Conditions initiales et régime stationnaire

notations • $x(0^-) = \lim\limits_{\substack{t\to 0\\ t<0}} x(t)$ • $x(0^+) = \lim\limits_{\substack{t\to 0\\ t>0}} x(t)$ • $x(+\infty) = \lim\limits_{t\to+\infty} x(t)$.

1.Condensateurs et bobines en régime stationnaire.

En régime stationnaire, toutes les grandeurs électriques sont indépendantes du temps.

a) Dans ce cas, un condensateur se comporte comme :

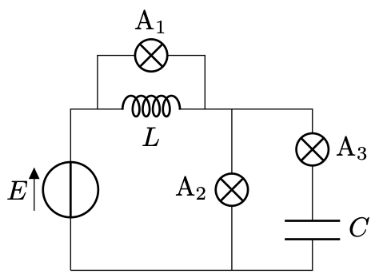
(a) un interrupteur fermé (b) une source de tension (c) un interrupteur ouvert

b) Quant à la bobine, elle se comporte comme :

(a) un interrupteur fermé (b) une source de courant (c) un interrupteur ouvert

2.Éclairage en régime permanent.

On considère le circuit constitué de lampes (symbolisées par —⊗—) que l'on peut assimiler à des résistances qui brillent quand elles sont parcourues par un courant électrique.



Le régime permanent étant établi, la ou les ampoules qui brillent sont :

(a) l'ampoule A_1 (b) l'ampoule A_2 (c) l'ampoule A_3

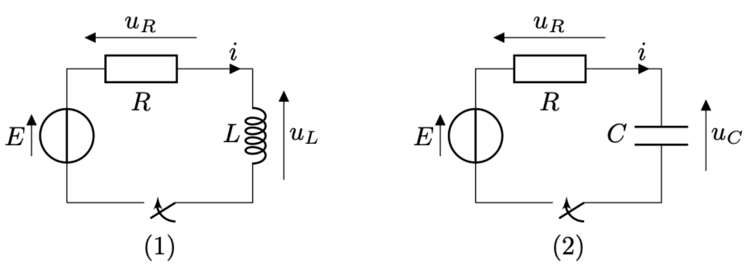
3. Relations de continuité.

Dans ce QCM, plusieurs réponses sont possibles pour chaque question.

a) Aux bornes de quel(s) dipôle(s) la tension est-elle toujours continue ?

(a) une résistance
(b) une bobine
(c) un condensateur
(d) un interrupteur fermé

On considère les deux circuits (1) et (2) pour lesquels l'opérateur ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$. On suppose de plus que le condensateur est initialement déchargé.



b) Quelles sont les grandeurs continues à $t = 0$ pour le circuit (1) ?

(a) i (b) u_L (c) u_R

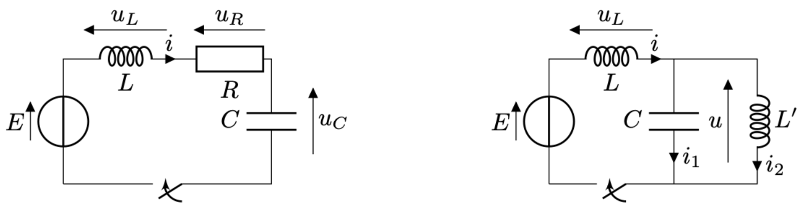
....

c) Quelles sont les grandeurs continues à $t = 0$ pour le circuit (2) ?

(a) i (b) u_C (c) u_R

....

On considère à présent les deux circuits (3) et (4) pour lesquels l'opérateur ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$. On suppose de plus que les condensateurs sont initialement déchargés.



(3) (4)

d) Quelles sont les grandeurs continues à $t = 0$ pour le circuit (3) ?

(a) i (b) u_L (c) u_R (d) u_C

....

e) Quelles sont les grandeurs continues à $t = 0$ pour le circuit (4) ?

(a) i (b) i_1 (c) u (d) u_L

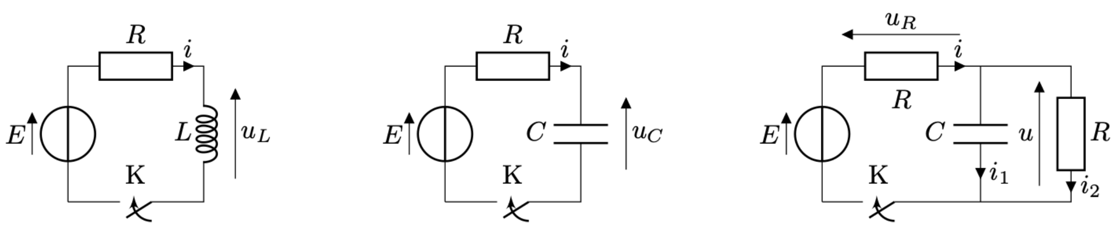
....

4.Conditions initiales pour circuits du premier ordre.

On considère trois circuits constitués de générateurs de tension de fém constante E, de conducteurs de résistance R ainsi que de condensateurs de capacité C et d'une bobine d'inductance L.

L'interrupteur K est ouvert pour $t < 0$ et fermé pour $t > 0$.

Tous les condensateurs sont initialement déchargés.



(1) (2) (3)

On considère dans un premier temps le circuit (1).

a) Exprimer $i(0^+)$ .... b) Exprimer $u_L(0^+)$ ....

On considère à présent le circuit (2).

c) Exprimer $i(0^+)$ ....

On considère finalement le circuit (3).

d) Exprimer $u_R(0^+)$ .... e) En déduire $i_1(0^+)$ ....

Circuits du premier ordre

On dit qu'un circuit est *du premier ordre* quand il est régi par une équation différentielle qui se met sous la forme canonique suivante :

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}x(t) = f(t) \qquad (*)$$

où τ est la constante de temps représentative de la durée du régime transitoire.

Quand l'équation différentielle est écrite comme dans $(*)$, on dit qu'elle est *sous forme canonique*.

5.Constantes de temps.

On donne des exemples d'équations différentielles régissant des grandeurs électriques d'un circuit.

Dans chaque cas, déterminer l'expression de la constante de temps τ.

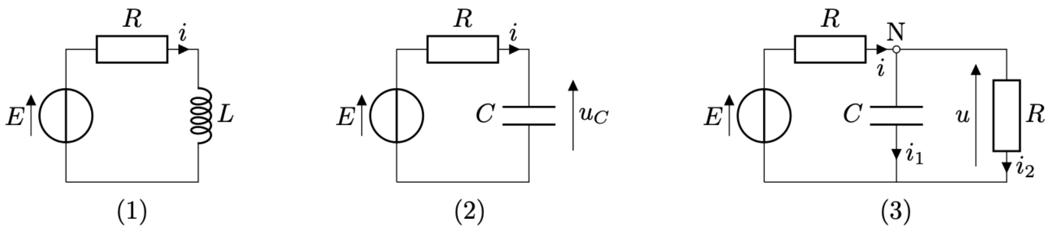
a) $L\dfrac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} = E - Ri(t)$ ....

b) $RC\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} = E - 2u_C(t)$ ....

6. Des mises en équations.

On cherche à obtenir l'équation différentielle qui régit le comportement d'une grandeur électrique dans chacun des circuits suivants.

Cette équation devra être donnée sous forme canonique.



On considère le circuit (1).

a) À partir de la loi des mailles, déterminer l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$

....

On considère maintenant le circuit (2). Déterminer :

b) l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ ....

c) l'équation différentielle pour le courant $i(t)$ ....

On considère enfin le circuit (3) qui comporte deux mailles. En appliquant la loi des nœuds au point N, déterminer :

d) la relation entre le courant $i(t)$, la tension $u(t)$ et $\dfrac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}$ ..

e) En déduire l'équation différentielle pour la tension $u(t)$ ...

7.Résolution

a) Résoudre $\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{\tau}u_C(t) = \dfrac{E}{\tau}$ avec $u_C(0) = 0$ ....

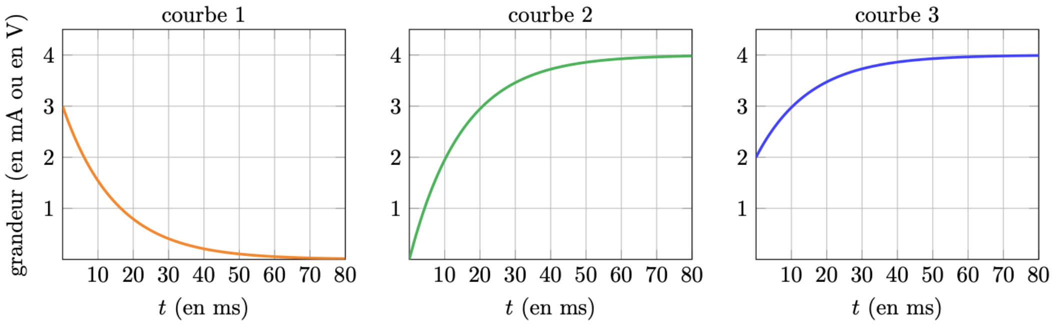
b) Résoudre $\dfrac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{\tau}i(t) = 0$ avec $i(0) = \dfrac{E}{R}$ ....

c) Résoudre $\dfrac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{\tau}u(t) = \dfrac{E}{2\tau}$ avec $u(0) = \dfrac{E}{2}$ ....

8.Analyse de courbes.

Les graphes ci-dessous représentent l'évolution de trois grandeurs au cours du temps :

- deux tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$;
- une intensité $i(t)$.



a) On a

$$u_1(t) = E_1\left(1 - e^{-t/\tau}\right).$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1 (b) courbe 2 (c) courbe 3

....

b) On a

$$u_2(t) = E_2\left(1 - \frac{e^{-t/\tau}}{2}\right).$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1 (b) courbe 2 (c) courbe 3

....

c) On a

$$i(t) = \frac{E_1}{R}\,e^{-t/\tau}.$$

Quelle est la courbe correspondante ?

(a) courbe 1 (b) courbe 2 (c) courbe 3

....

Déterminer les valeurs numériques de :

d) E_1 ....

e) E_2 ....

f) R ....