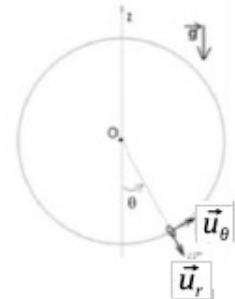


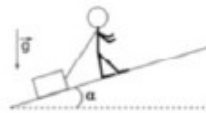
Exercice 1Oscillations d'un anneau dans un cerceau

Un anneau de masse m peut glisser sans frottement le long d'un cerceau de rayon R .
 Sa position est repérée par l'angle θ .
 (Oz) est la verticale ascendante.

1. Quelles sont les forces exercées sur l'anneau ?
 2. Montrer que le travail d'une des forces est nul.
 3. Montrer que l'autre force dérive d'une énergie potentielle.
 4. Écrire l'expression de l'énergie cinétique.
 5. En déduire l'équation du mouvement.
 6. Quelle est la période des petites oscillations?
- On pourra utiliser $\sin(\theta) \approx \theta$ si $\theta \ll 1$.

Exercice 2Traîner une caisse

Une personne tire, à l'aide d'un fil, une caisse de masse $m = 15 \text{ kg}$, sur un plan incliné formant un angle $\alpha = 20^\circ$ avec l'horizontale. La caisse glisse avec une force de frottement f de valeur constante $f = 10 \text{ N}$. Elle est traînée sur une longueur $L = 30 \text{ m}$. On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.



1. Faire l'inventaire des forces appliquées au système. Préciser si elles sont conservatives ou non.
2. Déterminer le travail de la réaction normale au support.
3. Déterminer l'expression du travail du poids du solide au cours du trajet. Donner sa valeur numérique.
4. Calculer le travail de la force de frottement sur le trajet considéré.
5. Au départ et à l'arrivée, le solide est au repos. Calculer le travail de la force exercée par le fil sur le solide pour le déplacement étudié.

Exercice 3

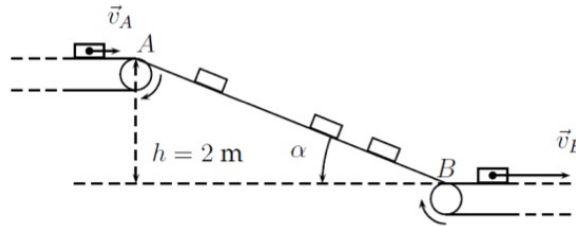
Pour faire démarrer un train de masse $M = 200 \text{ tonnes}$, une locomotive exerce sur lui une traction constante $F = 60\,000 \text{ N}$.

1. Quelle sera la distance parcourue lorsque la vitesse aura atteint $57,6 \text{ km.h}^{-1}$?
2. Combien de temps ce sera écoulé depuis le départ ?

Exercice 4 (corrigé)

On étudie un convoyeur à colis présent dans un centre de tri postal. Les colis sont déchargés par un tapis roulant à la vitesse $v_A = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$, ils glissent ensuite sur un plan incliné d'angle α par rapport à l'horizontale. Le coefficient de frottement solide entre les colis et le plan incliné est $f = 0,4$. Ils sont ensuite pris en charge au niveau du point B par un nouveau tapis roulant qui avance à la vitesse $v_B = 0,2 \text{ m.s}^{-1}$.

Déterminer l'expression puis la valeur de α pour que le convoyeur fonctionne correctement, c'est-à-dire pour que les colis arrivent en B avec la vitesse du deuxième tapis roulant.



Exercice 5

Les toboggans font aujourd'hui partie des incontournables d'un centre aquatique. De nombreux toboggans présentent des enroulements plus ou moins complexes. On étudie le toboggan présenté ci-contre et composé d'un enroulement hélicoïdal d'approximativement $n = 2,3$ tours.



Le rayon moyen est estimé à $R = 2,0 \text{ m}$ et la hauteur de l'ensemble est $h = 4 \text{ m}$. On néglige les frottements. On note $\Theta > 0$ la position angulaire du baigneur dans le toboggan relativement à la position de départ, d'altitude h .

Le baigneur suit la trajectoire d'équation $r = R, z = \alpha\Theta$, l'axe (z/z) étant orienté selon la verticale descendante.

1. Déterminer la valeur de α .
2. Calculer la valeur de la vitesse atteinte en sortie du toboggan, le départ se faisant sans vitesse initiale.
3. Afin d'éviter d'éventuelles collisions, le toboggan est équipé au point de départ d'un feu qui passe au vert ; toutes les t_f secondes. On impose une marge de $t_m = 5 \text{ s}$ en plus de la durée de parcours dans le toboggan.
4. Exprimer le vecteur vitesse dans la base cylindrique en fonction de R, α et Θ .
5. Appliquer le théorème de la puissance cinétique. En déduire l'équation différentielle vérifiée par l'angle Θ .
6. Déterminer $\Theta(t)$.
7. Calculer t_f . On prendra $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

Corrigé de l'exercice 4

Comme on cherche uniquement les vitesses en deux points (A et B), la version intégrale du théorème de l'énergie cinétique est la méthode à privilégier.

On raisonne sur un paquet de masse m , en mouvement par rapport au référentiel terrestre (celui du centre de tri), galiléen en très bonne approximation. Calculons les travaux des forces s'exerçant sur le paquet.

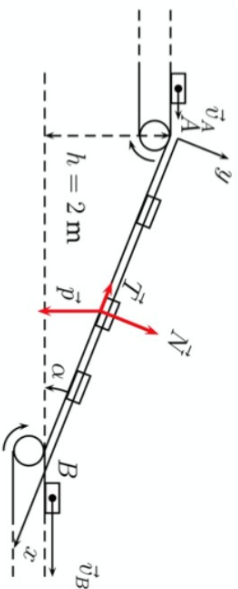
Le paquet subit bien sûr son poids $\vec{P}$, qui dérive de l'énergie potentielle de pesanteur. Sur la trajectoire AB où le colis subit une dénivellation h , le poids et moteur et son travail vaut

$$W_{AB}(\vec{P}) = +mgh > 0$$

Il subit également la réaction du plan incliné, $\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$, non conservative. Le travail de $\vec{N}$ est nul car $\vec{N}$ est normale au déplacement. Pour calculer le travail de $\vec{T}$, il nous faut d'abord déterminer son expression. En utilisant le repérage ci-contre, on sait qu'elle s'écrit

$$\vec{T} = -T\vec{e}_x$$

mais il faut calculer sa norme, ce qui ne peut se faire que via la norme de $\vec{N}$ et la loi de Coulomb.



Par projection de la loi de la quantité de mouvement sur l'axe Oy ,

$$m\dot{y} = N - mg \cos \alpha = 0$$

car le mouvement se fait sur le plan incliné. On en déduit donc

$$N = mg \cos \alpha \quad \text{donc} \quad T = fmg \cos \alpha$$

et ainsi

$$W_{AB}(\vec{T}) = \int_{AB} \vec{T} \cdot d\vec{M} = -fmg \cos \alpha \int_{AB} dx = -fmg \cos \alpha L$$

où L est la longueur totale du plan incliné. De la trigonométrie de base donne $\sin \alpha = h/L$ soit $L = h/\sin \alpha$.
Finalement,

$$W_{AB}(\vec{T}) = -fmg \cos \alpha \times \frac{h}{\sin \alpha} = -fmg h \cotan \alpha.$$

Appliquons maintenant le théorème de l'énergie cinétique,

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh - fmg h \cotan \alpha$$

ce qui donne

$$\cotan \alpha = \frac{-mv_B^2 + mv_A^2 + 2mgh}{2fmg h}$$

ce qui se simplifie en

$$\cotan \alpha = \frac{v_A^2 - v_B^2 + 2gh}{2fgh} \quad \text{ou encore} \quad \tan \alpha = \frac{2fgh}{v_A^2 - v_B^2 + 2gh}$$

et conduit au final à

$$\tan \alpha = 0,4 \quad \text{et} \quad \boxed{\alpha = 22^\circ}.$$