TD M1/2

Exercice n°1

Dans l'album de Tintin, "On a marché sur la Lune", le capitaine Haddock est étonné de pourvoir faire un bond beaucoup plus grand que sur Terre. On assimile le mouvement du capitaine Haddock à celui de son centre de gravité M de masse m. Il saute depuis le sol lunaire avec une vitesse initiale v_0 faisant un angle $\alpha = 30°$ avec le sol.
On note g_L l'accélération de la pesanteur à la surface de la Lune.
En l'absence d'atmosphère, on peut considérer qu'il n'y a aucune force de frottement.

1. On détaille ici la mise en équation du problème.

1.1. Définir le système , le référentiel dans lequel on étudie son mouvement, la base de projection adaptée à l'étude du mouvement

1.2. Etablir un bilan des forces et réaliser un schéma à un instant quelconque.

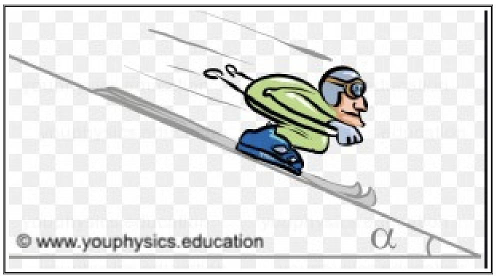
1.3. Appliquer le principe fondamental de la dynamique (seconde loi de Newton) pour établir l'équation différentielle du mouvement.

1.4. En déduire les équations horaires du mouvement.

2. Déterminer l'expression de la distance horizontale parcourue au cours du saut en fonction de v_0,α et g_L.

3. Sur la lune , la pesanteur est environ six fois moins importante que sur la Terre.
Quelle sera la distance horizontale parcourue par le capitaine Haddock sur la Lune si cette distance, sur la Terre, vaut d = 1,50 m ?

Exercice n°2



Un skieur descend une piste de 150 m inclinée de 20° par rapport à l'horizontale.

Déterminer sa vitesse en bout de piste en considérant deux cas :

- 1. on néglige toute force de frottement.

- 2. on considère la force de frottement qui s'applique au niveau des skis, de valeur 150 N. (On néglige la résistance de l'air

Données : masse du skieur m = 80 kg, pesanteur g = 9,8 $m.s^{-2}$.

Exercice n°3

Étude du satellite artificiel situé à basse altitude (h = 200 km)

On s'intéresse au mouvement d'un satellite artificiel S, de masse m_s, en orbite circulaire (rayon r) autour de la Terre de masse M_T, de rayon R_T et de centre O. On suppose que la Terre est une sphère et qu'elle présente une répartition de masse à symétrie sphérique et que le satellite peut être assimilé à un point.

a) Préciser les caractéristiques du vecteur accélération a d'un point animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon r et de vitesse v.

b) Enoncer la loi de la gravitation universelle. On appelle G la constante de gravitation universelle. Faire un schéma sur lequel les vecteurs-forces sont représentés.

c) Le satellite S est à l'altitude h : on a donc r = R + h. On appelle F_S la force qu'exerce la Terre sur le satellite. Cette force dépend de la position du satellite et on pose $F_S = m_s.g\ (h)$. On note g(h) l'intensité de la pesanteur g à l'endroit où se trouve le satellite. Exprimer g(h) en fonction de M_T, R_T, h et G puis g(h) en fonction de R_T, h et $g_0 = g(0)$.

d) Appliquer la deuxième loi de NEWTON au satellite en orbite circulaire. En déduire l'expression de la vitesse v_s du satellite en fonction de g_0 , R_T et h puis celle de sa période de révolution Ts.

e) Application numérique. Calculer v_s et T_s sachant que $g_0 = 9{,}8\ m.s^{-2}$; h = 200 km et R_T = 6400 km.

Exercice n°4

Viscosimètre à chute de bille

Certains équipements mécaniques, comme les moteurs, nécessitent l'utilisation d'huiles de valeur de viscosité contrôlée pour pouvoir fonctionner correctement.

Le but de cet exercice est d'étudier le principe de fonctionnement d'un viscosimètre à chute de bille permettant de mesurer, à température ambiante, la viscosité d'une huile appelée « huile C ».

Viscosimètre à chute de bille KF40 Brookfields®

La mesure de la viscosité de l'huile C repose sur l'exploitation de la chute verticale d'une bille en acier dans un récipient cylindrique, rempli de cette huile, représenté sur la figure 1. Le mouvement du centre de masse de la bille est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen, muni d'un repère d'origine O, d'axe vertical (Oz) orienté vers le bas et de vecteur unitaire $\overrightarrow{k}$. La situation est schématisée sur la figure 1.

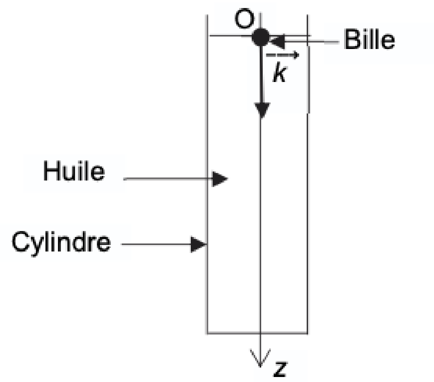


Figure 1. Schéma du dispositif expérimental de mesure

Données :

Les données numériques de cet exercice proviennent de travaux réalisés à l'université de Grenoble.

- masse volumique de l'huile C : $\rho_h = 8{,}31\times10^2$ kg·m^{-3} ;
- masse volumique de la bille : $\rho_b = 1{,}06\times10^3$ kg·m^{-3} ;

- rayon de la bille : $r = 0{,}993$ mm ;
- intensité de la pesanteur terrestre : $g = 9{,}81$ m·s^{-2} ;
- volume d'une bille de rayon r : $V_b = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3$;
- pour discuter de l'accord du résultat d'une mesure avec une valeur de référence, on peut utiliser le quotient $\frac{|x - x_{ref}|}{u(x)}$ avec x la valeur mesurée, x_{ref} la valeur de référence et u(x) l'incertitude-type associée à la valeur mesurée x.

Lors de sa chute verticale dans l'huile C, la bille de masse m est soumise à trois forces :

- son poids noté $\overrightarrow{P}$;
- la poussée d'Archimède, exercée par l'huile, d'expression vectorielle $\overrightarrow{P_A} = -\rho_h\cdot V_b\cdot g\cdot\overrightarrow{k}$;
- la force de frottement exercée par l'huile sur la bille, d'expression vectorielle dans les conditions de l'expérience : $\overrightarrow{f} = -\alpha\cdot\eta_C\cdot v\cdot\overrightarrow{k}$ avec α une constante homogène à une distance, dépendant des paramètres géométriques du système, η_C la viscosité de l'huile C et v la valeur de la vitesse du centre de masse de la bille. On donne $\alpha = 1{,}92\times10^{-2}$ m.

Q1. Montrer, à l'aide d'un raisonnement sur les unités, que la viscosité η C s'exprime en $N{\cdot}m^{-2}{\cdot}s$.

À la date $t = 0$, la bille est lâchée avec une vitesse initiale nulle depuis le point O, situé dans l'huile, en haut du récipient cylindrique. Au bout de quelques instants, le mouvement de la bille devient rectiligne uniforme, la bille atteint alors une vitesse limite notée v_{lim}.

Q2. Préciser, en justifiant, si la valeur de la force de frottement $\overrightarrow{f}$ augmente ou diminue quand la valeur de la vitesse de la bille augmente.

Q3. Représenter sur un schéma, sans calcul et en justifiant, l'ensemble des forces appliquées au système {bille}, lorsque la vitesse limite est atteinte.

Q4. Montrer que la vitesse limite vérifie l'équation :

$$\alpha \cdot \eta_C \cdot v_{lim} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g \cdot (\rho_b - \rho_h)}{3}$$

Q5. La valeur limite de la vitesse de la bille vaut $v_{lim} = 5{,}37\ mm{\cdot}s^{-1}$. Calculer la valeur de la viscosité η_C de l'huile C.

L'huile C a une viscosité de référence qui vaut $\eta_{réf} = 0{,}093\ N{\cdot}m^{-2}{\cdot}s$ et l'incertitude-type sur la valeur de la viscosité η_C obtenue vaut $u(\eta_C) = 0{,}003\ N{\cdot}m^{-2}{\cdot}s$.

Q6. Déterminer si la valeur de la viscosité η_C obtenue expérimentalement est en accord avec la valeur de référence.

On souhaite déterminer la durée nécessaire pour que la bille, lâchée avec une vitesse initiale nulle, atteigne sa vitesse limite.

Q7. Le vecteur accélération $\overrightarrow{a}$ du centre de masse de la bille s'écrit : $\overrightarrow{a} = a \cdot \overrightarrow{k}$. À l'aide de la deuxième loi de Newton, montrer que l'accélération a peut s'écrire :

$$a = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_h \cdot V_b}{m}\right) - \frac{\alpha \cdot \eta_C}{m} \cdot v \qquad \text{où } m \text{ est la masse de la bille}$$

Q8. En déduire que l'évolution de la coordonnée v du vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$ de chute de la bille au cours du temps obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{3 \cdot \alpha \cdot \eta_C}{4 \cdot \rho_b \cdot \pi \cdot r^3} \cdot v = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_b}\right)$$

Si la bille est abandonnée avec une vitesse initiale nulle, la résolution de l'équation différentielle précédente permet d'obtenir l'expression de sa vitesse $v(t)$:

$$v(t) = v_{lim} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \qquad \text{avec } \tau = \frac{4 \cdot \rho_b \cdot \pi \cdot r^3}{3 \cdot \alpha \cdot \eta_C}$$

Q9. Calculer la valeur de τ en utilisant la valeur de la viscosité de référence de l'huile étudiée. Justifier que l'on peut considérer que la vitesse de la bille est pratiquement égale à sa valeur limite durant tout le mouvement sachant que le tube du viscosimètre a une hauteur d'environ 15 cm.