TD technique prépa 1

Les lettres grecques

On utilise souvent des lettres grecques en physique. Cela vous aidera de les reconnaitre et de savoir les écrire lisiblement. Voici les plus fréquentes :

$$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \lambda, \mu, \rho, \eta, \nu, \omega, \theta, \Delta$$

Nommer ces lettres, recopier lisiblement 5 fois chacune d'entre elles, et donner un exemple courant de grandeur physique ou mathématique représentée par ces lettres.

Exercice 1 : isoler la grandeur demandée

Méthode exigée : multiplier ou diviser des deux côtés par la même chose.

Exemple : $a = \frac{b}{c}$

- si on veut isoler b, on multiplie par c des deux côtés, ce qui donne

$$ac = \frac{bc}{c} \Rightarrow ac = b \Rightarrow b = ac$$

- si on veut isoler c, on repart de $b = ac$, et on divise par a des deux côtés, donc $c = \frac{b}{a}$.

1. Pour une onde sonore, la longueur d'onde λ, la célérité c et la fréquence f sont liées par la relation

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

   a. Isoler f
   b. Isoler c

2. Une voiture roule à la vitesse moyenne v sur une distance d pendant la durée Δt.
   a. Exprimer v en fonction de d et Δt.
   b. Exprimer d en fonction de Δt et v.
   c. Exprimer Δt en fonction de v et d.

3. Même démarche que la question précédente, avec la loi d'ohm en électricité. Les grandeurs physiques à relier et isoler sont U la tension, R la résistance, et I l'intensité.

4. Même chose avec la masse volumique ρ d'un objet de masse m et de volume V.

Exercice 2 : Isoler, avec gestion de racines et de carrés

Lorsqu'on a une équation gauche = droite alors $\sqrt{gauche} = \sqrt{droite}$, et $gauche^2 = droite^2$

Par ailleurs on rappelle que $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\,\sqrt{b}$; $(ab)^2 = a^2b^2$; $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$

Et on peut combiner cela avec la méthode de l'exercice précédent :

Exemple $a = \frac{b^2}{c}$, on veut isoler b

Etape 1 : on multiplie par c des deux côtés et on obtient $ac = b^2$ donc $b^2 = ac$

Etape 2 : on prend la racine carrée des deux côtés et on obtient $b = \sqrt{ac}$

1. La puissance électrique absorbée par une résistance est donnée par l'expression
$$P = \frac{U^2}{R}$$
   a. Isoler R
   b. Isoler U

2. L'énergie cinétique d'une voiture est définie par $E = \frac{1}{2}mv^2$.
   a. Isoler m
   b. Isoler v

3. Lors du vol à altitude constante, et en ligne droite d'un avion de transport, la force de portance compense le poids. Cela mène à l'équation
$$\frac{1}{2}\rho S C_z V^2 = mg$$

Isoler le coefficient de portance C_z.

4. La période d'oscillation d'un objet suspendu à une corde de longueur l est donnée par l'expression
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$
   Où g est l'accélération de la pesanteur.
   a. Isoler l
   b. Isoler g

Exercice 3 : simplification de fractions

- Pour transformer une fraction, une seule méthode : multiplier ou diviser en haut et en bas par la même chose.

$$\frac{haut}{bas} = \frac{\alpha\ haut}{\alpha\ bas}; \frac{haut}{bas} = \frac{haut/\alpha}{bas/\alpha}$$

- Pour additionner ou soustraire deux fractions, on met au même dénominateur, puis

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a}$$

- Pour multiplier deux fractions,

$$\frac{a}{b}\frac{c}{e} = \frac{ac}{be}$$

- Pour diviser deux fractions, on multiplie en haut et en bas de la grande fraction par les dénominateurs des petites fractions, et tout se simplifie.

$$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{e}\right)} = \frac{\left(\frac{a}{b}\right)be}{\left(\frac{c}{e}\right)be} = \frac{ae}{cb}$$

Simplifier les expressions suivantes

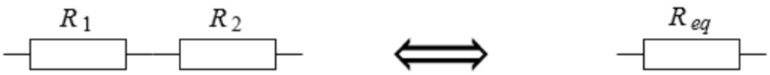
$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}; \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \frac{1}{4} + \frac{1}{8}; \frac{3}{5} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3}\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{4}; \frac{\lambda^2}{2\lambda} + \lambda; \sqrt{A} + \frac{2A}{\sqrt{A}}; \frac{R_1 + R_2}{R_1^2 + R_1 R_2}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{3}\right)}; \frac{\left(\frac{\rho^2\omega}{\lambda}\right)}{\frac{\lambda^2}{\omega^2}}; \frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{3}; \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)}; \frac{RC}{\left(\frac{L}{R}\right)}$$

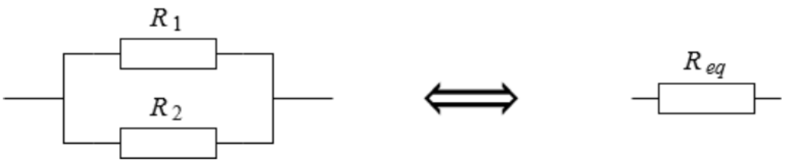
Exercice 4 : résistances équivalentes

Association de résistances en série



$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$$

Association de résistances en parallèle



$$G_{eq} = G_1 + G_2$$

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Exemples de calculs pour 2 résistances en parallèles : donner la valeur de la résistance équivalente

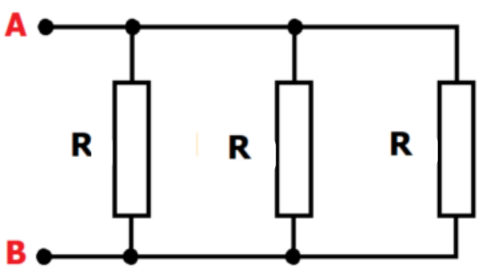
Pour cela, simplifier $\frac{1}{R_{eq}}$, puis inverser la fraction.

- $R_1 = 2{,}0\ \mathrm{k}\Omega$ et $R_2 = 2{,}0\ \mathrm{k}\Omega$
- $R_1 = 1{,}5\ \mathrm{k}\Omega$ et $R_2 = 2{,}5\ \mathrm{k}\Omega$
- $R_1 = 100\ \Omega$ et $R_2 = 1{,}00\ \mathrm{k}\Omega$

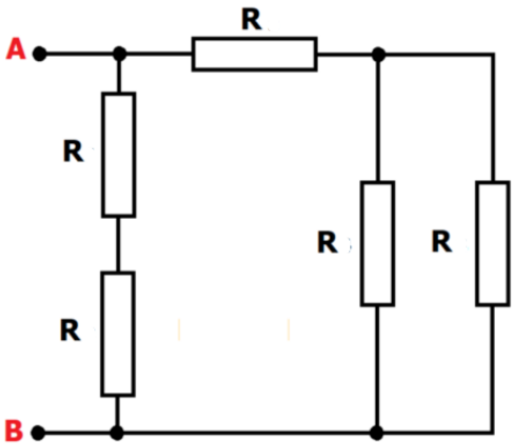
Exemples plus complets :

Exprimer la résistance équivalente entre A et B en fonction de la résistance R

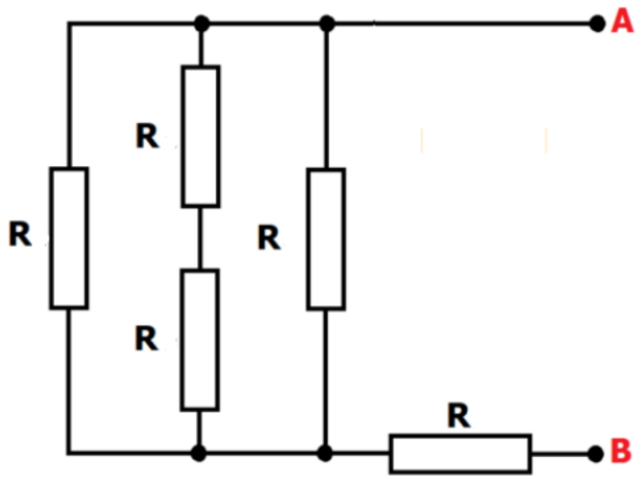
1



2



3



Exercice 5 : équations du second degré

Rappel des formules :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Cette équation a des solutions réelles si le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ est positif.

Dans ce cas, les solutions sont

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

En physique-chimie, il y a parfois une seule des deux solutions qui nous intéresse. Cas fréquent : la grandeur physique recherchée est positive, et on a une solution positive et l'autre négative. On garde alors la positive.

1. Résoudre $x^2 + x + 1 = 0$ pour reprendre les réflexes. En inventer d'autres si besoin. Vérifier vos réponses avec le solveur de votre calculatrice.

2. Lors de l'introduction de 1 mol de vinaigre dans un litre d'eau, la concentration en ions H^+ , notée h, vérifie l'équation suivante. Trouver la valeur de h. On donne $K_A = 10^{-4}$.

$$K_A = \frac{h^2}{1-h}$$

3. Un objet lumineux est situé à la distance D d'un écran. Une lentille de distance focale f' est située à la position x par rapport à l'objet. L'image de l'objet est visible sur l'écran si la relation de conjugaison est vérifiée :

$$\frac{1}{D-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$$

Montrer que si $D \geq 4f'$, il existe deux positions de lentille solutions dont l'expression est

$$x_{1,2} = \frac{D}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4f'}{D}}\right)$$