

Cycles de Stirling

A Cycle de Stirling d'un moteur ditherme.

1) $n = 40 \times 10^{-3} \text{ mol}$ gaz parfait : $\gamma = 1,4$

	A	B	C	D
P (Pa)	$P_1 = 10^5$	10^6	$20 \cdot 10^5$	2×10^5
V (m ³)	$V_1 = 10^{-3}$	$V_2 = \frac{V_1}{10} = 10^{-4}$	10^{-4}	10^{-3}
T (K)	$T_1 = 300$	$T_1 = 300$	$T_2 = 600$	$T_2 = 600$

$$P_1 V_1 = n R T_1 \rightarrow V_1 = \frac{n R T_1}{P_1} \rightarrow \text{A.N.: } V_1 = \frac{40 \times 10^{-3} \times 8,314 \times 300}{10^5}$$

$$V_1 = 9,998 \times 10^{-3} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$P_B V_B = n R T_B \rightarrow P_B = \frac{n R T_1}{V_2} \rightarrow \text{A.N.: } P_B = \frac{40 \times 10^{-3} \times 8,314 \times 300}{10^{-4}}$$

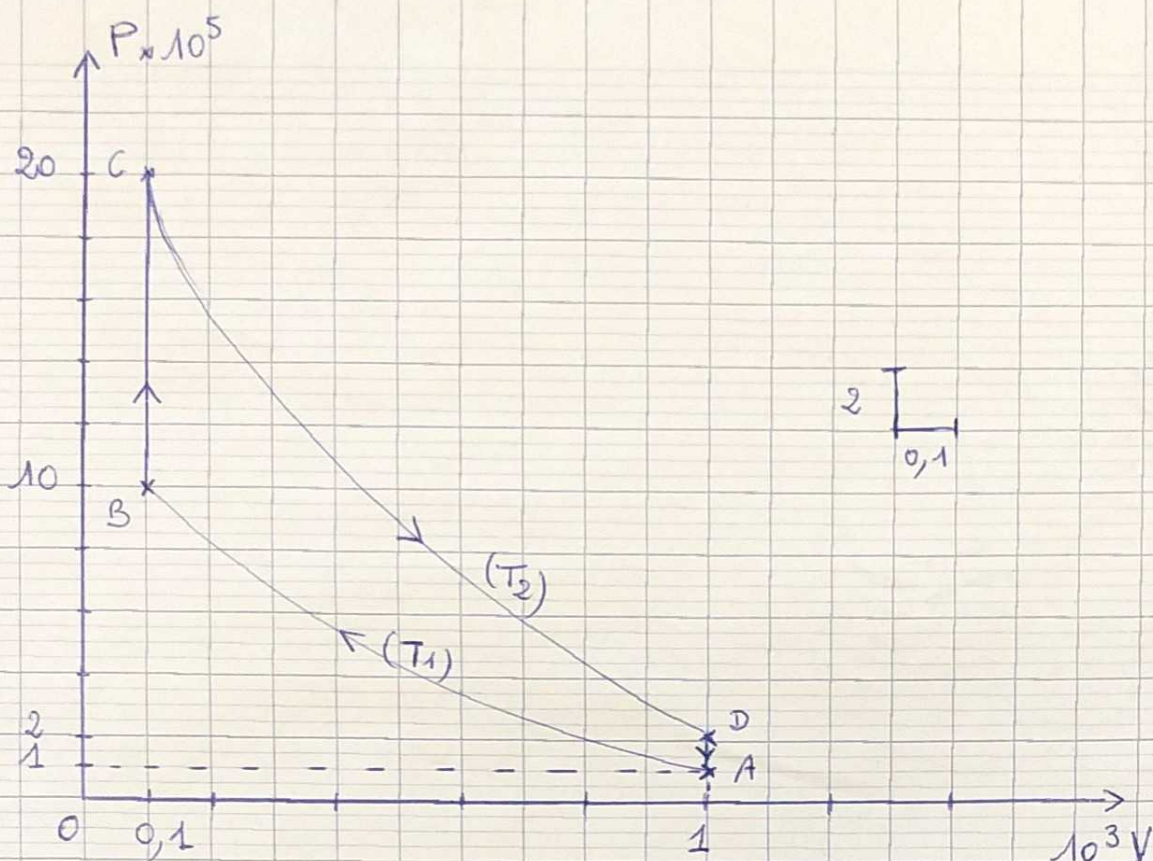
$$P_B = 9,98 \times 10^5 \approx 10^6 \text{ Pa}$$

$$P_C V_C = n R T_C \rightarrow P_C = \frac{n R T_2}{V_2} \rightarrow \text{A.N.: } P_C = \frac{40 \times 10^{-3} \times 8,314 \times 600}{10^{-4}}$$

$$P_C = 20 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_D V_D = n R T_D \rightarrow P_D = \frac{n R T_2}{V_1} \rightarrow \text{A.N.: } P_D = \frac{40 \times 10^{-3} \times 8,314 \times 600}{10^{-3}}$$

$$P_D = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$



Dans le diagramme de Clapeyron, si le cycle est parcouru dans le sens horaire alors $W_{\text{cycle}} < 0$, il est moteur.

3) Transformation AB: isotherme (T_1)

$\Delta U_{AB} = 0$ (1^{ère} loi de Joule dans le cas du gaz parfait)

1^{er} principe: $\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB} = 0 \rightarrow \boxed{W_{AB} = -Q_{AB}}$

$$W_{AB} = - \int_{V_A=V_1}^{V_B=V_2} P dV = - \int_{V_1}^{V_2} nRT_1 \frac{dV}{V} = -nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = nRT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

A.N. : $W_{AB} = -229,7 \text{ J}$

Transformation BC : isochore

$$\underline{W_{BC} = 0}$$

$$\Delta U_{BC} = Q_{BC} + \cancel{W_{BC}} \rightarrow Q_{BC} = \Delta U_{BC} = C_V (T_C - T_B)$$

$$Q_{BC} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_2 - T_1) \rightarrow \underline{Q_{BC} = 249,42 \text{ J}}$$

Transformation CD : isotherme (T_2)

$$W_{CD} = -Q_{CD} \text{ et } W_{CD} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right) = nRT_2 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\underline{W_{CD} = -460,5 \text{ J}}$$

Transformation DA : isochore

$$\underline{W_{DA} = 0}$$

$$Q_{DA} = \Delta U_{DA} = C_V (T_A - T_D)$$

$$Q_{DA} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_2) \rightarrow \underline{Q_{DA} = -249,42 \text{ J}}$$

4)		AB	BC	CD	DA
	W	229,7 J	0	-460,5 J	0
	Q	-229,7 J	249,42 J	460,5 J	-249,42 J

On remarque que $Q_{BC} = -Q_{DA}$

$$W_{\text{cycle}} = W_{AB} + \cancel{W_{BC}} + \cancel{W_{CD}} + W_{DA} = 229,7 - 460,5$$

$$W_{\text{cycle}} = -230,8 < 0 \text{ cycle moteur.}$$

$$Q_{\text{reçue}} = Q_{BC} + Q_{CD} \text{ (échauffement)}$$

$$Q_{\text{fournie}} = Q_{AB} + Q_{DA} \text{ (refroidissement)}$$

5) Moteur $\rightarrow$ produit du W $\rightarrow$ gain $\leftrightarrow$ W cycle

On lui fournit de la chaleur $\rightarrow$ coût $\leftrightarrow$ $Q_{BC} + Q_{CD}$

$$\eta = - \frac{W_{\text{cycle}}}{Q_{\text{chaude}}} = - \frac{W_{\text{cycle}}}{Q_{BC} + Q_{CD}}$$

⚠ 2 q'tés de chaleur (idem cycle Diesel particulier)

$$\text{A.N.: } \eta = \frac{-(-230,8)}{249,42 + 460,5} = 0,32 = 32\%$$

rend. des autres moteurs : 25 à 30%

Par rapport au cycle de Carnot 2 isothermes + 2 isochores
au lieu de 2 isothermes + 2 adiabatiques rev.

6)

$$\Delta S_{\text{cycle}} = 0$$

$$\Delta S_{\text{cycle}} = \Delta S_{\text{échange cycle}} + S_{\text{créée cycle}} \rightarrow \boxed{S_{\text{créée cycle}} = -\Delta S_{\text{échange cycle}}}$$

Contacts avec la source chaude S_2 (BC et CD)

$$\Delta S_{\text{éch. BC+CD}}^{\text{ech.}} = \frac{Q_{BC} + Q_{CD}}{T_2}$$

Contacts avec la source froide S_1 (AB et DA)

$$\Delta S_{\text{éch. AB+DA}}^{\text{ech.}} = \frac{Q_{AB} + Q_{DA}}{T_1}$$

$$S^{crée} = - \left[\frac{Q_{BC} + Q_{CD}}{T_2} + \frac{Q_{AB} + Q_{DA}}{T_1} \right] = 0,41 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

Cause d'irréversibilité = différence de température entre le système et le milieu extérieur lors des échanges de chaleur
 Pour BC $T \neq T_2$ et pour DA $T \neq T_1$

les transferts isochores s'effectuent en contact avec le réservoir de chaleur et pas la source.

En fait pendant les transformations isochores, le système en contact avec les sources a une température $\neq$ de celles des sources $\rightarrow$ transfo irréversible car on n'est pas à l'équilibre thermodynamique $\left(\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \neq 0 \right)$

$$7) \Delta S_{BC} = \Delta S_{BC}^{éch} + S_{BC}^{crée}$$

$\uparrow$
calculé comme si la transfo était réversible car ΔS_{BC} ne dépend pas du chemin suivi.

$$\Delta S_{BC} = \int_{T_B=T_1}^{T_C=T_2} \frac{\delta Q_{v=}}{T} = \int_{T_B=T_1}^{T_C=T_2} \frac{C_v dT}{T} = \frac{nR}{\gamma-1} \times \left(\frac{dT}{T} \right) = \frac{nR}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$\uparrow$
isochore

$$\Delta S_{BC} = 0,576 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\Delta S = n C_{vm} \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) + nR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$\Delta S_{BC}^{éch} = \frac{Q_{BC}}{T_2} = 0,41 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$V_i = V_f$$

On trouve $S_{BC}^{crée}$ par différence

$$S_{BC}^{crée} = 0,576 - 0,41 = 0,165 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

B Une amélioration

2) $Q_{DA} = -Q_{BC}$
 $\Rightarrow$ régénérateur.

On peut transférer la chaleur de " $Q_{DA} \rightarrow Q_{BC}$ "
Si on peut récupérer Q_{DA} pour la réinjecter au cours de BC (chauffage), on économiserait Q_{BC} .

On dépenserait seulement Q_{CD}

3) a) Dépense Q_{CD}

b) $\eta = -\frac{W_{\text{cycle}}}{Q_{CD}} \quad \left(\text{A.N.} \quad \eta = \frac{230,8}{460,5} = 0,5 \right)$

$$\eta = \frac{Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}}{Q_{CD}} = 1 + \frac{Q_{AB}}{Q_{CD}}$$

$$\eta = 1 + \frac{-nRT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}{nRT_2 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)} \rightarrow \eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

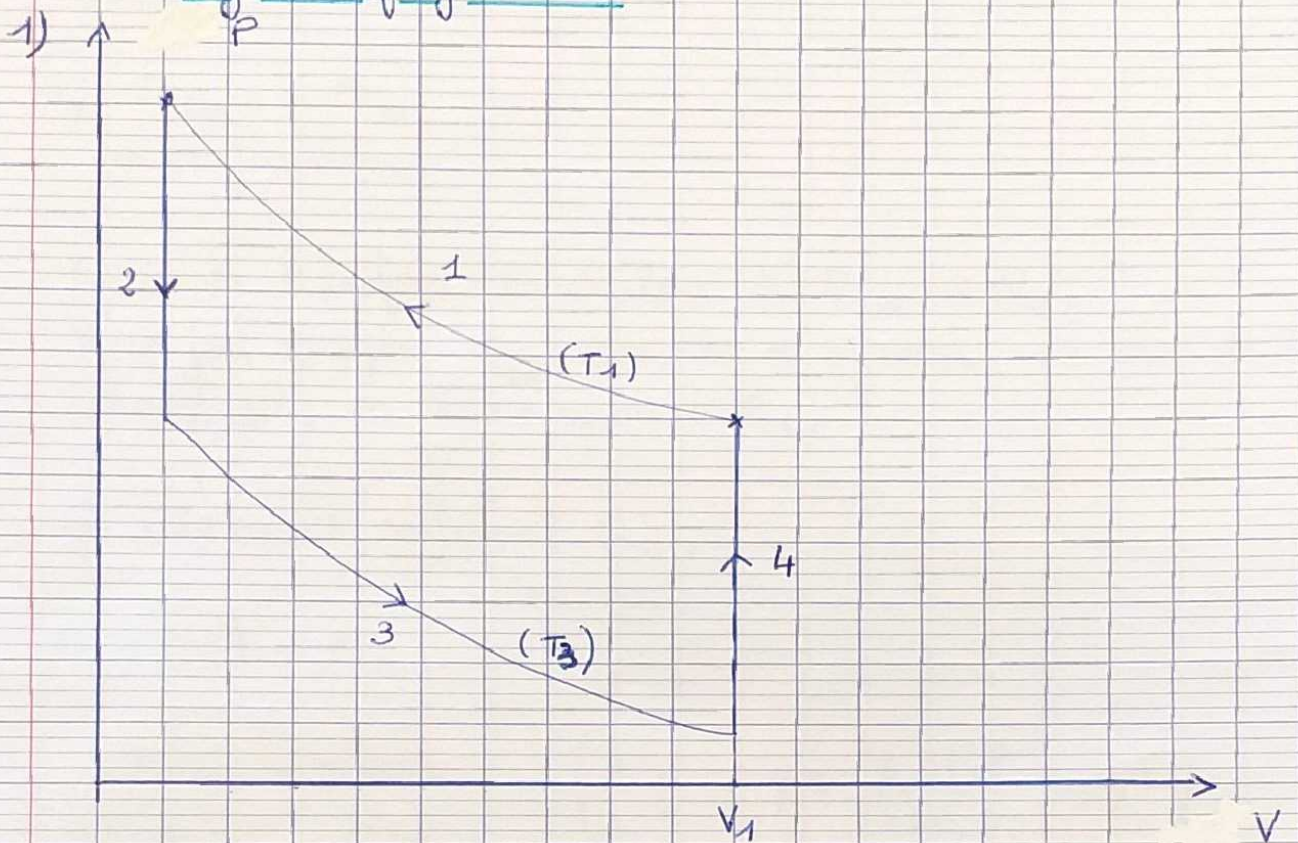
c) $T_1 \Leftrightarrow$ source froide
 $T_2 \Leftrightarrow$ " chaude

$$\eta = \frac{T_{ch} - T_{fr}}{T_{ch}} = \eta_{\text{Carnot}}$$

d) C'est le rendement maximal que l'on puisse obtenir.

Comme Carnot sauf qu'ici à la place des adiabatiques réversibles, on a des isochores

C : Cycle réfrigérant:



Le cycle ressemble au précédent (2 isochores + 2 isothermes) mais il est parcouru en sens inverse (sens trigonométrique)
 $\rightarrow$ fonctionnement en réfrigérateur ou pompe à chaleur

2) Lors du deuxième temps, le fluide se refroidit donc la température moyenne du régénérateur augmente.
 C'est l'inverse lors du quatrième temps.

3) Système = fluide à l'intérieur des deux cylindres.