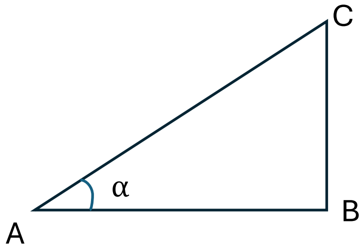
TD géométrie, incertitudes, chiffres significatifs

Géométrie dans un triangle rectangle

Relations de base



$$\cos\alpha = \frac{AB}{AC}$$

$$\sin\alpha = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan\alpha = \frac{BC}{AB}$$

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

Exercices

I. Applications directes sur le triangle ci-dessus

- On donne $AB = 2{,}0$ cm et $BC = 3{,}0$ cm. Trouver AC et α.
- On donne $AC = 10$ m et $\alpha = 30°$. Trouver AB et BC.
- On donne $BC = 4{,}0$ m et $\alpha = 15°$. Trouver AB et AC.

II. Petites vérifications

- Montrer que $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- Montrer que $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Leftrightarrow \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

III. Cyclisme

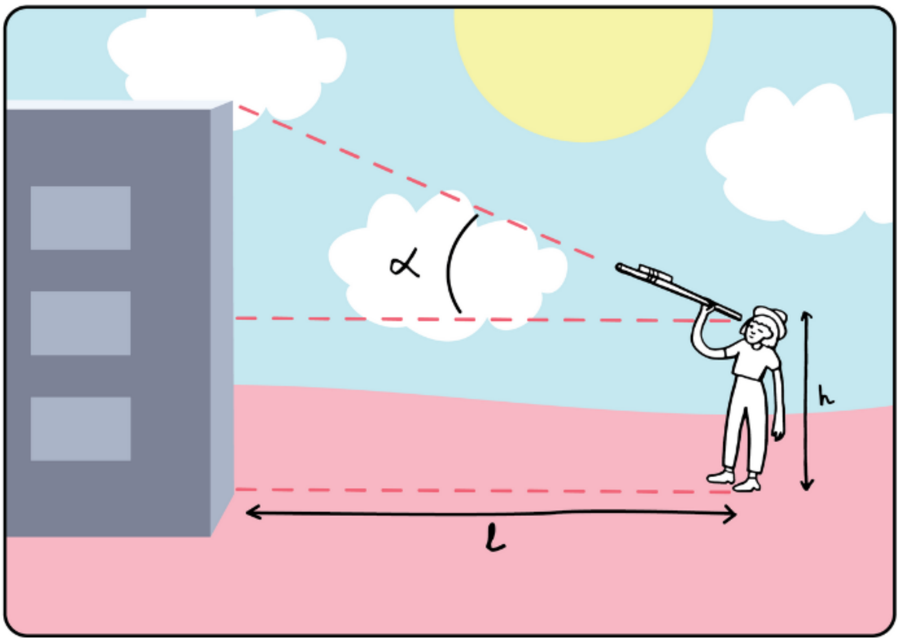
Lors de l'ascension d'un col, le dénivelé est h=500 m et la distance parcourue est L=10 km.

- Schématiser.
- Calculer l'angle d'inclinaison moyenne α de la route par rapport à l'horizontale.
- Calculer la distance parcourue en projection horizontale l.
- Calculer le pourcentage de pente moyen $\frac{h}{l}$.

IV. Mesure de la hauteur d’un bâtiment

Fixez le smartphone sur le tube, et mettez vous à une distance connue du bâtiment. Avec l'accéléromètre, mesurez l'inclinaison par rapport à l'horizontale quand vous visez le haut du bâtiment.

h = hauteur de l'oeil de la personne, l = distance au bâtiment, α = angle du haut du bâtiment



Nous allons tenter de mesurer la hauteur du bâtiment dans lequel nous nous trouvons, par la technique décrite sur la miniature ci-dessus. On note H la hauteur du bâtiment obtenue.

- Ajouter H sur le schéma ci-dessus, et déterminer son expression en fonction de α, l, h.
- Descendre dans la cour et procéder à la mesure. La distance l est à votre choix. Elle est mesurée à l’aide d’un mètre. L’angle α est mesurer avec l’application *phyphox*, qu’il faut installer sur votre smartphone.
- De retour en classe, noter au tableau la valeur de H que vous avez obtenue.

Les valeurs de hauteur obtenues par chacun ne sont pas toutes identiques. Dans le logiciel Excel, on peut rentrer les différentes valeurs de H obtenues, et calculer la moyenne $m(H)$ et l’écart type $u(H)$.

$u(H)$ est appelée incertitude-type de la mesure.

Chiffres significatifs et incertitudes

Les chiffres significatifs de la valeur numérique d’une grandeur physique sont ceux qui sont présent dans l’écriture de cette valeur, à l’exception des éventuels zéros placés sur la gauche.

Exemple : $d = 0{,}0250$ m comprend 3 chiffres significatifs. Les 0 placés à droite comptent, mais pas ceux à gauche. On comprend mieux pourquoi si on change d’unité : $d = 2{,}50$ cm.

Mais pourquoi laisser ce « ,0 » après le « 25 » sur cet exemple ?

Pour indiquer que cette grandeur physique est connue à quelques millimètres près, et non à quelques centimètres près.

Le choix du nombre de chiffres significatifs d'une valeur est donc directement relié à l'incertitude sur cette valeur.

La valeur de m doit avoir comme dernier chiffre significatif celui qui correspond à la position du dernier chiffre significatif de l'incertitude u(m).
Une incertitude est indiquée suivant les cas avec 1 ou 2 chiffres significatifs.

Exemple : suite à une série de calculs, on obtient à la calculatrice $d = 25{,}0352875$ cm. Par ailleurs, l'incertitude sur cette valeur est $u(d) = 0{,}12$ cm. Dans ce cas, les chiffres en gras ne sont pas significatifs $d = 25{,}03\mathbf{52875}$ cm. Il faut les retirer.

On écrira comme résultat final $d = 25{,}04 \pm 0{,}12$ cm.

Exercice 1 : compter le nombre de chiffres significatifs dans les cas suivants :

Nombre	520	0,0052	21,56	21,560	00861	0,00000020	$2{,}0\times10^{-7}$	2×10^{7}
c.s.								

Exercice 2 : Ecrire le résultat de la mesure sous la forme « résultat$\pm$ incertitude », avec le bon nombre de chiffres significatifs.

Situation expérimentale	Ecriture du résultat
Un voltmètre affiche U=9,334 V. L'incertitude sur U est u(U) =0.03V	
Un voltmètre affiche U=9,334 V. L'incertitude sur U est u(U) = 12 mV	
Un voltmètre affiche U=9,334 V. L'incertitude sur U est u(U) = 2,1 V	
Un radar indique v=110,026 $km.h^{-1}$ et une incertitude u(v)=5 $km.h^{-1}$	
Un calcul de température donne T=25.96127 °C et une incertitude u(T)=0.4°C	
Un calcul de résistance électrique donne R=4.2784 kΩ et une incertitude $u(R) = 5\Omega$	
Un calcul de tension donne U=25,00 V à la calculatrice, et une incertitude u(U)=10 mV	

Une course est chronométrée à 8 secondes et 29 centièmes de seconde. L'incertitude sur le déclenchement de l'utilisateur est estimée à 2 dixièmes de seconde.	
Une masse marquée est placée sur une balance de précision, qui affiche m=100.00 g. L'incertitude sur la balance est 3.10^{1} mg.	

Chiffres significatifs et opérations

Règle sur la multiplication : Le résultat du calcul d'une multiplication (ou d'une division) doit être exprimé avec le nombre de chiffres significatifs de la donnée qui en possède le moins.
Ex : 2,20×1,6=3,5

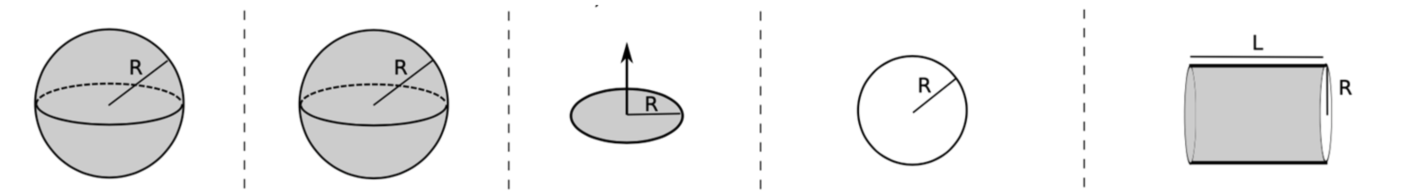
Règle sur l'addition : Le résultat d'une addition (ou d'une soustraction) a le nombre de chiffres significatifs après la virgule de la donnée qui en a le moins. Il faut par ailleurs que les données soient dans la même unité.
Ex: 1,25 kg + 0,025 kg = 1,27 kg

Cas des nombres entiers : Les vrais nombres entiers doivent être considérés comme ayant une précision infinie. Ils ne possèdent aucune incertitude. Souvent, ils n'ont pas d'unité et ne sont pas issus d'une mesure.
Exemple : Un noyau d'hélium contient 2 protons exactement. Sa charge vaut $Q = 2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} = 3{,}2 \times 10^{-19} C$

Exercice : Ecrire les résultats avec le bon nombre de chiffres significatifs :

Expression	Résultat
$3{,}00\times10^{3}\times2{,}8888\times10^{3}$	
3,4 + 3,5	
3,4 - 3,5	
2×30 avec 2 issu d'une mesure	
2 × 30,0 avec 2 un vrai nombre entier	
$3{,}00\times10^{3} + 2{,}8888\times10^{3}$	
$3{,}00\times10^{3} + 0{,}0000001$	
$3{,}00\times10^{3} + 2{,}8888\times10^{-2}$	

Rappels sur les surfaces et volumes



volume d'une boule	aire d'une sphère	aire d'un disque	circonférence d'un cercle	surface latérale d'un cylindre
$\frac{4}{3}\pi R^3$	$4\pi R^2$	πR^2	$2\pi R$	$2\pi R \times L$

Volume d'un cylindre : $\pi R^2 L$

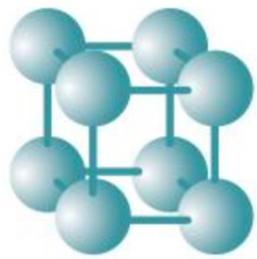
I. Exemples

- On fabrique un cylindre en enroulant sur elle-même une feuille au format A4, (longueur 29,7 cm et largeur 21,0 cm). Évaluer son volume, on envisagera deux cas.

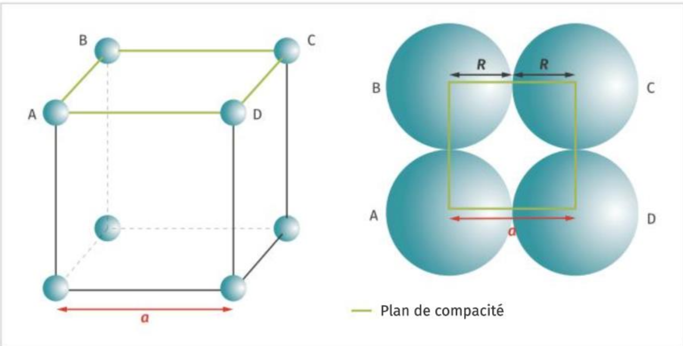
- Une balle de tennis aux normes ITF a un diamètre d compris entre 6.54 cm et 6.86 cm, et une masse m comprise entre 56.0 g et 59.4 g. Evaluer la masse volumique moyenne ρ d'une balle de tennis et proposer des pistes pour calculer l'incertitude sur cette valeur.

II. Cristallographie

La structure cubique simple est la structure cristalline la plus simple. Dans cette structure, les atomes sont situés aux 8 sommets d'un cube. On parle aussi de maille.

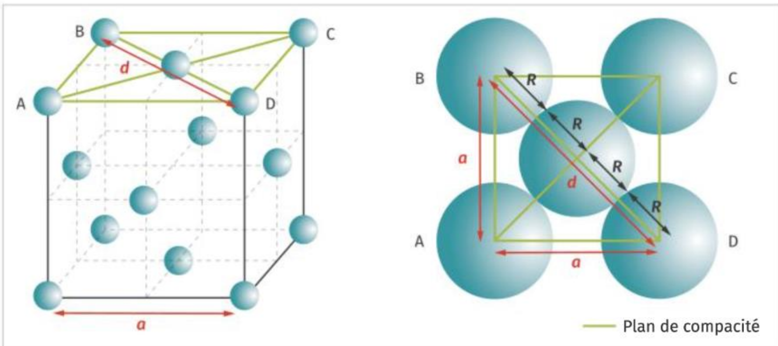


Dans le modèle de la maille cristalline, les atomes sont modélisés par des sphères dures (c'est-à-dire des sphères indéformables) de rayon R et situées les unes au contact des autres.



Ci-contre : la structure cubique simple

Ci-contre : la structure cubique faces centrées



La compacité correspond à la proportion d'espace occupé par les atomes dans le cube. Elle s'exprime sous la forme :

$$c = \frac{\text{volume occupé par les atomes}}{\text{volume du cube}}$$

On appelle a l'arête du cube.

1) Pour chaque structure, donner le nombre de sphère(s) dans une maille (un cube).

2) Pour chaque structure, donner la relation entre a et R.

3) Calculer la compacité des deux structures.

4) On considère qu'une structure cristalline est compacte si elle égale à 0,74. Une de ces deux structures est-elle compacte ?