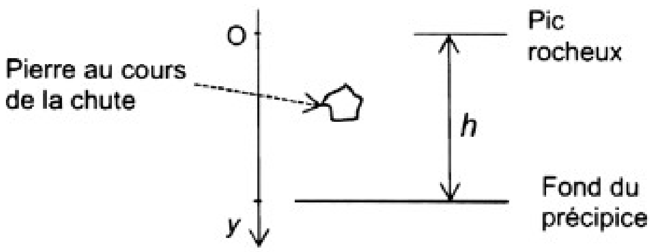
L'énergie nécessaire à l'ascension du randonneur est apportée par les muscles (assimiler le randonneur à un point matériel n'est ici plus possible : on doit tenir compte des actions intérieures et du travail associé). Lors d'une journée « normale » sans randonnée , un individu consomme E = 12 MJ en moyenne (pour maintenir sa température à 37 °C, respirer, bouger, réfléchir….)

Q7. Quel est le pourcentage d'énergie dépensée en plus par l'individu lors de l'ascension décrite à la question Q5 par rapport à une journée « normale » ? Commenter sachant qu'une randonnée avec un dénivelé de 1 km dure en moyen trois heures.

Q8. Combien de joules le randonneur doit-il ingurgiter le jour de son ascension pour compenser les dépenses totales de son organisme ? On attend une valeur numérique.

..

Le randonneur arrive au bord d'un précipice, il souhaite estimer Ia hauteur h de ce précipice en lâchant une pierre à partir du bord d'un pic rocheux en surplomb. La position de la pierre est repérée sur un axe Oy vertical dirigé vers le bas.



Le randonneur déclenche sa montre-chronomètre à Ia date t = 0 s correspondent au début de la chute, soit à la position yo = 0 m. Il arrête son chronomètre lorsqu'il entend la pierre percuter Ies rochers en contrebas du précipice.

La durée mesurée est de 5,2 s.

Données :

- Valeur du champ de pesanteur sur Terre : g = 9,8 $m.s^{-2}$.

- Le référentiel terrestre est considéré comme galiléen.

- Célérité du son dans l'air : v_{son} = 340 $m.s^{-1}$.

On considère dans l'exercice que Ies frottements sont négligeables

Q9.Montrer que la hauteur h du précipice et la durée t_C de la chute sont liées par : $h=\frac{1}{2}g t_c^2$

Q10. En négligeant la durée de propagation du son, estimer Ia hauteur h du précipice.

Q11. L'hypothèse faite dans la question Q10 est-elle justifiée ? Justifier la réponse par une application numérique. Avec cette hypothèse, la hauteur calculée est-elle plus grande ou plus petite que la hauteur réelle ?