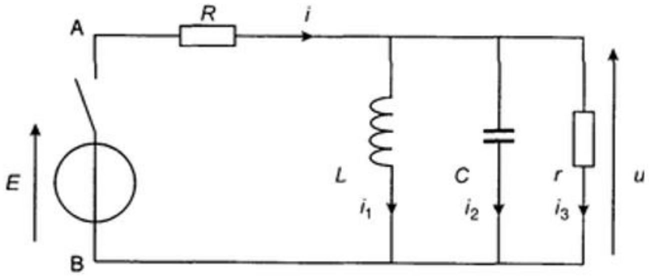
RLC transitoire

Etude d'un circuit R,L,C parallèle en régime transitoire

Le générateur de tension est idéal, de fem. E constante. Tant que l'interrupteur est ouvert, le condensateur, de capacité C, est déchargé et la bobine idéale, d'inductance L, n'est parcourue par aucun courant.
A l'instant t = 0, l'interrupteur est fermé instantanément et on cherche à déterminer l'évolution ultérieure du réseau électrique.



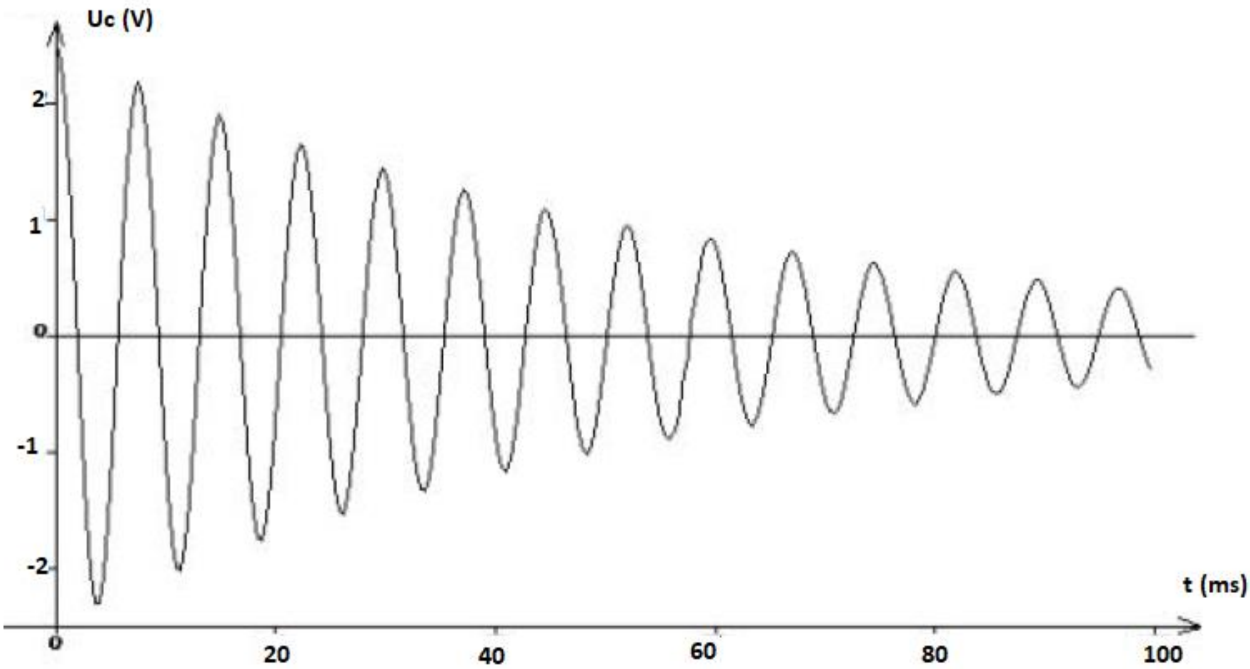
1. Ecrire cinq relations indépendantes dans laquelle apparaitront deux ou plusieurs variables (ou leur dérivée) parmi la tension u et les intensités i, i_1, i_2 et i_3 dans les quatre branches.

2. Déterminer, par un raisonnement simple, la tension u , les intensités i, i_1, i_2 et i_3, les dérivées u' et i'_3 :
   - juste après la fermeture de l'interrupteur (instant $t = 0^+$)
   - au bout d'une durée très grande *($t \to \infty$).*

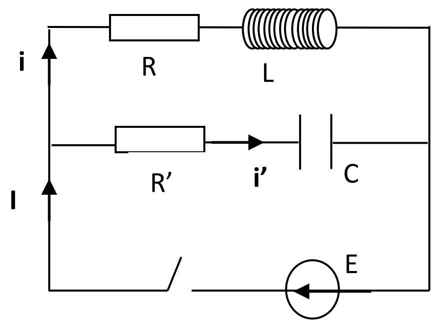
3. Montrer (<u>*en moins de 15 minutes, sinon admettre*</u>) que l'équation différentielle liant i_3 à ses dérivées par rapport au temps t s'écrit : $\frac{d^2 i_3}{dt^2} + 2\lambda \frac{di_3}{dt} + \omega_0^2\, i_3 = 0$ avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $\lambda = \frac{R+r}{2RrC}$
On prendra : R = 2,2 kΩ ; r = 1,0 kΩ ; C = 1,0 µF ; L = 10 mH
Calculer numériquement la pulsation propre ω_0, la période propre T_o , le coefficient λ . Que caractérise λ ?

4. Quelle relation doit-il exister entre *R,* r, *C* et L pour que la solution de l'équation différentielle de la question 3. corresponde à un régime pseudopériodique ? Est-ce le cas ici ?
Définir et calculer la pseudo-pulsation Ω et la pseudo-période T.
Compte tenu de la précision des données, que peut-on dire des valeurs numériques comparées de ω_0 et Ω ?

Résolution de problème
Le graphe ci-dessous a été obtenu à l'aide d'un circuit RLC série refermé sur lui-même, comportant une résistance *R* = 20 Ω, le condensateur étant initialement chargé. On donne exp(-1) = 0,37
Déterminer graphiquement les valeurs de ω_0 et Q, en déduire les valeurs de L et de C



Exercice



On considère le circuit ci-contre :
A t < 0 l'interrupteur est ouvert, les intensités i, i' et I sont nulles, le condensateur est déchargé.
On ferme l'interrupteur à t = 0.
On pose $\tau = \dfrac{L}{R}$ et $\tau' = R'C$

Première partie : équation différentielle du premier ordre .

1. En réalisant un schéma équivalent à t = 0^+, déterminer les intensités i, i' et I à l'instant t = 0^+.
2. Evaluer ces mêmes grandeurs à t « infini » avec un nouveau schéma équivalent.
3. Etablir l'équation différentielle du premier ordre en i puis celle en i'.
4. En résolvant ces équations différentielles donner les expressions de i(t) et i'(t). En déduire I(t).
5. Evaluer les trois intensités à t « infini », les comparer aux résultats de la question 2.

Deuxième partie : équation différentielle du second ordre
On veut trouver I (t) directement sans évaluer i(t) et i'(t).

6. L'équation différentielle satisfaite par I(t) est l'une des quatre ci-dessous. Par des considérations simples sur la valeur de I quand t->∞, sur le comportement du circuit quand R->∞, sur l'homogénéité, déterminer la bonne équation :

a) $\tau\tau'\dfrac{d^2I}{dt^2}+(\tau+\tau')\dfrac{dI}{dt}+I=\dfrac{E}{R+R'}$ c) $\tau\tau'^2\dfrac{d^2I}{dt^2}+\tau'.\dfrac{dI}{dt}+I=\dfrac{E}{R}$

b) $\tau\tau'\dfrac{d^2I}{dt^2}+(\tau+\tau')\dfrac{dI}{dt}+I=\dfrac{E}{R}$ d) $(\tau+\tau')^2\dfrac{d^2I}{dt^2}+\dfrac{\tau\tau'}{\tau+\tau'}\dfrac{dI}{dt}+I=\dfrac{E}{R}$

7. Montrer qu'une seule sorte de régime est possible quelles que soient les valeurs des composants.
8. Déterminer, en fonction du temps t, l'expression générale de l'intensité I(t)
9. Montrer que la limite de I lorsque t tend vers «l' infini » est identique à celle trouvée dans la première partie.
10. Déterminer les constantes d'intégration à partir des conditions initiales sur I(t) et sa dérivée.
11. Tracer l'allure de I(t), en respectant bien les valeurs de I(0), I'(0) et I(∞)
12. Facultatif : déterminer par le calcul l'équation différentielle vérifiée par I(t).

Oscillateurs

On considère un circuit électrique, dans lequel l'une des tensions, notée u, est régie par l'équation différentielle :

$u'' + b\,\omega_0\,u' + \omega_0^2\,u = \omega_0^2\,E$ avec $\omega_0 = 3{,}0\ 10^3\ \text{rad.s}^{-1}$ et $E = 2\ \text{V}$

Les graphes ci-dessous représentent la tension u(t), dans les cas b = 0 ou b = 0,2 ou b = - 0,2.

Pour chaque graphe **<u>on expliquera en détail</u>** pourquoi u(t) peut être ou non solution de l'équation différentielle, en précisant la valeur de b (au moins 3 arguments possibles, on écrira l'expression générale de la solution de l'équation différentielle pour les 3 valeurs de b)