DEVOIR SURVEILLÉ

durée 2h30

Les quatre parties sont indépendantes. Dans la partie III , les deux sous-parties sont indépendantes.
Soigner les justifications, ne pas oublier d'hypothèses lors de l'application des théorèmes, penser aux unités des A.N.

I Production d'une tension sinusoïdale à partir d'une tension continue

Un appareil photographique est alimenté par une pile de tension $E = 1.5$ V.

Pour fonctionner, son flash a besoin d'une tension bien plus importante, de l'ordre de 300 V. Celle-ci est obtenue à l'aide d'un transformateur. Ce dernier a besoin pour fonctionner d'une tension alternative. Il faut donc transformer la tension continue E en une tension alternative sinusoïdale. Pour produire une telle tension, on utilise le montage ci-dessous. Le condensateur est initialement déchargé.

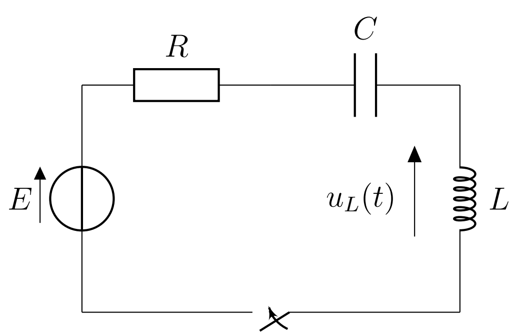
On a $C = 25\,\mathrm{nF}$, $L = 36\,\mathrm{mH}$, $E = 1.5\,\mathrm{V}$, et R est la résistance interne de la pile.

On ferme l'interrupteur à l'instant t = 0

1. – Donner **en justifiant la valeur,** à l'instant $t = 0^+$:

- du courant i,
- de la tension aux bornes de la résistance,
- de la tension u_C aux bornes du condensateur,
- de la tension u_L aux bornes de la bobine.

Montage 1



2 – Montrer que la tension aux bornes de la bobine suit l'équation suivante :

et donner l'expression de ω_0 et de Q en fonction de R, L et C.

$$\frac{\mathrm{d}^2 u_L}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u_L}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u_L = 0, \tag{1}$$

Indication: penser à dériver .

3 – Montrer qu'il va y avoir production d'oscillations seulement si $R < 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$.

Faire l'application numérique.

On supposera la résistance suffisamment petite pour vérifier ce critère par la suite.

4 – Tracer l'allure de la tension $u_L(t)$ entre l'instant où l'on ferme l'interrupteur et un instant suffisamment long. Quel est le paramètre qui donne l'ordre de grandeur du nombre d'oscillations ?

Les solutions de l'équation 1 sont du type $u_L(t) = [A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)]\mathrm{e}^{-\beta t}$, avec la pulsation $\omega = \omega_0\sqrt{1 - \dfrac{1}{4Q^2}}$ et $\beta = \dfrac{\omega_0}{2Q}$. Il y a deux constantes d'intégration A et B, et il faut donc deux conditions initiales pour les déterminer : par exemple une sur $u_L(0^+)$ et une sur $\dfrac{\mathrm{d}u_L}{\mathrm{d}t}(0^+)$
On a déjà donné la valeur de $u_L(0^+)$.

5 –Montrer que $\dfrac{\mathrm{d}u_L}{\mathrm{d}t}(0^+) = -\dfrac{RE}{L}$.

On pourrait ensuite déterminer A et B (non demandé ici).

II Filtre ADSL

Les lignes téléphoniques transportent à la fois les signaux téléphoniques vocaux (fréquences de 0 à 4 kHz), et les signaux informatiques pour l'ADSL par exemple (fréquences de 25 kHz à 2 MHz).

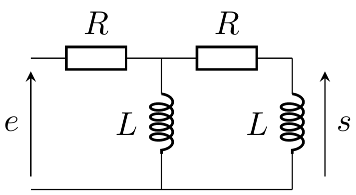
6 – Quel type de filtre faut-il utiliser pour récupérer seulement les signaux téléphoniques ?

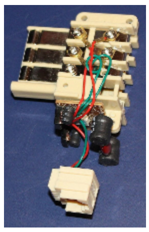
Les signaux informatiques ?

Proposer un bon choix de fréquence de coupure f_0.

Un filtre ADSL sert à répartir les signaux entre le téléphone et la box ADSL. Il peut se décrire par le circuit ci-contre.

L'entrée e est délivrée par la prise téléphonique murale.





7 – Indiquer, en justifiant, de quel type de filtre il s'agit.

La sortie s doit-elle correspondre au signal fourni à la box internet ou au téléphone ?

Afin de trouver l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ on procède en plusieurs étapes. Notons $\underline{u}$ la tension aux bornes de la bobine de gauche. On travaille avec les impédances complexes.

8 – Donner l'expression de $\underline{s}$ en fonction de $\underline{u}$, L, R et ω

9– D'autre part, donner l'expression de $\underline{u}$ en fonction de $\underline{e}$, R, et d'une impédance équivalente $\underline{Z}$ bien choisie.

On donnera l'expression de $\underline{Z}$, mais on n'injectera pas cette expression dans celle de $\underline{u}$.

On peut alors montrer en utilisant les deux questions précédentes (mais on ne le fera pas) que la fonction de transfert a l'expression suivante :

$$\underline{H} = \frac{-x^2}{1 + 3\mathrm{j}x - x^2}, \quad \text{avec} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{L\omega}{R}. \tag{2}$$

10 – Donner un équivalent de $\underline{H}$ à hautes et basses fréquences.

11 – Donner l'équation des asymptotes pour le gain en décibel et pour la phase.

12 – Tracer l'allure du diagramme de Bode en gain et en phase.

13 – Donner l'expression du module de $\underline{H}$ et de l'argument de $\underline{H}$ en fonction de ω.

Remarque: arg $(-x^2)$ = pi .

III Lecture du diagramme de Bode

III 1

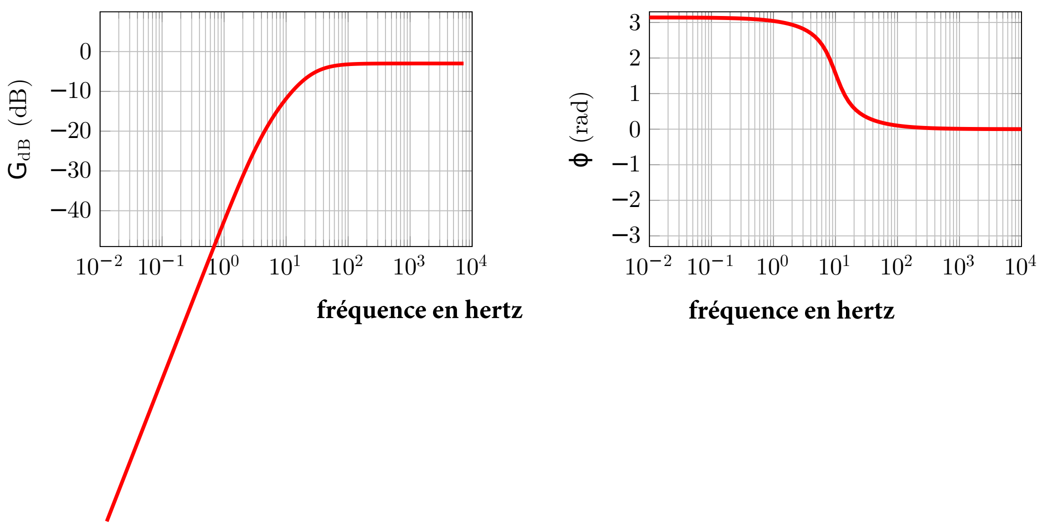
On considère un filtre qui a le diagramme de Bode ci-dessous.

14 - Identifier la nature du filtre, son ordre et une valeur approchée de sa fréquence de coupure.

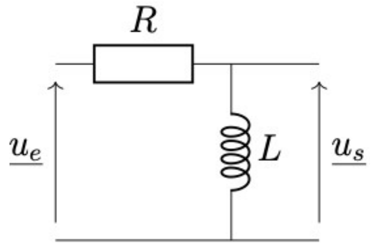
15- On envoie en entrée, le signal: e (t) = $E_0 + E_0 \cos(\omega t) + E_0 \cos(10\omega t + \pi/4) + E_0 \cos(100\omega t)$,

où la fréquence du fondamental est $f = \omega/(2\pi) = 1$ kHz.

Déterminer l'expression s(t) du signal de sortie.



III 2



On étudie le filtre ci-contre constitué d'une résistance

R = 1,0 kΩ et d'une bobine d'inductance L.

16. Déterminer la nature du filtre d'après le comportement asymptotique des dipôles.
17. Établir sa fonction de transfert.
18. Identifier la ou les affirmations fausses concernant la pulsation de coupure d'un filtre :

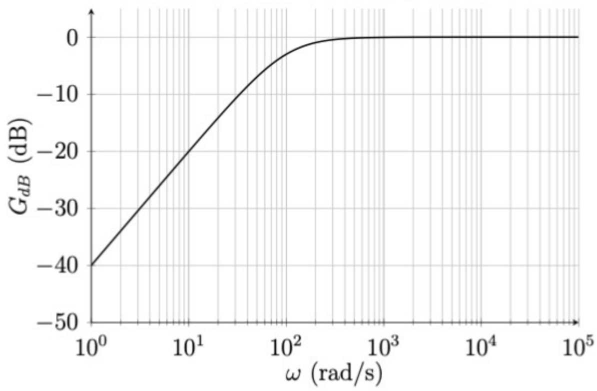
(a) C'est la pulsation de l'intersection des deux asymptotes du diagramme de Bode en gain ;
(b) C'est la pulsation pour laquelle le gain en décibels vaut le gain en décibels maximal diminué de 3 décibels ;
(c) C'est la pulsation pour laquelle le gain vaut la moitié du gain maximal.

19. Établir l'expression de la pulsation de coupure du filtre étudié.
20. Trois étudiants ont tracé le diagramme de Bode du circuit mais l'étudiant 1 a inversé la résistance et la bobine, l'étudiant 2 s'est trompé d'une décade en choisissant R = 100 ohm. Seul l'étudiant 3 a fait les choses correctement.

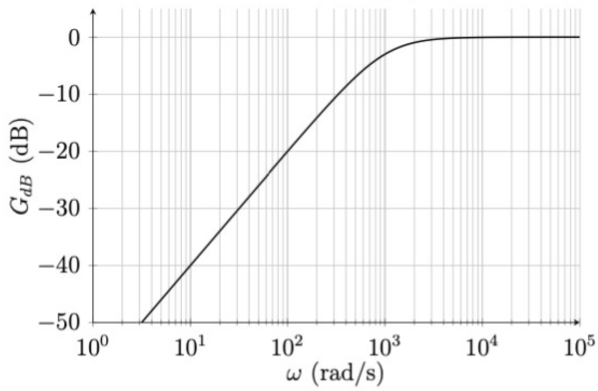
Associer à chaque courbe le numéro de l'étudiant.

La réponse devra être proprement justifiée.

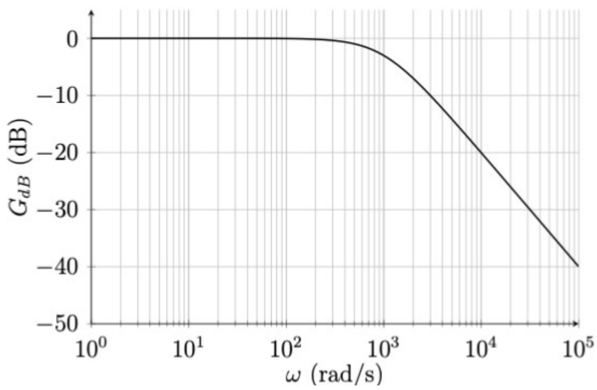
Courbe **(a)**



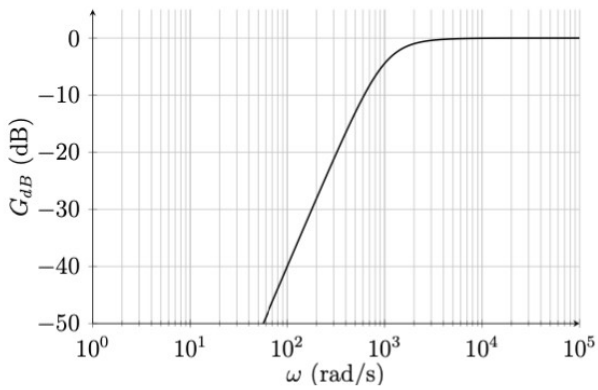
Courbe **(b)**



Courbe **(c)**



Courbe **(d)**



IV Calorimétrie

Capacité thermique massique d'un métal

Dans un calorimètre de capacité thermique C_{cal} , on introduit initialement une masse m_e = 300g d'eau de capacité thermique massique $c_e = 4{,}18.10^3 J.K^{-1}.kg^{-1}$.
L'ensemble est à la température T_e = 353 K .

On plonge alors un morceau de métal de masse m = 860 g dont la température initiale est T_0 = 293K .

Après un certain temps, on mesure la température finale du système (calorimètre + eau + métal) : T_F = 346 K . Le calorimètre a une valeur en eau μ = 40g (on rappelle que $C_{cal} = \mu\, c_e$).

21- Exprimer la capacité thermique massique c du métal en fonction de m_e , m , μ , c_e , T_e , T_F et T_0.

22- Faire l'application numérique.

FIN