M2- lois de Newton

La mécanique est l'étude du mouvement des systèmes matériels. Dans ce cadre, la dynamique étudie le lien entre action mécanique et mouvement.

objectifs :

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.2. Lois de Newton	
Référentiel galiléen. Première loi de Newton.	Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.
Notion de force. Troisième loi de Newton.	Établir un bilan des forces et en rendre compte sur un schéma.
Deuxième loi de Newton.	Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel.
	Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'étudier une loi de force par exemple à l'aide d'un microcontrôleur.
Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme en l'absence de frottement.	Mettre en équation le mouvement sans frottement d'un point matériel et le caractériser comme un mouvement à vecteur accélération constant.
Modèles d'une force de frottement fluide. Mouvement dans le champ de pesanteur uniforme en présence de frottement fluide.	Exploiter, sans la résoudre analytiquement, une équation différentielle : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats obtenus par simulation numérique. **Mettre en œuvre un protocole expérimental de mesure de frottements fluides.** <u>Capacité numérique</u> : tracer la trajectoire d'un point matériel dans le cas d'une chute en présence de frottements.
Tension d'un fil. Pendule simple.	Établir l'équation du mouvement du pendule simple. Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire. <u>Capacité numérique</u> : à l'aide d'un langage de programmation, résoudre numériquement l'équation différentielle du deuxième ordre non linéaire et mettre en évidence le non-isochronisme des oscillations.
Mouvement dans un champ de gravitation. Mouvements des satellites et des planètes. Orbites circulaires. Période de révolution. Lois de Kepler.	Établir et exploiter la troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire.

I. 1ere loi de Newton et référentiels galiléens.

1) Principe d'inertie ou 1ere loi de Newton

Enoncé de la 1ere loi de Newton :

Il existe une famille de référentiels, appelés **référentiels galiléens**, dans lesquels un point matériel isolé a un mouvement rectiligne et uniforme.

- Un système est dit **isolé** s'il n'est soumis à aucune force.
- Un mouvement rectiligne et uniforme a une trajectoire en ligne droite et une vitesse constante.

En pratique, un système isolé est irréalisable et on considère des systèmes pseudo-isolés qui sont soumis à des forces qui se compensent $\left(\sum \vec{F}=\vec{0}\right)$.

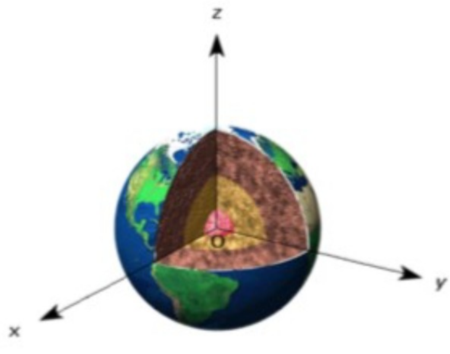
Mouvement relatif de deux référentiels galiléens :
Si on considère deux référentiels R1 et R2 en translation rectiligne et uniforme l'un par rapport à l'autre, tout point matériel animé d'un mouvement rectiligne et uniforme par rapport à R1 sera également en translation rectiligne et uniforme par rapport à R2.

En pratique, la plupart des référentiels ne sont galiléens que dans une certaine approximation qui peut être suffisante selon la précision souhaitée.

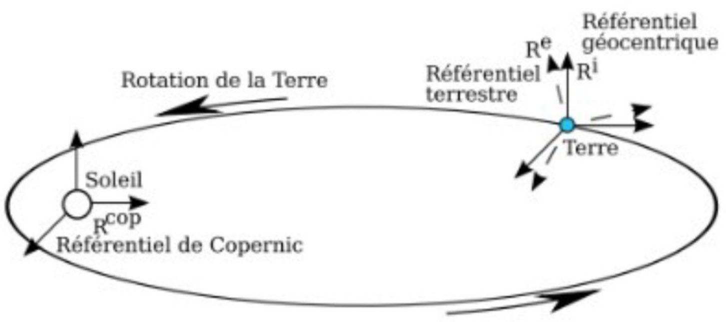
2) Quelques référentiels usuels important :

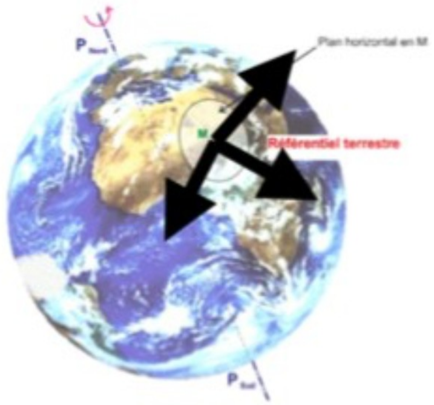
- Le référentiel de Copernic (dit référentiel héliocentrique) : son origine est au niveau du centre de masse du système solaire (correspondant au centre du Soleil), avec des axes pointant sur 3 étoiles très lointaines et considérées comme fixes. Il permet l'étude des mouvements des planètes dans le système solaire. **Le seul rigoureusement galiléen.**

- Le référentiel géocentrique : son origine est au centre de la Terre, ses axes sont parallèles aux axes du référentiel de Copernic. Il permet l'étude du mouvement des satellites terrestres (repère en translation non rectiligne et non uniforme par rapport au précédent). Approximativement galiléen.



- <u>Le référentiel terrestre</u> : son origine est le point de la surface terrestre où se déroule l'expérience et ses axes sont fixes par rapport à la Terre. Ce référentiel est galiléen si on peut négliger la rotation de la Terre sur elle-même: il est donc adapté aux mouvements se déroulant sur Terre et qui durent jusqu'à quelques heures (durée inférieure à un jour). Approximativement galiléen.



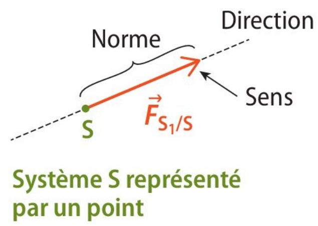


II. Actions mécaniques exercées sur le système

1) Modélisation d'une action mécanique par une force

Deux systèmes interagissent en exerçant des actions mécaniques l'un sur l'autre. Ces actions sont à l'origine du mouvement d'un corps ou de la modification de celui-ci. On les modélise par des forces.

Une force est une grandeur vectorielle caractérisée par :
- son point d'application (le système étudié, souvent un point noté M)
- sa direction
- son sens
- sa norme, exprimée en newton (1N = 1kg.m.s^{-2})



Remarques :
- Une force ne vient pas de nulle part : il y a toujours un **agent** ou **opérateur** qui exerce la force.
- Une force peut être **de contact** ou **à distance**.
- Une force ne dépend pas du référentiel dans lequel le mouvement est étudié.
- A l'origine de toutes les actions mécaniques, il existe 4 interactions fondamentales :

l'**interaction gravitationnelle** : de portée infinie, elle s'exerce sur tous les objets possédant une masse. Elle se manifeste notablement à grande échelle et joue un rôle très important en astrophysique où elle domine souvent. Elle explique la pesanteur et le mouvement des corps célestes.

l'**interaction électromagnétique** : elle n'existe que pour des systèmes chargés électriquement ou aimantés. Elle se manifeste sous deux formes : la force électrique et la force magnétique. Elle est responsable de la cohésion des atomes et de tous les processus chimiques.

l'**interaction nucléaire forte**: elle assure la cohésion des noyaux atomiques. Elle est à très courte portée, de l'ordre de quelques diamètres de noyaux soit 10^{-14} m. À même distance, elle est environ 100 à 1000 fois plus intense que la force électromagnétique.

l'**interaction nucléaire faible** : elle est responsable de certains phénomènes de radioactivité. Elle est de très courte portée, de l'ordre de 10^{-16} m.

2) Principe des actions réciproques ou 3e loi de Newton.

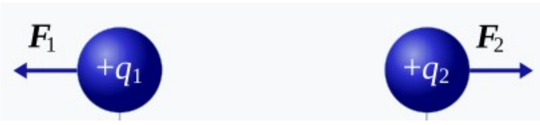
Énoncé de la 3e loi de Newton :

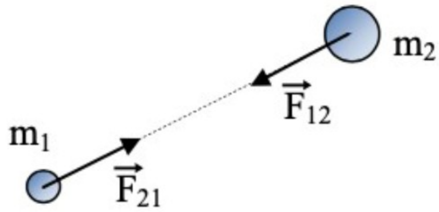
Si un système 1 exerce une force $\vec{F}_{1\to 2}$ sur un système 2, alors le système 2 exerce une force sur le système 1 de même direction, de même norme et de sens opposé à $\vec{F}_{1\to 2}$:

$$\vec{F}_{2\to 1} = -\vec{F}_{1\to 2}$$

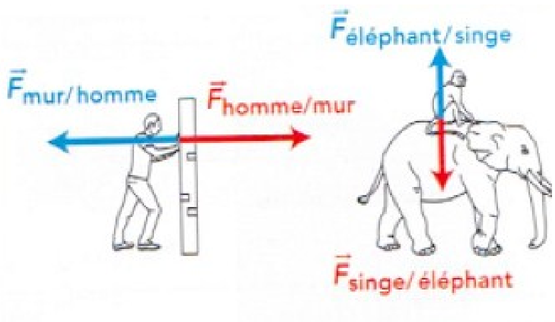
Exemples : Interactions entre 2 charges de signes opposées :

- ou de mêmes signes :





Interactions entre deux masses (ci-dessus)



3) Forces à connaître

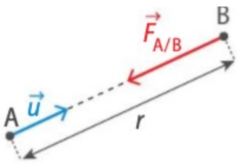
la force gravitationnelle :

La **force gravitationnelle** exercée par A sur B est :

$$\vec{F}_{A/B} = -G\,\frac{m_A m_B}{r^2}\,\vec{u}$$

F en newtons (N)
m_A et m_B en kilogrammes (kg)
r en mètres (m)

avec $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2} (doc. 7).



Doc. 7 Force gravitationnelle exercée par A sur B.

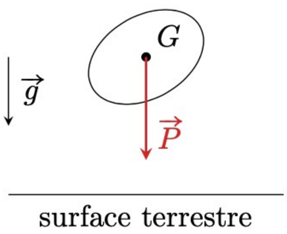
Plutôt que de retenir le signe « - », savoir que la force est toujours **attractive** pour le retrouver.

Le vecteur unitaire $\vec{u}$ peut s'écrire $\vec{u} = \dfrac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|}$

le poids $\vec{P}$ **:**

Un système de masse m situé à la surface de la Terre subit son poids, exercé par la Terre :

$$\boxed{\vec{P} = m\vec{g}}$$



Le poids s'applique au centre de masse G du système (voir ci-contre)

En première approximation, on peut considérer que le poids est la force gravitationnelle exercée par la Terre sur un corps de masse m :

$$\vec{P} = -G\frac{M_T m}{r^2}\vec{u} = m\vec{g}$$

On en déduit : $g=-G\frac{M_T}{r^2}$

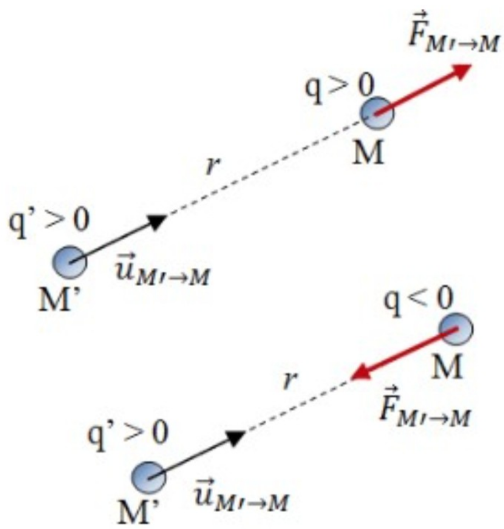
avec M_T = 5,97.10^{24} kg et r ≃ R_{Terre} = 6371 km en moyenne, mais un peu variable.

On obtient : $g=6{,}67\times10^{-11}\frac{5{,}97\times10^{24}}{(6371\times10^3)^2}=9{,}81\,N.m^{-1}$

la poussée d'Archimède $\vec{F}_A$ (notée aussi $\vec{\pi}$ ou encore $\vec{P}_A$ ...) :
Elle apparaît lorsqu'un solide est immergé, en partie ou totalement, dans un fluide. C'est l'opposé du poids du fluide déplacé, donc selon la verticale ascendante. Pour un solide dont le volume $V_{immergé}$ est immergé dans un fluide de masse volumique ρ_{fluide} on a :

$$\boxed{\vec{F}_A=-\rho_{fluide}V_{immergé}\vec{g}}$$

Force d'interaction électrostatique ou force de Coulomb :



$$\boxed{\vec{F}_{M'\to M}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2}\vec{u}_{M'\to M}}$$

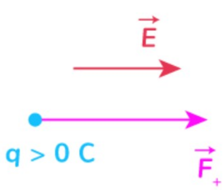
ε_0 est la permittivité du vide et vaut 8,85.10^{-12} F.m^{-1}

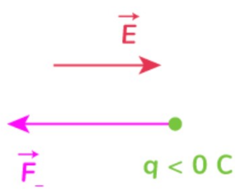
Cette force est attractive ou répulsive selon le signe des charges q et q'.

Remarque : $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}=9.10^9$ USI

Force de Lorentz électrique :
Un ensemble de particules chargées produisent un champ électrique $\vec{E}$. Une particule de charge q placée dans un champ électrique $\vec{E}$ subit la **force de Lorentz électrique.** Cette forme est équivalente à la force de Coulomb :

$$\boxed{\vec{F}=q\vec{E}}$$

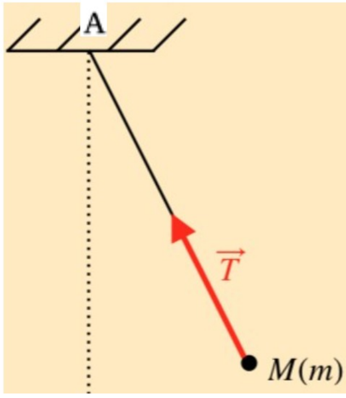




La tension d'un fil $\vec{T}$

Fil idéal : fil de masse nulle, inextensible.

Il n'existe pas d'expression pour exprimer la norme de la tension qu'exerce un fil sur un point M fixé à son extrémité, mais cette force est dirigée selon le fil, du point M vers le point A .

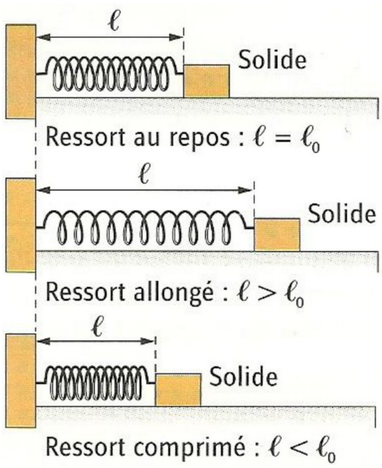


Dans le cas où le fil n'est plus tendu, la tension s'annule.

La force de rappel élastique (ou tension d'un ressort) :

Elle est exercée sur le point M accroché à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 :

$$\boxed{\vec{F} = -k \Delta l \vec{u} = -k(l - l_0)\vec{u}}$$



Remarque :

il est important de réfléchir au sens de la force pour savoir comment l'écrire (signe « - » et vecteur unitaire $\vec{u}$)

La force de frottement fluide (ou frottement visqueux) :

Elle s'exerce sur un solide en mouvement dans un fluide. Comme toute force de frottement, elle est opposée au mouvement.

Pour les faibles vitesses : $\vec{f} = -h\vec{v}$

Pour les vitesses élevées : $\vec{f} = -\alpha v^2 \vec{u}$ avec $\vec{u}$ un vecteur unitaire de même sens et de même direction que le vecteur vitesse. On peut l'écrire : $\vec{u} = \dfrac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$

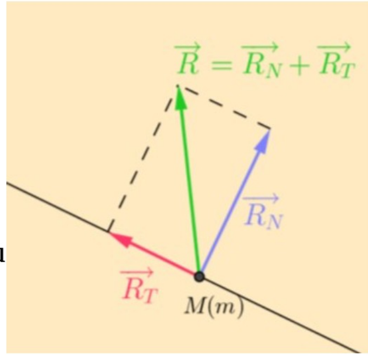
h et α sont les coefficients de frottement; [h] = $N.m^{-1}.s = kg.s^{-1}$ et [α] = $N.m^{-2}.s^2 = kg.m^{-1}$.

Remarque : la force de frottement dépend de la vitesse mais aussi d'autres paramètres comme la taille de l'objet, la viscosité du fluide, la masse volumique du fluide...

La réaction du support sur un solide (liée au contact entre deux solides) **:**

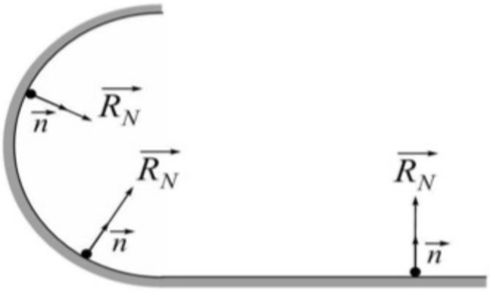
Cette réaction notée $\vec{R}$ se décompose en 2 contributions :

$$\vec{R}=\vec{R}_N+\vec{R}_T$$



– $\vec{R}_N$ est la composante normale au support, dirigée du support vers le solide.

– $\vec{R}_T$ est la composante tangentielle au support, de sens opposé au mouvement. R_T est le frottement solide, de norme constante.



M perd le contact avec le support dès que R_N =0.

On a R_T = f R_N où *f* est le coefficient de frottement dynamique.

Le contact entre le point *M* et son support est rompu lorsque la réaction du support s'annule.

III. Principe fondamental de la dynamique ou 2e loi de Newton.

1) Masse

L'expérience montre qu'il est plus facile, par exemple, de mettre en mouvement une balle de tennis qu'une boule de pétanque (pourtant deux objets géométriquement assez proches).

La résistance d'un corps à sa mise en mouvement est appelée **inertie** . Elle est quantifiée par la **masse du corps** (dite **masse inertielle** ou **masse inerte).** Elle s'exprime en kilogrammes dans le système international.

Du point de vue conceptuel, elle est différente de la masse pesante que l'on mesure avec une balance mais expérimentalement, aucune différence n'a jamais été mesurée entre les deux masses. C'est pourquoi on confond les deux.

Votre masse inerte est celle qui va vers l'avant quand le métro freine brusquement, votre masse pesante est celle de votre poids sur la balance.

2) Énoncé du principe fondamental de la dynamique (2e loi de Newton)

Soit un point matériel M de masse m, soumis à des forces de résultante $\sum \vec{F}$ en mouvement dans un référentiel galiléen, alors :

$$\boxed{m\vec{a}=\sum \vec{F}}$$

Remarques :

- $\vec{a}=\frac{\sum \vec{F}}{m}$ traduit bien le fait que plus la masse inerte est grande et plus il est difficile de modifier le mouvement du système étudié : plus m est grand et plus l'accélération est faible.
- si les forces se compensent : $\sum \vec{F}_{ext}=\vec{0}$, le système est pseudo isolé et on voit que l'accélération est nulle. Autrement dit, le vecteur vitesse est constant (mouvement rectiligne et uniforme). On retrouve alors la première loi de Newton.

IV. Exemples de mouvements

1) Méthode d'étude du mouvement d'un système

1. Définir le système assimilé à un point matériel *M* de masse *m*.
2. Définir le référentiel d'étude le nommer et préciser s'il est supposé galiléen ou non.
3. Faire un schéma.
4. Faire le bilan des forces subies par le système et choisir un repère adapté au mouvement exprimer les forces dans le repère choisi.
5. Énoncer le PFD (ou seconde loi de Newton).
6. Exprimer le vecteur *accélération* dans le repère choisi. Voir cours de cinématique : exprimer a en coordonnées cartésiennes ou cylindriques et simplifier son expression si on sait que le mouvement est rectiligne ou plan (suppression d'une ou deux coordonnées).
7. Déduire la (les) équation(s) du mouvement.
8. Résoudre ces équations pour obtenir les équations horaires.

2) Quelques exemples de mouvement

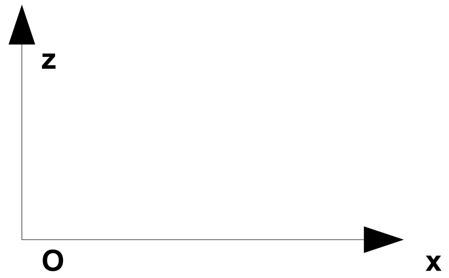
Ex 1 : Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme sans résistance de l'air

On étudie le lancer d'un projectile de masse m (ex : balle de golf, boule de pétanque...) avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale, dans un champ de pesanteur uniforme $\vec{g}$ (lancer au voisinage de la Terre).

Pour débuter l'étude, on considère une **chute libre,** ce qui veut dire qu'il n'y a que le poids qui s'applique au système (les frottements sont négligés).

Système étudié :
Référentiel d'étude :

Schéma :



Bilan des forces :

2e loi de Newton :

Il s'agit donc d'un mouvement à vecteur accélération constant que l'on a déjà étudié dans le chapitre de cinématique. On rappelle les résultats obtenus pour le cas étudié ici :

on a : $\vec{a}=\begin{pmatrix}0\\0\\-g\end{pmatrix}$ et comme conditions initiales : $\vec{V}_0=\begin{pmatrix}V_0\cos\alpha\\0\\V_0\sin\alpha\end{pmatrix}$ **et** $\overrightarrow{OM}_0=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$

on en déduit que : $\vec{V}=\begin{pmatrix}V_0\cos\alpha\\0\\-gt+V_0\sin\alpha\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OM}=\begin{pmatrix}x=(V_0\cos\alpha)t\\y=0\\z=\dfrac{-g}{2}t^2+(V_0\sin\alpha)t\end{pmatrix}$

Equation de la trajectoire :

$$x=(V_0\cos\alpha)t\Rightarrow t=\frac{x}{V_0\cos\alpha}$$

On réinjecte dans z pour obtenir l'équation de la trajectoire : $z=\dfrac{-g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2+(\tan\alpha)x$

Remarques :

- la trajectoire est parabolique.
- le mouvement est un mouvement plan puisque y = 0 tout le temps. Autrement dit, le mouvement est contenu dans le plan vertical contenant $\vec{V}_0$
- $\lim_{t\to\infty}\|\vec{V}\|=\infty$: avec ce modèle la vitesse n'est pas limitée et ne cesse de croître. Ce modèle est donc incomplet et ne décrit pas la réalité à temps longs.

Ex 2 : Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme dans un fluide visqueux

On suppose maintenant que le fluide extérieur exerce en plus une force de frottement $\vec{f}=-h\vec{v}$. On garde le repère de l'ex1.

La 2e loi de Newton permet d'écrire :
On en déduit l'équation différentielle du premier ordre pour $\vec{v}$:

$$\frac{d\vec{v}}{dt}+\frac{h}{m}\vec{v}=\vec{g}$$

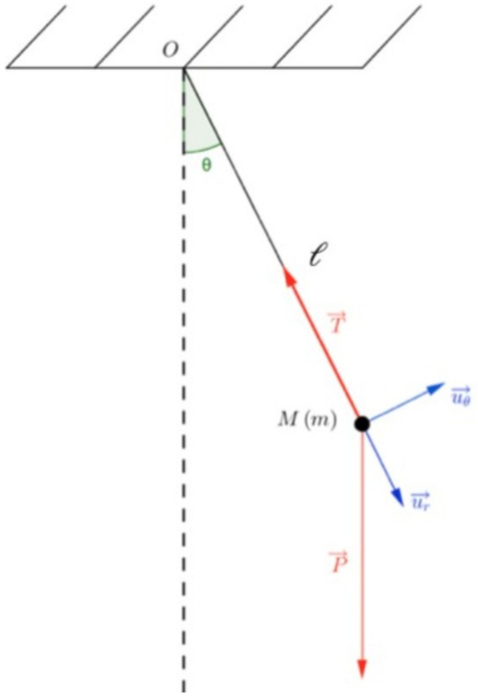
1) Quelle est l'unité de m/h ? On note τ ce rapport.

2) Réécrire l'équation différentielle avec τ et résoudre l'équation différentielle. On considère la vitesse initiale nulle.

3) Quand t devient grand devant τ que peut-on dire de $\vec{v}$? Tracer $|v_z|(t)$.

Ex 3 : Mouvement d'un pendule simple

Déterminer le référentiel d'étude, le système étudié. Faire le bilan des forces s'appliquant au système. Écrire le PFD. Choisir un repère adapté à la description du mouvement et projeter le PFD sur ce repère.En déduire l'équation du mouvement.



Que peut-on dire de sin(θ) lors des petites oscillations ? Linéariser alors l'équation différentielle, l'identifier et la résoudre. Faire la résolution analytique dans le cas des petites oscillations . Conditions initiales (la balle est lâchée sans vitesse initiale avec un angle θ_0).

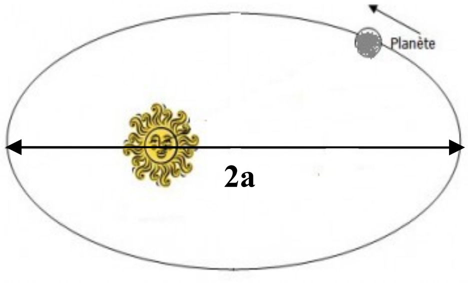
Ex 4 : Mouvement dans un champ de gravitation (non uniforme!)

On souhaite dans cet exemple-exercice, à établir la troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire.
On appelle **période de révolution** T la durée d'une révolution du système autour d'un astre attracteur.

<u>3ème loi de Képler</u> : la loi des périodes
Le carré de la période de révolution T de la planète est proportionnel au cube du demi-grand axe de son orbite :

$$\boxed{T^2 = C.a^3}$$

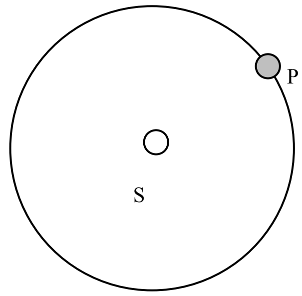
où C est une constante de même valeur pour toutes les planètes du système solaire.



Remarque : Ces lois s'appliquent aussi aux satellites de la Terre dans le référentiel géocentrique avec une valeur différente de la constante C pour la 3ème loi de Kepler.

Planète en orbite circulaire.

On supposera durant cette étude, que la planète de centre P, de masse m, a un mouvement circulaire autour du Soleil de centre S, de masse M_S. On notera r la distance entre S et P.



1- Définition du système et choix du référentiel

Système : Planète de centre d'inertie P, de masse m

a) Quel référentiel choisir pour l'étude du mouvement de la planète ?

b) Choisir un repère approprié pour étudier le mouvement.
c) Le représenter ci-contre.

2- Application de la 2ème loi de Newton

a) Faire l'inventaire des forces extérieures appliquées au système étudié. Les représenter sur le schéma sans souci d'échelle.

b) Exprimer les forces dans la base polaire en utilisant les notations de l'énoncé.

c) Appliquer la 2ème loi de Newton et en déduire l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ en fonction de la constante universelle de la gravitation G, de M_S et de r.

3- Nature du mouvement

a) Le mouvement étant circulaire, montrer alors que le mouvement doit être forcément uniforme.

b) D'après le 2ème loi de Newton, en déduire l'expression de la vitesse de la planète.

c) De quels paramètres dépend la vitesse de rotation d'une planète autour d'un astre attracteur ?

d) Une planète éloignée va-t-elle plus vite qu'une planète proche du Soleil ?

4- Période de révolution

La période de révolution T est la durée d'une révolution de la planète autour du Soleil.

a) Donner l'expression de la vitesse de la planète en fonction de T et du rayon d'orbite r.

b) En déduire l'expression de la période de révolution T en fonction de la masse du Soleil et du rayon d'orbite r de la planète.

c) En déduire l'expression de T^2. C'est la troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire

5- Application

a) Calculer la vitesse de la Terre autour du Soleil à l'aide de l'expression trouvée en 3b.

b) En déduire la période de révolution de la Terre autour du Soleil. On gardera la valeur exacte pour convertir ensuite en jours.

c) En adaptant les résultats précédents au cas des satellites de la Terre dans le référentiel géocentrique, déterminer l'altitude des satellites géostationnaires (une orbite géostationnaire permet au satellite de rester en permanence au-dessus du même point de l'équateur).

Données : distance Terre Soleil : $1{,}5\times10^{8}$ km
Masse du Soleil : $2{,}0\times10^{30}$ kg Masse de la Terre : $6{,}0\times10^{24}$ kg
Constante universelle de la gravitation : $G = 6{,}67\times10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$
R_{Terre} = 6371 km