# Exercices de révision M1

## Exercice 1

Un point M décrit l'espace avec les coordonnées cartésiennes suivantes :

a) $\begin{cases} x(t) = t+1 \\ y(t) = 3t \\ z(t) = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = 4t^2 \\ z(t) = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x(t) = R(\omega t - \sin \omega t) \\ y(t) = R(1-\cos \omega t) \\ z(t) = 0 \end{cases}$

1. Déterminez les expressions du vecteur vitesse $\vec{v}$ et du vecteur accélération $\vec{a}$.
2. Quelle est la nature de la trajectoire ? La représenter ainsi que $\vec{v}$ et $\vec{a}$ à t=0s.

## Exercice 2

Un poisson rouge se promène dans son bocal. Le mouvement de son centre d'inertie M dans un repère orthonormal (O ,i , j ,k ) est décrit par les équations paramétriques suivantes :

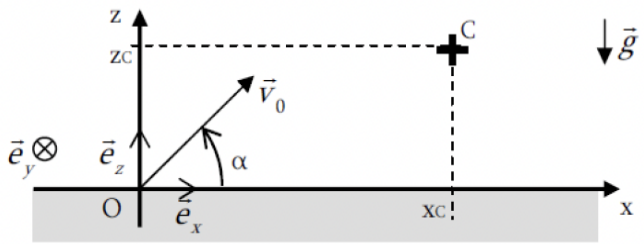
$$\begin{cases} x(t) = R\cos(\omega t) \\ y(t) = R\sin(\omega t) \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

(ω et R désignent deux constantes positives)

1. Etablir l'équation paramétrique de la trajectoire du centre d'inertie du poisson et préciser sa nature.
2. Déterminer le vecteur vitesse correspondant (cartésienne).
Calculer sa norme. Quelle caractéristique le mouvement présente-t-il et que représente la constante ω ?
3. Etablir une relation simple entre les vecteurs, position $\overrightarrow{OM}$ et accélération $\vec{a}$ (toujours en cartésienne)
4. Refaire tous ces calculs en coordonnées polaires : trouver les expressions de r et de θ, puis de $\vec{v}$ et de $\vec{a}$ et la relation entre $\overrightarrow{OM}$ et $\vec{a}$.
5. Las d'effectuer toujours le même trajet, le poisson décide d'ajouter une petite composante verticale z (t) = $v_0$ t au mouvement précèdent ($v_0$ est une constante positive).
Quelle est alors la nature du mouvement du centre d'inertie du poisson ?
6. Et si il rajoute une composante z (t) = $z_0 \cos w_z t$ ? Quelle est la nature du mouvement ?

## Exercice 3

A l'instant t = 0, une particule ponctuelle M est lancée du point O avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ située dans le plan (Oxz) et faisant avec l'horizontale un angle α > 0 susceptible d'être ajusté.
Le mouvement de ce point, étudié dans le référentiel terrestre $(0; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z, t)$, est tel que son accélération est constante :




$$\vec{a}(M/\Re) = \vec{a} = -g \cdot \vec{e}_z \text{ avec } g = \|\vec{g}\| > 0$$

1. Exprimer les composantes du vecteur vitesse $\vec{v}\,(M/\mathcal{R})$ à l'instant t puis les équations horaires du mouvement.
2. En déduire l'équation de la trajectoire de M et préciser la nature de celle-ci.
3. A quel instant $t_S$ le sommet S de cette trajectoire est-il atteint ? Quelle sont ses coordonnées $x_S$ et $z_S$ ?

## Exercice 4

Une particule décrivant une trajectoire curviligne dans le plan (ox, oy) est repérée, en coordonnées polaires par les équations :

$r(t) = r_0 e^{-\frac{t}{a}}$ et $\theta = \frac{t}{a}$ ($r_0$ et a sont des constantes positives)

1- Donner l'expression du vecteur vitesse de cette particule.

2- Montrer que l'angle $(\vec{V}, \vec{U}_\theta)$ est constant. Quelle est sa valeur ?

3- Donner l'expression du vecteur accélération.

4- Montrer que l'angle entre le vecteur accélération et la normale $(\vec{a}, \vec{U}_N)$ est constant. Donner sa valeur (On se servira de la question 2).

5- Calculer le rayon de courbure de la trajectoire.