FILTRAGE DES SIGNAUX PERIODIQUES

Signal d'entrée
$e(t)$: information utile + parasites

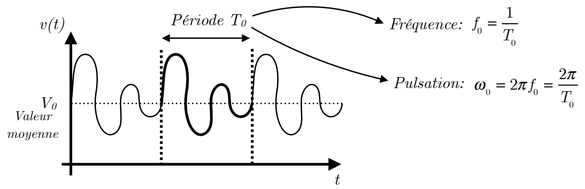
FILTRE
= quadripôle
2 bornes d'entrée
2 bornes de sortie

Signal de sortie
$s(t)$: information utile

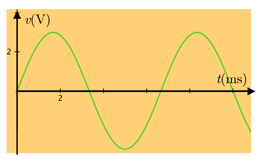
Un filtre **trie** les informations contenues dans le signal d'entrée pour ne conserver que les informations utiles dans le signal de sortie

Décomposition harmonique (ou spectrale) d'un signal périodique

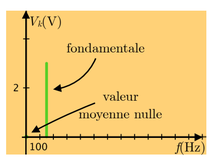
Tout signal périodique peut être décomposé en une somme infinie de signaux purement sinusoïdaux (résultat fondamental de l'analyse de FOURIER)



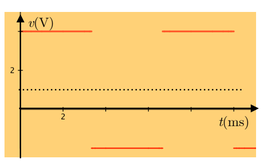
$$v(t) = \underbrace{V_0}_{\substack{\text{valeur moyenne} \\ \text{= composante de} \\ \text{fréquence nulle}}} + \underbrace{V_1\cos(2\pi f_0 t + \varphi_1)}_{\substack{\text{composante fondamentale} \\ \text{de même fréquence } f_0 \text{ que } v(t)}} + \underbrace{V_2\cos(2\times 2\pi f_0 t + \varphi_2)}_{\substack{\text{(composante) harmonique de} \\ \text{rang 2 (fréquence double de } v(t))}} + \ldots + \underbrace{V_k\cos(k\times 2\pi f_0 t + \varphi_k)}_{\substack{\text{(composante) harmonique de} \\ \text{rang } k \text{ (fréquence égale à } kf_0)}}$$



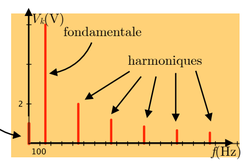
Représentation temporelle



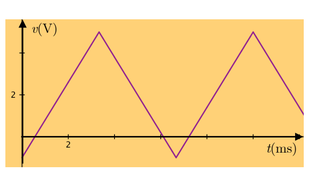
Représentation fréquentielle (ou spectrale)



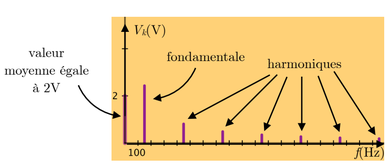
Représentation temporelle



Représentation fréquentielle (ou spectrale)



Représentation temporelle



Représentation fréquentielle (ou spectrale)

Comment caractériser un filtre?

① Etablir sa fonction de transfert complexe à l'aide de la méthode complexe (pont diviseur de tension, lois de Kirchhoff, loi d'Ohm complexe)

$$\underline{H} = \frac{\text{signal complexe de sortie}}{\text{signal complexe d'entrée}} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$$

② Calculer le gain et déduire le comportement asymptotique (basse fréquence, $\omega \to 0$, et haute fréquence, $\omega \to \infty$) du filtre . Tracer la courbe de gain idéal (asymptotique)

$$G = |\underline{H}| = \frac{\text{amplitude de la composante de sortie}}{\text{amplitude de la composante d'entrée}} = \frac{S_k(\omega)}{E_k(\omega)}$$

③ Calculer le gain en décibels et déduire le diagramme de Bode asymptotique (basse fréquence, $\omega \to 0$, et haute fréquence, $\omega \to \infty$) et/ou réel du filtre.

$$GdB = 20\log(G) = 20\log(|\underline{H}|)$$

④ Calculer le déphasage entre le signal de sortie et le signal d'entrée et déduire le diagramme de Bode asymptotique en phase (basse fréquence, $\omega \to 0$, et haute fréquence, $\omega \to \infty$) et/ou réel du filtre.

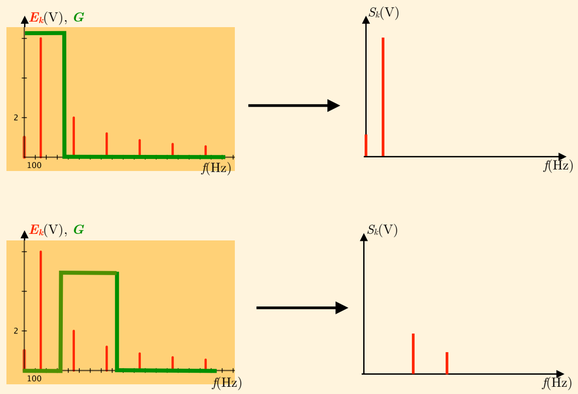
$$\varphi = \arg(\underline{H})$$

Comment déterminer le spectre du signal de sortie d'un filtre?

Il suffit de superposer la courbe de gain idéal du filtre au spectre du signal d'entrée:

- les composantes situés dans la bande passante sont conservées
- les autres composantes sont rejetées

Exemples:



Formes canoniques:

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\tau\omega} = \frac{H_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

Filtre passe-bas du 1er ordre

$$\underline{H} = \frac{H_0 j\tau\omega}{1 + j\tau\omega} = \frac{H_0}{1 - j\frac{\omega_c}{\omega}}$$

Filtre passe-haut du 1er ordre

H_0: gain maximal

$\omega_c = \frac{1}{\tau}$: pulsation de coupure

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Filtre passe-bas du 2ème ordre

$$\underline{H} = \frac{-\frac{\omega^2}{\omega_0^2} H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Filtre passe-haut du 2ème ordre

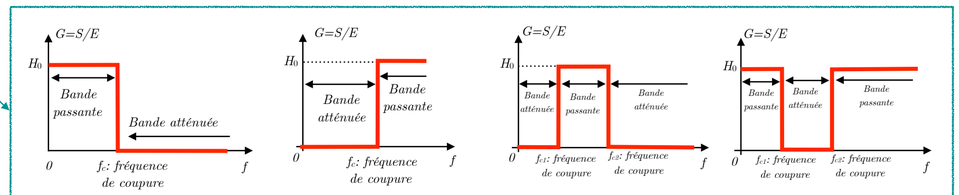
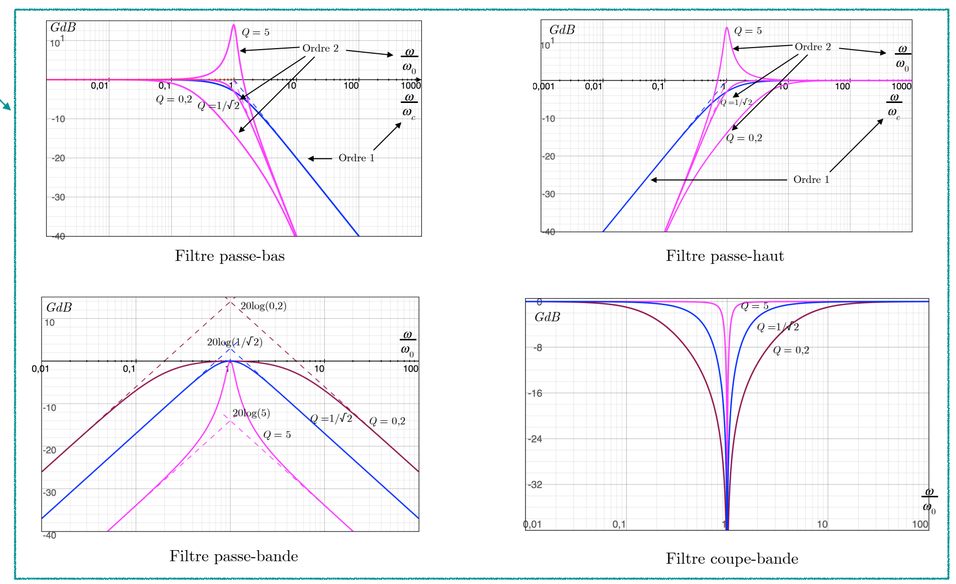
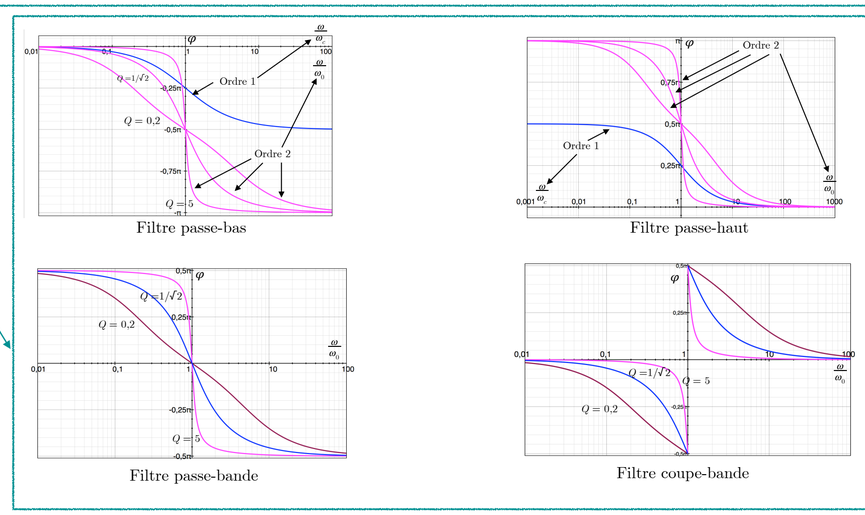
H_0: gain maximal

ω_0: pulsation propre

Q: facteur de qualité

$$\underline{H} = \frac{\frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Filtre passe-bande du 2ème ordre

$$\underline{H} = \frac{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Filtre coupe-bande du 2ème ordre