

Compression adiabatique d'un gaz dans une seringue

On pousse lentement le piston d'une seringue contenant un gaz parfait. L'air est comprimé sans échange de chaleur avec l'extérieur (les parois sont parfaitement athermiques). Si on a initialement $P_1 = 1 \text{ bar}$ et $V_1 = 100 \text{ cm}^3$, et qu'on réduit le volume à $V_2 = 50 \text{ cm}^3$ pour un gaz diatomique ($\gamma \approx 1.4$), alors que vaut la pression P_2 ?

Réponse

- La relation entre la pression et le volume suit la loi de Laplace :

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

◆ **Application numérique** : Si on a initialement $P_1 = 1 \text{ bar}$ et $V_1 = 100 \text{ cm}^3$, et qu'on réduit le volume à $V_2 = 50 \text{ cm}^3$ pour un gaz diatomique ($\gamma \approx 1.4$), alors :

$$P_2 = P_1 (V_1/V_2)^{1.4} = 1 \cdot (100/50)^{1.4} = 2,64 \text{ bar}$$

Compression dans un moteur Diesel

Dans un moteur Diesel, l'air dans le cylindre (assimilé à un gaz parfait) est fortement comprimé sans échange de chaleur. C'est ce qui permet l'auto-inflammation du carburant injecté. $\gamma = 1.4$

Si l'air initial est à 300 K et si le rapport de compression du moteur est $V_1/V_2 = 20$, alors que vaut la température à la fin de la compression T_2 ?

Réponse

- Cette **compression est adiabatique**, donc la température augmente fortement.
- C'est ce qui permet l'**auto-inflammation** du carburant injecté.

👉 **Application de la loi de Laplace** : Si le rapport de compression du moteur est $\frac{V_1}{V_2} = 20$ et que $\gamma = 1.4$, alors le rapport de température entre le début et la fin de la compression suit :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

Si l'air initial est à **300 K**, alors :

$$T_2 = 300 \times 20^{0.4} \approx 940 \text{ K}$$

👉 **Conclusion** : La température atteint presque 1000 K , expliquant l'auto-inflammation du carburant.

Exercices d'application

Exercice 1 Mélange de deux eaux à différentes températures

Correction de l'Exercice 1 : Mélange de deux eaux à différentes températures

On suppose que les masses des deux verres d'eau sont égales et que la capacité thermique massique de l'eau est $c = 4184 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

1. Température finale

L'énergie interne totale est conservée (pas de perte de chaleur). La température finale T_f est obtenue par équilibre thermique :

$$mc(T_f - T_1) + mc(T_f - T_2) = 0$$
$$T_f = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{80 + 20}{2} = 50^\circ \text{C}$$

2. L'énergie interne a-t-elle changé ?

Non, l'énergie interne totale reste la même, car aucun travail ou transfert d'énergie n'a eu lieu avec l'extérieur.

3. L'entropie du système a-t-elle augmenté ?

L'entropie varie pour chaque portion d'eau :

$$\Delta S_1 = mc \ln \left(\frac{T_f}{T_1} \right)$$
$$\Delta S_2 = mc \ln \left(\frac{T_f}{T_2} \right)$$

La somme des deux est positive, donc l'entropie augmente. Cela reflète la tendance naturelle des systèmes isolés à évoluer vers des états plus désordonnés.

Variation d'entropie de l'eau chaude : $\Delta S_1 = -371.44 \text{ J/K}$ (elle perd de la chaleur)

Variation d'entropie de l'eau froide : $\Delta S_2 = 407.66 \text{ J/K}$ (elle gagne de la chaleur)

Variation d'entropie totale : $\Delta S_{\text{total}} = 36.22 \text{ J/K}$

Exercice 2 Expansion d'un gaz parfait dans le vide

Correction de l'Exercice 2 : Expansion d'un gaz parfait dans le vide

1. Variation d'entropie du gaz

L'entropie d'un gaz parfait en fonction du volume est donnée par :

$$\Delta S = nR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

Comme $V_f = 2V_i$, on obtient :

$$\Delta S = nR \ln(2)$$

2. La transformation est-elle réversible ?

Non, cette transformation est **irréversible**, car on ne peut pas ramener spontanément le gaz à son état initial sans intervention extérieure.

3. Pourquoi ΔS est positif ?

Le gaz occupe un plus grand volume, donc les molécules peuvent se répartir sur plus d'états microscopiques possibles, augmentant ainsi le désordre.

Exercice 3 Réchauffement d'un solide dans un thermostat

Correction de l'Exercice 3 : Réchauffement d'un solide dans un thermostat

1. Variation d'entropie du bloc

L'entropie du solide varie selon :

$$\Delta S_{\text{solide}} = C \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right)$$

Avec $T_i = 293 \text{ K}$ et $T_f = 373 \text{ K}$:

$$\Delta S_{\text{solide}} = C \ln \left(\frac{373}{293} \right)$$

2. Variation d'entropie du thermostat

Le thermostat perd de la chaleur $Q = C(T_f - T_i)$, donc son entropie varie selon :

$$\Delta S_{\text{thermostat}} = -\frac{Q}{T_f} = -\frac{C(T_f - T_i)}{T_f}$$

3. L'entropie totale augmente-t-elle ?

L'entropie totale est :

$$\Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{solide}} + \Delta S_{\text{thermostat}}$$

Elle est **positive**, ce qui montre que la transformation est irréversible et conforme au second principe de la thermodynamique.

Exercice 4

On étudie la détente isotherme et irréversible de 2 moles de gaz parfait, de 30 à 50 litres.
Donnée : $C_v = 3/2 nR$ en $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

1. Calculer la variation d'entropie dans ce cas.
2. Calculer l'entropie de création.

Même expérience mais cette fois, la détente n'est plus isotherme, la température passant de 300K à 290K.

3. Calculer la variation d'entropie dans ce cas.

1)

$$\Delta S = nR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = 2.8,314 \cdot \ln(50/30) = 8,5 \text{ J/K}.$$

$$2) S_{\text{échange}} = \frac{-W}{T} = nR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = 8,5 \text{ J/K}. \quad S_{\text{création}} = \Delta S - S_{\text{échange}} = 0 \text{ transformation réversible.}$$

3) La variation d'entropie dans un processus non isotherme implique deux contributions: une variation due au changement de volume et une au changement de température.

$$\Delta S = nR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) + C_v \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) = 2.8,314 \cdot \ln(50/30) + 3 \times 2 \cdot \frac{8,314}{2} \ln \left(\frac{290}{300} \right) = 8,5 - 0,85 = 7,65 \text{ J/K}.$$

