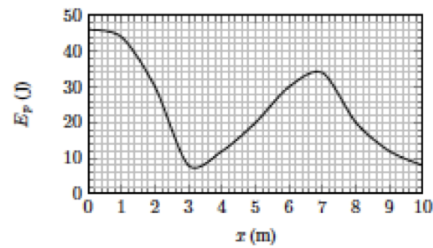


Exercice n°4

Le graphique ci-contre représente l'énergie potentielle d'un point matériel M astreint à se déplacer suivant l'axe x.



1. Indiquer sur le graphique les valeurs de x correspondant à des positions d'équilibre. Indiquer s'il s'agit de positions d'équilibre stable ou instable.
2. À $t = 0$ le point M se trouve en $x = 5$ m. Sachant que son énergie cinétique vaut 10 J, indiquer les valeurs de x accessibles.
3. Combien vaut l'énergie mécanique de M ?
4. Quelle devrait être la valeur de son énergie cinétique pour que sa trajectoire ne soit pas bornée pour $x > 0$?

1. Positions d'équilibre

Les positions d'équilibre correspondent aux points où la dérivée de l'énergie potentielle est nulle ($dE_p/dx = 0$), c'est-à-dire les **extrema** (sommets et creux) de la courbe.

- À $x \approx 3,2$ m : C'est un **minimum** local de E_p . Il s'agit d'une position d'**équilibre stable** (si on écarte légèrement le point M, il y revient).
- À $x \approx 6,8$ m : C'est un **maximum** local de E_p . Il s'agit d'une position d'**équilibre instable** (la moindre perturbation éloigne le point M de cette position).

2. Valeurs de x accessibles

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle : $E_m = E_c + E_p$

D'après l'énoncé, à $t=0$ ($x = 5$ m) :

- $E_c = 10$ J
- Graphiquement, à $x = 5$ m, on lit $E_p \approx 20$ J.
- Donc, **$E_m = 10 + 20 = 30$ J.**

Le point M ne peut se déplacer que là où son énergie cinétique est positive ou nulle ($E_c \geq 0$). Cela signifie que son énergie potentielle ne peut pas dépasser son énergie mécanique : **$E_p(x) \leq E_m$.**

En traçant une ligne horizontale à $E_m = 30$ J sur le graphique :

- La courbe de E_p est en dessous de 30 J entre environ $x = 2,2$ m et $x = 6$ m.
- Elle repasse en dessous de 30 J après environ $x = 7,6$ m.
- **Les zones accessibles sont donc : [2,2 m ; 6 m] et [7,6 m ; 10 m].**

- *Note : Puisque l'objet part de $x=5$ m et qu'il y a une barrière de potentiel à 34 J (le sommet à $x=6,8$), il restera piégé dans la cuvette entre **2,2 m et 6 m** tant qu'il n'a pas plus d'énergie.*

3. Énergie mécanique (E_m)

$$E_m = 10 + 20 = 30 \text{ J.}$$

4. Énergie cinétique pour une trajectoire non bornée ($x > 0$)

Pour que la trajectoire ne soit pas bornée vers les x croissants, le point M doit être capable de franchir le "pic" d'énergie potentielle (la barrière de potentiel).

- Le maximum de E_p se situe à environ **34 J** (pour $x \approx 6,8$ m).
- Il faut donc que $E_m > 34 \text{ J}$.
- À la position initiale ($x = 5$ m où $E_p = 20 \text{ J}$), il faudrait que :

$$E_c + 20 > 34 \Rightarrow E_c > 14 \text{ J}$$

La valeur de son énergie cinétique à $x = 5$ m devrait être supérieure à 14 J.