Samedi 7 juin

DEVOIR SURVEILLÉ

(durée 2 heures)

Partie Thermodynamique

Données

M_{air} = 29,0 g.mol^{-1} γ = 1,40 pour l'air (assimilé à un gaz parfait diatomique)
R = 8,31 J.K^{-1} .mol^{-1}
capacité thermique de la fonte: c_{fonte} = 0,54 kJ.K^{-1}.kg^{-1}
T (K) = θ (°C) + 273

Exercice 1 (15 min)

Une poêle en fonte de masse m = 800 g est placée sur une plaque électrique à induction de puissance $P_{élec}$ = 1200 W.

1. Evaluer la durée nécessaire pour amener la poêle de 20°C (température ambiante) à 200 °C.

2. La durée réelle sera-t-elle supérieure ou inférieure à votre estimation ?

Exercice 2 Transformations d'un gaz parfait (35 min)

Pour chacune des transformations suivantes (supposées réversibles) :

- indiquer la valeur initiale et la valeur finale de la pression P, du volume V et de la température T
- représenter l'allure de la transformation dans un diagramme (P,V) en précisant le sens
- calculer le travail W et le transfert thermique Q reçus par l'air

Masse molaire de l'air : 29 g.mol^{-1}.

3. Une mole d'air est comprimée de 1,0 bar à 3,0 bar à température constante (150°C).

4. Un volume initial de 1,0 m^3 d'air est chauffé de façon isobare (1013 hPa) de 300 K à 600 K.

5. 1 kg d'air, initialement à 900 K et sous 20 bar, subit une détente adiabatique : son volume est multiplié par 5.

6. Un volume de 10,0 L d'air initialement sous 1,0 bar et à 20°C, subit un chauffage isochore jusqu'à 500°C.

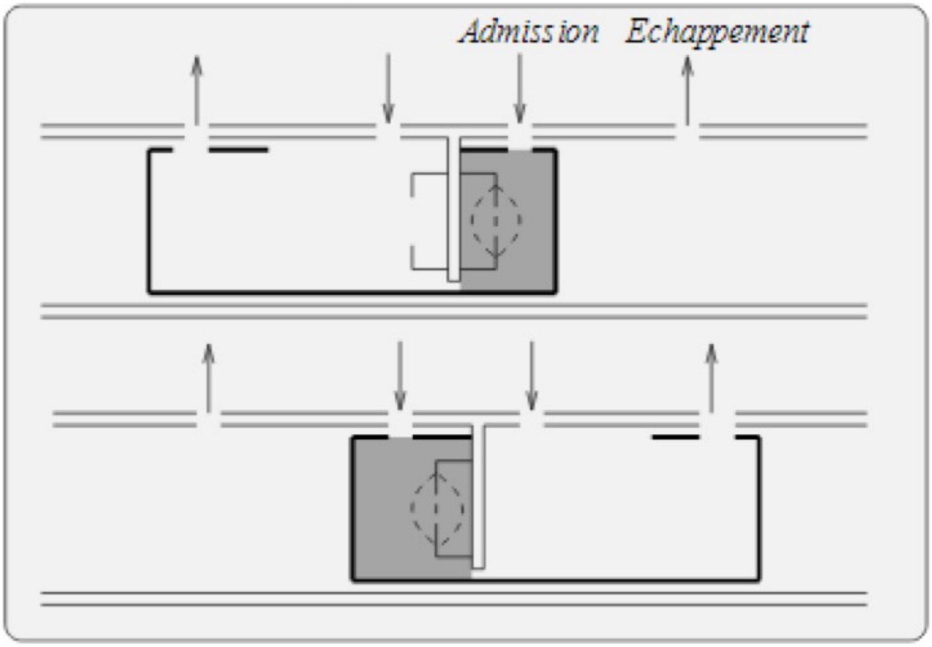
Exercice 3 Cycle de Lenoir (50 min)

Le cycle de Lenoir (1860) est associé au premier moteur à combustion interne à deux temps :

- 1er temps : admission du mélange (combustible + air), combustion, détente

- 2ème temps : échappement (évacuation des produits de la combustion)

Le piston est à double effet (la pression agit à chaque demi-tour sur l'une des faces) :



On modélise ce cycle réel de la façon suivante : de l'air (gaz parfait) subit le cycle suivant au contact de deux sources de température T_f = 300 K et T_c = 600 K

(on suppose toutes les transformations *mécaniquement réversibles*)

1 => 2 : échauffement isochore jusqu'à T_c, au contact de la source chaude

2 => 3 : détente isotherme au contact de la source chaude

3 => 1 : refroidissement isobare au contact de la source froide

Initialement, l'air est dans l'état P_1 = 1,0 bar, $T_1 = T_f$ et V_1 = 1,0 L. On donne R = 8,31 $J.K^{-1}.mol^{-1}$.

7. Donner l'allure du cycle dans le diagramme (P,V) de Clapeyron. S'agit-il d'un cycle moteur ou récepteur ?

8. Compléter le tableau avec des valeurs numériques dans les unités du système international.

Etat	Volume	Pression	Température
1			
2			
3			

9. Calculer numériquement la quantité de matière n et la capacité thermique C_v de l'air étudié.

10. Calculer numériquement le travail et le transfert thermique reçus par le gaz au cours de chaque phase (on les notera W_{12}, Q_{12}, W_{23}, Q_{23}, W_{31} et Q_{31})

11. Sur un cycle, calculer numériquement le transfert thermique Q_C reçu de la source chaude, ainsi que le travail total W reçu au cours du cycle. En déduire le rendement η du cycle.

12. Calculer l'entropie créée $S_{création}$ au cours du cycle. Ce cycle est-il réversible ?

13. Calculer ΔS pour chaque transformation. Au cours de quelle(s) transformation(s) du cycle y a-t-il création d'entropie ?

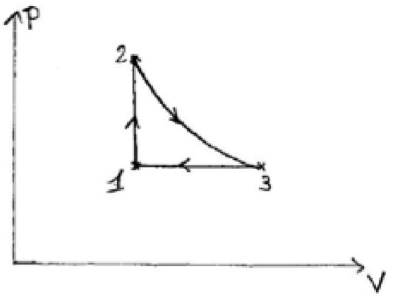
Formulaire :

$$\boxed{\Delta S = n R \frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{T_{final}}{T_{initial}} - n R \ln \frac{P_{final}}{P_{initial}}}$$

$$\boxed{\Delta S = n \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_{final}}{T_{initial}} + n R \ln \frac{V_{final}}{V_{initial}}}$$

Corrigé de la partie thermodynamique

Exercice 4 Cycle de Lenoir



1) Graphiquement, l'aire algébrique entourée par le cycle est positive : $A > 0$ (l'aire sous la courbe 2=>3, comptée positivement, est supérieure en valeur absolue à l'aire sous la courbe 3=>1,comptée négativement).

On a $W = -\int_{cycle} P\,dV = -A$ donc W < 0, le cycle est moteur (sur un cycle, le gaz fournit du travail au milieu extérieur).

2) On utilise la loi de gaz parfaits pour obtenir les valeurs indiquées en gras

Etat	Température (K)	Pression (bar)	Volume (L)
1	300	1,0	1,0
2	600	2,0	1,0
3	600	1,0	2,0

3) $n = \frac{P_1 V_1}{R T_1} = 4{,}0.10^{-2}\,\text{mol}$ $\quad C_V = \frac{nR}{\gamma - 1} = 0{,}83\ \text{J.K}^{-1}$

4) $W_{12} = 0$ J (volume constant) $\quad Q_{12} = \Delta U_{12} - W_{12} = C_V(T_2 - T_1) = 2{,}5.10^2$ J

$$W_{23} = -\int_{V_2}^{V_3} P\,dV = -nRT_C \int_{V_2}^{V_3} \frac{dV}{V} = -nRT_C \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = -1{,}4.10^2\,\text{J}$$

$Q_{23} = \Delta U_{23} - W_{23} = 0 - W_{23} = +1{,}4.10^2$ J ($\Delta U_{23} = 0$ car $T_3 = T_2$)

$$W_{31} = -\int_{V_3}^{V_1} P\,dV = -P_1 \int_{V_3}^{V_1} dV = -P_1(V_3 - V_1) = 1{,}0.10^2\,\text{J}$$

$$Q_{31} = \Delta U_{31} - W_{31} = C_V(T_1 - T_3) - W_{31} = -3{,}5.10^2\,\text{J}$$

5) Le transfert thermique au contact de la source chaude s'effectue sur les phases 1=>2 et 2=>3

On a donc $Q_C = Q_{12} + Q_{23} = 3{,}9.10^2$ J

Le travail total échangé au cours du cycle s'obtient en sommant tous les travaux : $W = W_{12} + W_{23} + W_{31} = -40$ J

On en déduit le rendement $\eta = \frac{-W}{Q_C} = 0{,}10$ soit un rendement de 10 %.

6) Sur un cycle, $\Delta S_{cycle} = 0 = S_{éch} + S_{cr} = \frac{Q_{12}}{T_C} + \frac{Q_{23}}{T_C} + \frac{Q_{31}}{T_F} + S_{cr}$, on en déduit $S_{cr} = 0{,}51\,\text{J.K}^{-1} > 0$, le cycle n'est pas réversible.

En réutilisant l'expression $\Delta S = nR\left(\frac{1}{\gamma - 1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)\right)$ (exercice 5) et en appliquant le second principe à chacune des transformations, on observe que $S_{cr} = 0$ pour la transformation isotherme (2=>3), et $S_{cr} > 0$ pour l'échauffement (1=>2) et le refroidissement (3=>1). Pour qu'une transformation soit réversible, on doit avoir à tout instant $T = T_{ext}$ (température du système égale à la température de contact), ce qui n'est pas le cas au cours des transformations 1=>2 et 2=> 3.

Exercice 1

1 $\Delta H = \Delta U = Q = C\,\Delta T$ et $Q = P\,\Delta t$. $\Delta t = C\,\Delta T / P$. A.N. : $\Delta t = 64{,}8$ s soit 1 min et 5 s.

2 La durée réelle sera supérieure car on néglige les pertes de chaleur .

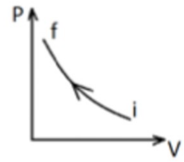
La conversion d'énergie électrique en transfert thermique au fond de la poêle n'est pas parfaite
=> la puissance thermique $P_{thermique}$ réellement disponible est inférieure à $P_{élec}$, donc $\Delta t_{réel} > \Delta t_{calculé}$
On a négligé le transfert thermique entre la poêle et l'air environnant, et entre la poêle et la plaque
=> il faudrait tenir compte de l'échauffement de l'air et de la plaque, $\Delta H_{réel} > \Delta H_{calculé}$ => $\Delta t_{réel} > \Delta t_{calculé}$

Exercice 2 Transformations d'un gaz parfait

1) $P_i = 1{,}0.10^5$ Pa $\quad T_i = 423$ K $\quad n = 1$ mol => $V_i = 3{,}5.10^{-2}\,m^3$
$P_f = 3{,}0.10^5$ Pa $\quad T_f = 423$ K $\quad$ => $V_f = 1{,}2.10^{-2}\,m^3$

$$W = -\int_{V_i}^{V_f} P\,dV = -nRT_0 \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = 3{,}8.10^3 \text{ J}$$

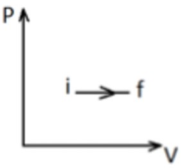
$$Q = \Delta U - W = C_V \Delta T - W = 0 - W = -3{,}8.10^3 \text{ J} \quad \text{(isotherme)}$$



2) $P_i = 1{,}013.10^5$ Pa $\quad V_i = 1{,}0\,m^3$ $\quad T_i = 300$ K $\quad$ => $n = 41$ mol
$P_f = 1{,}013.10^5$ Pa $\quad T_f = 600$ K $\quad$ => $V_f = 2{,}0\,m^3$

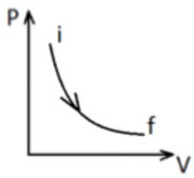
$$W = -\int_{V_i}^{V_f} P\,dV = -P_0 \int_{V_i}^{V_f} dV = -P_0 (V_f - V_i) = -1{,}0.10^5 \text{ J}$$

$$Q = \Delta U - W = C_V \Delta T - W = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_i) - W = 3{,}6.10^5 \text{ J}$$



3) $P_i = 20.10^5$ Pa $\quad T_i = 900$ K $\quad n = m/M = 34{,}5$ mol $\quad$ => $V_i = 0{,}13\,m^3$
$V_f = 5\,V_i = 0{,}65\,m^3$ $\quad P_f = P_i\,(V_i/V_f)^{\gamma} = 2{,}1.10^5$ Pa $\quad$ => $T_f = 476$ K

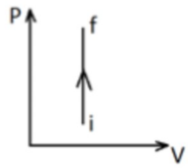
$$Q = 0 \quad \text{(adiabatique)} \qquad W = \Delta U - Q = C_V \Delta T = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_i) = -3{,}01.10^5 \text{ J}$$



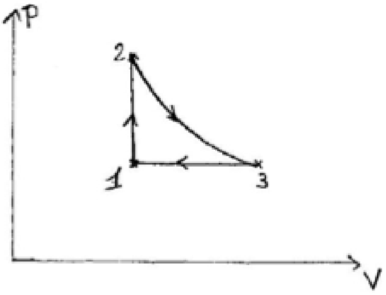
4) $P_i = 1{,}0.10^5$ Pa $\quad T_i = 293$ K $\quad V_i = 10{,}0.10^{-3}\,m^3$ $\quad$ => $n = 0{,}41$ mol
$V_f = 10.10^{-3}\,m^3$ $\quad T_f = 773$ K $\quad$ => $P_f = 2{,}6.10^5$ Pa

$$W = -\int_{V_i}^{V_f} P\,dV = 0 \quad \text{(isochore)}$$

$$Q = \Delta U - W = C_V \Delta T - 0 = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_i) = 4{,}1.10^3 \text{ J}$$



Exercice 4 Cycle de Lenoir



1) Graphiquement, l'aire algébrique entourée par le cycle est positive : $A > 0$ (l'aire sous la courbe 2=>3, comptée positivement, est supérieure en valeur absolue à l'aire sous la courbe 3=>1,comptée négativement).
Cycle parcouru dans le sens horaire d'où W < 0.
On a $W = -\int_{cycle} P\,dV = -A$ donc W < 0, le cycle est moteur (sur un cycle, le gaz fournit du travail au milieu extérieur).

2) On utilise la loi de gaz parfaits pour obtenir les valeurs indiquées en gras

Etat	Température (K)	Pression (bar)	Volume (L)
1	300	1,0	1,0
2	600	2,0	1,0
3	600	1,0	2,0

3) $n = \frac{P_1 V_1}{R T_1} = 4{,}0.10^{-2}\,\text{mol}$ $\quad C_V = \frac{nR}{\gamma - 1} = 0{,}83\ \text{J.K}^{-1}$

4) $W_{12} = 0$ J (volume constant) $\quad Q_{12} = \Delta U_{12} - W_{12} = C_V (T_2 - T_1) = 2{,}5.10^2\ \text{J}$

$$W_{23} = -\int_{V_2}^{V_3} P\,dV = -nRT_C \int_{V_2}^{V_3} \frac{dV}{V} = -nRT_C \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = -1{,}4.10^2\,\text{J}$$

$Q_{23} = \Delta U_{23} - W_{23} = 0 - W_{23} = +1{,}4.10^2\,\text{J}$ ($\Delta U_{23} = 0$ car $T_3 = T_2$)

$$W_{31} = -\int_{V_3}^{V_1} P\,dV = -P_1 \int_{V_3}^{V_1} dV = -P_1 (V_3 - V_1) = 1{,}0.10^2\,\text{J}$$

$$Q_{31} = \Delta U_{31} - W_{31} = C_V (T_1 - T_3) - W_{31} = -3{,}5.10^2\,\text{J}$$

5) Le transfert thermique au contact de la source chaude s'effectue sur les phases 1=>2 et 2=>3
On a donc $Q_C = Q_{12} + Q_{23} = 3{,}9.10^2$ J
Le travail total échangé au cours du cycle s'obtient en sommant tous les travaux : $W = W_{12} + W_{23} + W_{31} = -40$ J

On en déduit le rendement $\eta = \frac{-W}{Q_C} = 0{,}10$ soit un rendement de 10 %.

6) Sur un cycle, $\Delta S_{cycle} = 0 = S_{éch} + S_{cr} = \frac{Q_{12}}{T_C} + \frac{Q_{23}}{T_C} + \frac{Q_{31}}{T_F} + S_{cr}$, on en déduit $S_{cr} = 0{,}51\,\text{J.K}^{-1}$ > 0, le cycle n'est pas réversible.

En réutilisant l'expression $\Delta S = nR\left(\frac{1}{\gamma - 1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)\right)$ en appliquant le second principe à chacune des transformations, on observe que $S_{cr} = 0$ pour la transformation isotherme (2=>3), et $S_{cr} > 0$ pour l'échauffement (1=>2) et le refroidissement (3=>1). Pour qu'une transformation soit réversible, on doit avoir à tout instant $T = T_{ext}$ (température du système égale à la température de contact), ce qui n'est pas le cas au cours des transformations 1=>2 et 2=> 3.