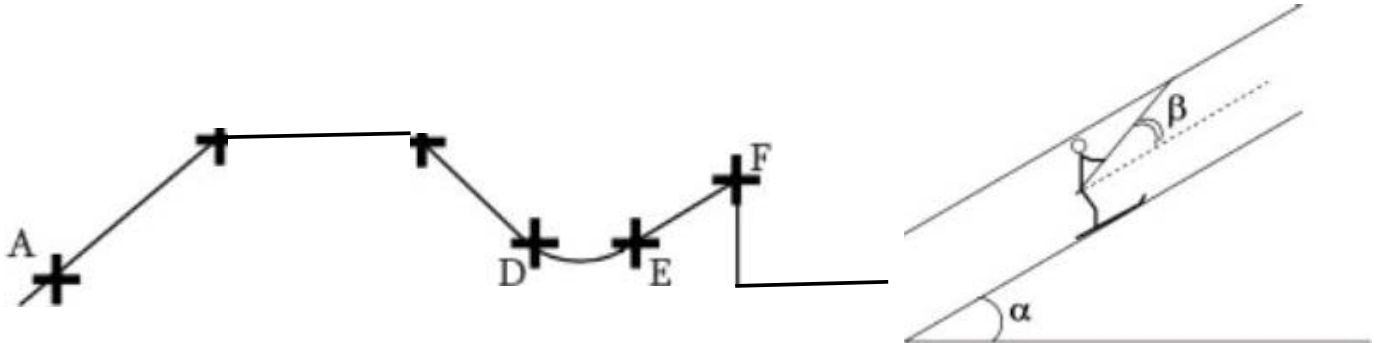


TD M2- M3

Exercice n°1 Saut à ski

Un skieur aborde successivement différentes parties d'une pente dont le profil est schématisé ci-dessous. Masse du skieur : $m = 80 \text{ kg}$. Dans tout le problème, on prendra : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.



1. Dans un premier temps, il remonte à vitesse constante la piste AB inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale.

Il est tracté par la perche d'un téléski qui exerce une force de traction ayant même direction que la perche. Elle forme un angle $\beta = 20^\circ$ avec la pente. L'ensemble des forces de frottement exercées par la neige sur les skis et l'air sur le skieur est équivalent à une force unique d'intensité $F_1 = 65 \text{ N}$, opposée au mouvement.

Calculer la valeur de la force de traction exercée par la perche.

2. Arrivé au sommet de la pente en B, il lâche la perche avec une vitesse $v_0 = 3,2 \text{ m.s}^{-1}$. Il est alors sur une surface plane et horizontale.

En admettant que l'ensemble des forces de frottement est équivalent à une force de valeur $F_2 = 42 \text{ N}$, quelle distance va-t-il parcourir avant de s'arrêter?

3. On considère qu'ensuite le skieur est dans une phase de descente puis de saut à ski. Il aborde une descente CD inclinée d'un angle $\alpha' = 35^\circ$ par rapport au plan horizontal. La valeur des forces de frottement ne peut plus être considérée comme constante et on admettra qu'elle est proportionnelle au carré de sa vitesse : $f_3 = k.v^2$, avec $k = 0,56 \text{ N.s}^2.\text{m}^{-2}$.

Quelle vitesse limite v_L le skieur peut-il atteindre ?

4. Enfin le skieur aborde un tremplin de saut EF incliné d'un angle $\gamma = 15^\circ$ par rapport à l'horizontale. Pour simplifier la suite de l'étude, on ne prendra pas en compte les forces exercées par l'air. Par ailleurs, on considèrera que sa vitesse en extrémité de tremplin vaut $v_f = 25 \text{ m.s}^{-1}$. Calculer la longueur L du saut s'il retombe sur une surface plane et horizontale située à $h = 5,0 \text{ m}$ au-dessous de l'extrémité du tremplin.

Exercice n°2 Résistance des os.

Les os sont des solides légèrement élastiques, pouvant se briser en cas de contraintes trop importantes. Nous allons étudier la résistance des os de la jambe d'un homme à une chute amortie par flexion.



L'homme a une masse $m = 100$ kg. Pour simplifier, on traite le cas d'une chute purement verticale, et les frottements de l'air sont négligés.

1. L'homme de masse m fait une chute d'une hauteur H en partant d'une vitesse nulle. Faire un schéma avec un axe des z vers le haut, la position initiale A et la position d'arrivée B .
2. Par application du théorème de l'énergie mécanique, déterminer la vitesse verticale v_0 à l'arrivée en B en fonction de H et g .

On fixe l'instant $t = 0$ au moment où l'homme touche le sol jambes tendues. A cet instant, sa vitesse a la valeur v_0 calculée à la question précédente, et l'altitude de son centre de gravité est $z = 0$. Il plie ensuite ses jambes. Le sol exerce sur lui une réaction R_N vers le haut, constante jusqu'à l'arrêt. **Dans la suite, l'axe des z est orienté vers le bas.** Le vecteur vitesse est $\vec{v} = v\vec{e}_z$ avec v positive.

3. Faire un schéma, représentant l'homme et les forces s'exerçant sur lui lors de cette phase du mouvement.
4. Ecrire le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'homme. En déduire la vitesse $v(t)$, puis montrer que l'altitude de son centre de gravité est

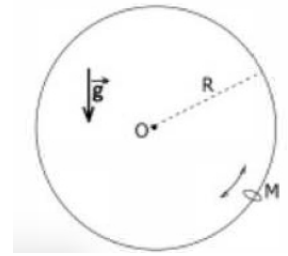
$$z(t) = \left(g - \frac{R_N}{m}\right) \frac{t^2}{2} + v_0 t$$

5. Déterminer la durée t_1 de cette phase d'arrêt.
6. La phase d'arrêt correspond à un abaissement du centre de gravité de la distance $d = 0,8$ m. Déterminer l'expression de d en fonction de v_0 , R_N , m et g .
7. La tension supportable par les tibias avant rupture est prise égale à $R_N = 10mg$. En déduire la hauteur maximale de chute possible sans fracture.

Exercice n°3

Un cerceau de rayon R est maintenu verticalement.

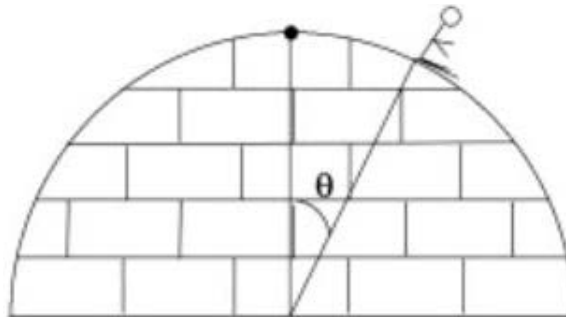
Un anneau M de masse m peut glisser sans frottement le long de ce cerceau.



1. Quelles coordonnées sont les mieux adaptées pour décrire le mouvement ?
2. Ecrire la seconde loi de Newton pour l'anneau et la projeter sur la base choisie.
3. En déduire la période des petites oscillations. On pourra utiliser $\sin(x) \approx x$ pour $x \ll 1$.
4. Initialement l'anneau est situé à la verticale au-dessous de O avec une vitesse initiale horizontale vers la droite.

Trouver l'évolution au cours du temps de la position de l'anneau.

Exercice n°4



Un enfant de masse m glisse sans frottement sur un igloo sphérique de rayon R .

L'enfant commence à glisser à $t = 0$ à partir du sommet sans vitesse initiale.

On supposera l'enfant décrit correctement par un point matériel M . L'enfant est repéré à l'instant t par l'angle $\Theta(t)$.

1. Faire le bilan des forces sur l'enfant.
2. Ecrire la 2^{ème} loi de Newton et la projeter dans un repère adapté à la description du mouvement.
3. Laquelle des deux équations est la plus facilement exploitable ?
4. Intégrer cette relation.

Remarque: l'équation $\frac{d^2\Theta}{dt^2} + A \sin\Theta$ s'intègre après multiplication par $\frac{d\Theta}{dt}$.

Ne pas oublier la constante d'intégration.

5. Donner l'expression de la réaction de l'igloo sur l'enfant en fonction de sa position Θ .
6. L'enfant décolle-t-il ? Si oui, pour quel angle ? On fera l'application numérique en degrés.