

Propriétés :

- La 1^e loi de Joule s'applique *quelle que soit la transformation* : $\Delta U_{GP} = C_V \cdot \Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1} \cdot \Delta T$
- La 2^e loi de Joule s'applique *quelle que soit la transformation* : $\Delta H_{GP} = C_P \cdot \Delta T = \frac{\gamma \cdot nR}{\gamma - 1} \cdot \Delta T$

Rq : On a donc toujours, pour un Gaz Parfait : $\Delta H_{GP} = \gamma \cdot \Delta U_{GP}$

Transf ^o	W	Q
Isobare	$W = -P_1 \Delta V$	$Q = \Delta H = C_P \cdot \Delta T = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \cdot (T_2 - T_1)$
Isotherme	$W = -nR \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = nR \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$	$Q = \Delta U - W$
Isochore	$W = 0$	$Q = \Delta U = C_V \cdot \Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1} \cdot (T_2 - T_1)$
Adiabatique	$W = \Delta U = C_V \cdot \Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1} \cdot (T_2 - T_1)$	$Q = 0$

Exercice n°1

1- $\Delta U = nR\Delta T / (\gamma - 1)$

$\Delta U = 12/2 \times 8,314 \times 15 / 0,4 = 1870 \text{ J}$.

2- $\Delta U = W + Q$ d'où $Q = \Delta U - W = 1870 - (-264) = 2134 \text{ J}$. Attention, le travail est fourni par le gaz donc il est négatif : $W = -264 \text{ J}$.

Exercice n°2

1- $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$ d'où $V_2 = V_1 (P_1 / P_2)^{1/\gamma}$ A.N. : $V_2 = 10 \times (1/3)^{3/5} = 5,17 \text{ L}$.

2- $W = (P_2 V_2 - P_1 V_1) / (\gamma - 1)$ $W = (3 \cdot 10^5 \times 5,17 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^5 \times 10 \cdot 10^{-3}) / (2/3) = 826,5 \text{ J}$.

3- $\Delta U = W$ car $Q = 0$ (transformation adiabatique).

4- $\Delta U = nR\Delta T / (\gamma - 1)$ d'où $\Delta T = \Delta U (\gamma - 1) / nR$ A.N.: $\Delta T = 826,5 \times (2/3) / (2/4 \times 8,314) = 132,5 \text{ K}$.

Exercice n°3

1- $n = m/M = 8/40 = 0,2 \text{ mol}$ $C_v = 3/2 nR$ et $C_p = 5/2 nR$

En appliquant $V = nRT/P$, on trouve $V_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ et $V_2 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

2- $W = n R T \ln(V_1/V_2)$ $W = 1141 \text{ J} > 0$ Lors d'une **compression** c'est l'extérieur qui fournit de l'énergie ; le travail est donc reçu par le gaz. $\Delta U = 0$ car le gaz est parfait et la transformation isotherme.

Exercice n°4

1- $\Delta U = m c_V \Delta T$

$$\Delta U_{AB} = m c_V \Delta T = m c_V (T_B - T_A) \quad \Delta U_{AB} = 1 \times 717,4 \times (450 - 288) = 116,2 \text{ kJ}$$

$$\Delta U_{AC} = m c_V (T_C - T_A) \quad \Delta U_{AC} = 116,2 \text{ kJ} = \Delta U_{AB}$$

U pour in GP ne dépend que de la température (première loi de Joule)

Ici $T_C = T_B$ (isotherme) d'où $U_B = U_C$ et donc $\Delta U_{AB} = \Delta U_{AC}$.

2- $W_{\text{cycle}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = W_{BC} + W_{CA}$ A connaître : $M_{\text{air}} = 29 \text{ g.mol}^{-1}$.

transformation AB : isochore $W_{AB} = 0$.

transformation isotherme : $W_{BC} = -nRT_B \ln(V_C/V_B) = nRT_B \ln(V_B/V_C) = nRT_B \ln(V_A/V_C)$ car $V_B = V_A$.

$$V_A/V_C = nRT_A P_C / nRT_C P_A \text{ car } P_C = P_A. \quad V_A/V_C = T_A/T_C \quad W_{BC} = nRT_B \ln(T_A/T_C)$$

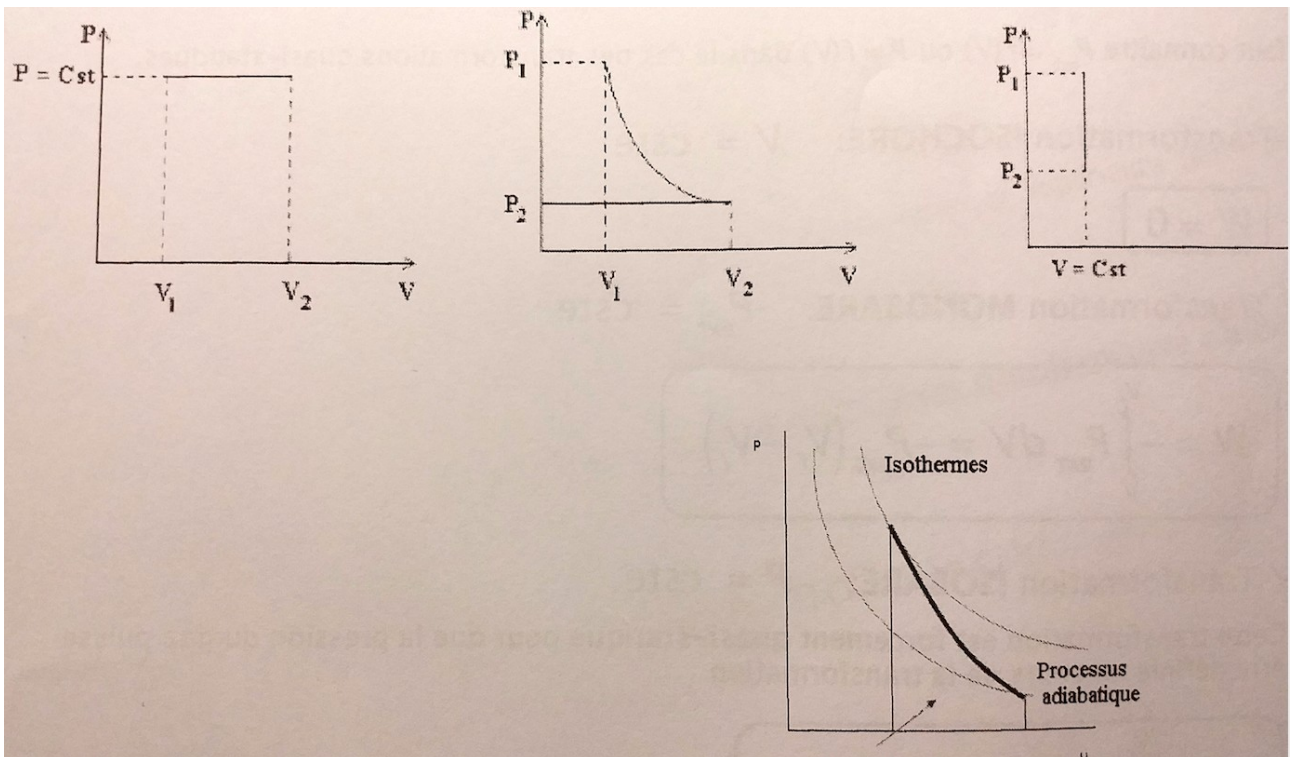
$$W_{BC} = 10^3/29 \times 8,314 \times 450 \times \ln(450/288) = -57,6 \text{ kJ}.$$

Transformation isobare : $W_{CA} = -P_A (V_A - V_C) = -P_A V_A + P_A V_C = -nRT_A + P_A V_A T_C/T_A = -nRT_A + nRT_A T_C/T_A = -nR(T_A - T_C)$
 $W_{CA} = 10^3/29 \times 8,314 \times (450 - 288) = 46,5 \text{ kJ}.$

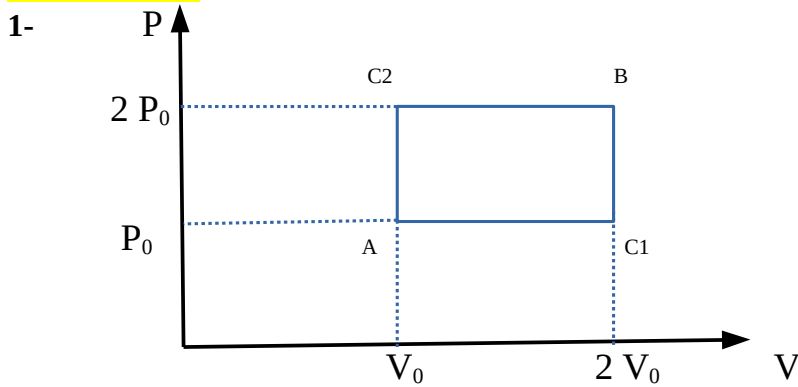
$W_{\text{cycle}} = W_{BC} + W_{CA} = -57,6 + 46,5 = -11,1 \text{ kJ} < 0$ ce qui correspond à un cycle **moteur** et résultat confirmé par le parcours du cycle dans le **sens horaire**.

$$\Delta U_{\text{cycle}} = W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} \text{ or } \Delta U_{\text{cycle}} = 0 \text{ d'où } W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} = 0 \text{ soit } -W_{\text{cycle}} = Q_{\text{cycle}} = 11,1 \text{ kJ}.$$

Représentations (diagramme de Clapeyron).



Exercice n°5



2- Travaux :

$W_{AC1} = -P_0(2V_0 - V_0) = -P_0 V_0$ et $W_{C1B} = 0$ car la transformation C_1B est isochore.

$$W_{AC1B} = -P_0 V_0 + 0 = -P_0 V_0$$

$W_{C2B} = -2P_0(2V_0 - V_0) = -2P_0 V_0$ et $W_{AC2} = 0$ car la transformation AC_2 est isochore.

$$W_{AC2B} = 0 + (-2P_0 V_0) = -2P_0 V_0$$

Transferts thermiques :

$Q_{AC1} = C_P(T_{C1} - T_A) = 5nR/2 (T_{C1} - T_A)$ avec $n = 1$ mol, $T_A = P_0 V_0 / nR$ et $T_{C1} = P_0 2V_0 / nR = 2T_A$

$$Q_{AC1} = 5R/2 (2T_A - T_A) = 5RT_A / 2 = 5P_0 V_0 / 2$$

$Q_{C1B} = C_V(T_B - T_{C1}) = 3nR/2 (T_B - T_{C1})$ avec $n = 1$ mol, $T_{C1} = 2T_A$ et $T_B = 2P_0 2V_0 / nR = 4T_A$

$$Q_{C1B} = 3R/2 \times 2T_A = 3P_0 V_0$$

$$Q_{AC1B} = 5P_0 V_0 / 2 + 3P_0 V_0 = 11P_0 V_0 / 2$$

$Q_{AC2} = C_V(T_{C2} - T_A) = 3R/2 (2T_A - T_A) = 3P_0 V_0 / 2$ car $T_{C2} = 2P_0 V_0 / nR = 2T_A$

$$Q_{C2B} = C_P(T_{C2} - T_B) = 5R/2 (4T_A - 2T_A) = 5R/2 (2P_0 V_0 / R) = 5P_0 V_0$$

$$Q_{AC2B} = 3P_0 V_0 / 2 + 5P_0 V_0 = 13P_0 V_0 / 2$$

$W_{AC2B} \neq W_{AC1B}$ et $Q_{AC2B} \neq Q_{AC1B}$ Le travail et la chaleur dépendent du chemin suivi.

3- $\Delta U_{AC1B} = W_{AC1B} + Q_{AC1B} = -P_0 V_0 + 11P_0 V_0 / 2 = 9P_0 V_0 / 2$

$$\Delta U_{AC2B} = W_{AC2B} + Q_{AC2B} = -2P_0 V_0 + 13P_0 V_0 / 2 = 9P_0 V_0 / 2$$

ΔU ne dépend pas du chemin suivi. U est une fonction d'état.

4- Pour le cycle, on peut additionner tous les travaux : $W_{\text{cycle}} = W_{AC1B} + (-W_{AC2B}) = P_0 V_0$.

On peut aussi évaluer l'aire du cycle (rectangle) et ne pas oublier le signe $W_{\text{cycle}} > 0$ car le cycle est parcouru dans le sens trigo (récepteur). $W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} = 0$ car $\Delta U_{\text{cycle}} = 0$ $Q_{\text{cycle}} = -W_{\text{cycle}}$

Exercice n°6

1. Détente isotherme et réversible :

a) Température finale du gaz :

$$T_2 = T_1 = 298\text{K} \quad \text{transformation isotherme}$$

b) Variation de l'énergie interne du gaz pendant la détente isotherme :

$$\Delta U = 0 \quad \text{transformation isotherme}$$

c) Travail effectué par le gaz pendant la détente isotherme :

$$W_{rev}(1 \rightarrow 2) = -\int_1^2 P_{ext} dV = -\int_1^2 P_{gaz} dV = -\int_1^2 \frac{nRT}{V} dV = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$W_{rev} = -\int_1^2 P_1 dV = nRT \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$W_{rev} = 8,31 \cdot 298 \ln 1/5$$

$$W_{rev}(1 \rightarrow 2) = -3985,6 \text{ J}$$

d) Quantité de chaleur Q mise en jeu pendant la détente isotherme :

$$\Delta U = Q + W \quad Q = -W \quad \text{puisque } \Delta U = 0$$

$$Q(1 \rightarrow 2) = 3985,6 \text{ J}$$

e) Variation d'enthalpie du gaz pendant la détente isotherme :

$$H = U + PV \Rightarrow dH = dU + d(PV)$$

$$\text{Or } d(PV) = 0 \text{ (détente isotherme)} \Rightarrow \Delta H = 0$$

2. Détente isotherme et irréversible

a) Température finale du gaz est :

$$T_2 = T_1 = 298\text{K} \text{ (transformation isotherme)}$$

b) Variation de l'énergie interne du gaz pendant la détente isotherme irréversible :

$$\Delta U = 0 \text{ transformation isotherme}$$

c) Travail effectué par le gaz pendant la détente isotherme irréversible:

$$W_{irrev}(1 \rightarrow 2) = -\int_1^2 P_{ext} dV \quad \boxed{W_{irrev}} = -\int_1^2 P_{final} dV$$

$$= -P_{final} \int_1^2 dV = -P_2(V_2 - V_1)$$

$$W_{irrev}(1 \rightarrow 2) = -P_2(RT/P_2 - RT/P_1)$$

$$W_{irrev}(1 \rightarrow 2) = -1981 \text{ J}$$

d) Quantité de chaleur Q mise en jeu pendant la détente isotherme irréversible :

$$\Delta U = Q + W \quad Q = -W \quad \text{puisque } \Delta U = 0$$

$$Q = 1981 \text{ J}$$

e) Variation d'enthalpie du gaz pendant la détente isotherme irréversible :

$$\Delta H = 0 \text{ (détente isotherme)}$$

remarque : si la transformation est irréversible, l'expression de W change.

3. Détente adiabatique réversible

a) Température finale du gaz :

$$dU = C_v dT = \delta W + \delta Q \quad \text{car } \delta Q = 0$$

$$C_v dT = -P dV = -\frac{RT}{V} dV \quad \text{pour une mole}$$

La transformation étant adiabatique réversible (GP et γ constant), on peut utiliser les équations de Laplace :

$$P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma \quad T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$$

$$T_i^\gamma P_i^{1-\gamma} = T_f^\gamma P_f^{1-\gamma}$$

$P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma$ et $PV = nRT$ permettent de retrouver les deux autres équations.

Pour le gaz monoatomique, nous avons : $C_v = 3R/2$ et $C_p = 5R/2 \Rightarrow \gamma = 5/3$

$$T_2 = T_1(P_1/P_2)^{1/\gamma} = 156,5\text{K}$$

c) La variation de l'énergie interne pour la détente adiabatique réversible est :

$$\Delta U = C_v(T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = 3/2(156,5 - 298) \cdot 8,31 = -1764 \text{ J.mol}^{-1}$$

d) La quantité de chaleur pour la détente adiabatique réversible est : $Q = 0$

e) Le travail mis en jeu pendant pour la détente adiabatique réversible est : $\Delta U = W$

$$W = -1764 \text{ J.mol}^{-1}$$

f) La variation d'enthalpie pour la détente adiabatique réversible est :

$$\Delta H = C_p(T_2 - T_1)$$

$$\Delta H = -2940 \text{ J.mol}^{-1}$$

4. Détente adiabatique irréversible

a) Température finale du gaz:

$$\delta Q = 0 \Rightarrow dU = \delta W \Rightarrow C_v dT = -P dV \\ C_v(T_2 - T_1) = -P_2(V_2 - V_1) = -P_2 R(T_2/P_2 - T_1/P_1) \\ \Rightarrow T_2 = 203\text{K} \quad (T_{\text{ext}} = T_{\text{rev}})$$

b) La variation de l'énergie interne pour la détente adiabatique irréversible est : $\Delta U = C_v(T_2 - T_1)$

$$\Delta U = 3/2 \cdot 8,31(203 - 298) = -1184 \text{ J.mol}^{-1}$$

c) La quantité de chaleur pour la détente adiabatique irréversible est : $Q = 0$

d) Travail mis en jeu pour la détente adiabatique réversible

$$\Delta U = W + Q$$

$$\Delta U = W$$

$$W = -1184 \text{ J.mol}^{-1}$$

e) La variation d'enthalpie pour la détente adiabatique réversible est :

$$\Delta H = C_p(T_2 - T_1)$$

$$\Delta H = -1974 \text{ J.mol}^{-1}$$

On ne peut plus utiliser les équations de Laplace en irréversible.

Toujours valable (G.P.):

$$\Delta U = nC_{vm}(T_f - T_i) = C_v(T_f - T_i) = mC_v(T_f - T_i)$$

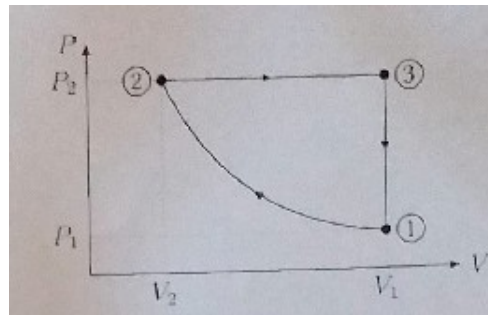
$$\Delta H = nC_{pm}(T_f - T_i) = C_p(T_f - T_i) = mC_p(T_f - T_i)$$

et le premier principe $\Delta U = W + Q$.

Exercice n°7 (corrigé)

Exercice n°8

1. Diagramme :



2. $P_1 V_1 = nRT_1$

3. $U_1 = 3nRT_1/2$

4. $T_1 = T_2$ implique $P_1 V_1 = P_2 V_2$ d'où $P_2 = P_1 V_1 / V_2$

5. $P_{\text{ext}} = P = nRT/V$ car la transformation est réversible.

$W_{12} = -nRT_1 \ln(V_2/V_1) = P_1 V_1 \ln(P_2/P_1)$ (transformation isotherme).

6. U ne dépend que de la température pour un gaz parfait. $T_1 = T_2$ implique $U_1 = U_2$.

7. Au point (3) : $P_2 V_1 = nRT_3$ or $P_2 = nRT_1 / V_2$ d'où $nRT_1 V_1 / V_2 = nRT_3$ $T_3 = T_1 V_1 / V_2$.

8. $W_{23} = -P_2 (V_3 - V_2)$ (transformation isobare). $W_{23} = -P_2 (V_1 - V_2)$.

9. La transformation étant isochore $W_{31} = 0$.

10. $W_{\text{cycle}} = W_{12} + W_{23} + W_{31} = nRT_1 \ln(V_1/V_2) - P_2 (V_1 - V_2)$.

11. Le cycle est parcouru dans le sens horaire, le travail du cycle est négatif et donc il s'agit d'un moteur.

Exercice n°9

1) On peut écrire :

$$(1) V_A + V_B = 2 V_0$$

$$(2) P_f V_A = RT_1 \text{ (Etat final pour A) } n = 1 \text{ (une mole)}$$

$$(3) P_f V_B = RT_0 \text{ (Etat final pour B) } n = 1 \text{ (une mole)}$$

ce qui donne (après résolution du système d'équations) :

$$P_f = R(T_1 + T_0)/(2V_0) \quad (2) + (3) \text{ et avec } (1)$$

$$V_A = 2V_0 T_1 / (T_1 + T_0)$$

$$V_B = 2V_0 T_0 / (T_1 + T_0)$$

2 a) Dans le compartiment A, se trouve une mole de G.P. **monoatomique**. Ce gaz passe de T_0 à T_1

et donc sa variation d'énergie interne est : $\Delta U_A = 3/2 \times n R (T_1 - T_0) = 3/2 R (T_1 - T_0)$ car $n = 1$.

dans le compartiment B, la température du G.P. ne change pas ; or l'énergie interne d'un G.P. ne dépend que de sa température donc si T ne varie pas alors $\Delta U_B = 0$.

Et comme U est une grandeur additive ; $\Delta U_{A+B} = \Delta U_A + \Delta U_B = 3/2 R (T_1 - T_0)$

2 b) Le gaz en B est en contact avec un thermostat ; sa transformation est isotherme .

$W_B = - RT_0 \ln (V_B/V_0) = RT_0 \ln ((T_0+T_1)/2T_0)$ $Q_1 = - W_B$ car $\Delta U_B = W_B + Q_B = 0$ (premier principe appliqué au gaz contenu dans le compartiment B). $Q_B = - Q_1$

2 c) En appliquant le premier principe de la thermodynamique au compartiment A : $\Delta U_A = W_A + Q_A$

Comme les parois du compartiment A sont adiabatiques, le seul apport de chaleur au gaz contenu dans le compartiment A est celle de la résistance chauffante. $Q_A = Q_2 = \Delta U_A - W_A = \Delta U_A + W_B$

car en étudiant le système A + B, en lui appliquant le premier principe, on trouve :

$$Q_1 + Q_2 + W_{A+B} = \Delta U_{A+B}$$

Le volume de A + B reste constant $W_{A+B} = 0$ (pas de variation de V_{total}).

$$Q_2 = 3/2 R (T_1 - T_0) + RT_0 \ln ((T_0+T_1)/2T_0)$$

3) A.N : $v_B = 9L$; $v_A = 11L$; $P_f = 2,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; $\Delta U_A = 6 \cdot 10^2 \text{ J}$; $Q_1 = 1,9 \cdot 10^2 \text{ J}$; $Q_2 = 7,9 \cdot 10^2 \text{ J}$