

Exercices sur le mouvement en chute libre

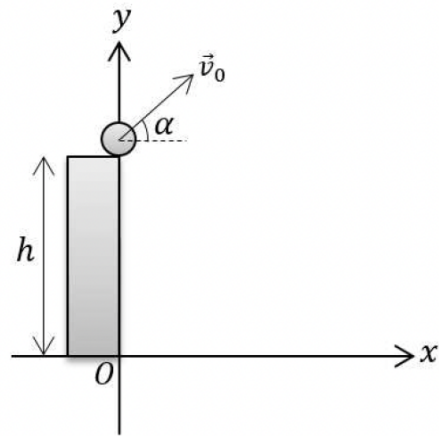
EXERCICE 1

1. Quelle est l'accélération $\vec{a}$ d'une balle lancée en l'air lorsque les frottements sont négligeables ? En déduire que $a_x = 0$ et $a_y = -g$ dans le repère cartésien de la figure ci-contre.
2. Montrer que les équations horaires du mouvement d'une balle lancée d'un mur de hauteur h ont pour expression :

$$\begin{aligned}x(t) &= v_0 \cos(\alpha)t \\ y(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t + h\end{aligned}$$

La balle est en $x = 0$ et $y = h$ à $t = 0$. Le vecteur vitesse de la balle à $t = 0$ est noté $\vec{v}_0$ et fait un angle α avec l'horizontale.

3. Que deviennent les équations précédentes dans le cas $h = 0$?
4. Que deviennent les équations précédentes dans le cas $\alpha = 0$?
5. Déterminer l'expression du temps t_s mis par la balle pour toucher le sol dans le cas $\alpha = 0$ et $h \neq 0$. Est-ce que t_s dépend de v_0 ?
6. Montrer que le temps t_s mis par la balle pour toucher le sol dans le cas $h = 0$ et $\alpha \neq 0$ a pour expression $t_s = \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g}$. Quel est l'angle α qui rend t_s maximal ?



EXERCICE 2

1. À partir des équations horaires du mouvement de l'exercice précédent, montrer que l'équation de la trajectoire dans le cas $\alpha \neq 0$ et $h \neq 0$ a pour expression :

$$y(x) = \tan(\alpha)x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)}x^2 + h$$

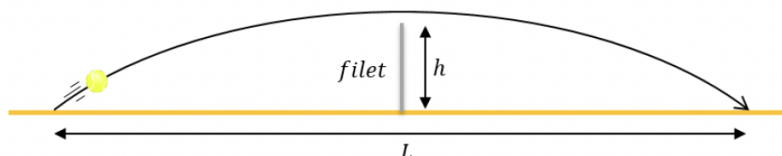
2. Déterminer la distance max x_s atteinte par la balle dans le cas où $h = 0$.
3. Que vaut la dérivée $\frac{dy}{dx}$ au point le plus haut de la trajectoire parabolique ? En déduire la position x_P du point le plus haut de la trajectoire.

Outil mathématique à utiliser : la dérivée d'une fonction en un extremum est nulle.

4. En déduire que la hauteur max y_P a pour expression $y_P = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g} + h$.

EXERCICE 3

La figure suivante montre un court de tennis vu de profil. On note $h = 1$ m la hauteur du filet, $L = 23,77$ m la longueur du court, x l'axe horizontal et y l'axe vertical. Pour simplifier le problème, on considère que le joueur frappe la balle à $t = 0$ au point $x = 0$ et $y = 0$. On souhaite déterminer les caractéristiques d'un coup "à plat", c'est-à-dire sans effet, qui permet d'envoyer la balle en $x = L$ et $y = 0$. On note H la hauteur max atteinte par un tel coup.



1. Montrer que $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ où v_0 est la vitesse initiale de balle et α est l'angle que fait le vecteur vitesse initiale avec l'horizontale.
2. Montrer que $\frac{2v_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha = L$.
3. En déduire que l'angle α a pour expression $\alpha = \arctan\left(\frac{4H}{L}\right)$.
4. Calculer la valeur de l'angle α en degrés qui permet de lobber un joueur au filet dont la raquette se trouve à 2,8 m du sol.
5. Calculer alors la valeur en km h^{-1} de la vitesse de la balle au moment où elle quitte la raquette.
6. Calculer la valeur de l'angle α en degrés qui permet de faire passer la balle juste au-dessus du filet.
7. Calculer alors la valeur en km h^{-1} de la vitesse de la balle au moment de quitter la raquette.

EXERCICE 4

Il est écrit sur la page Wikipedia du grand jet d'eau de Genève (figure ci-dessous) que celui-ci atteint la hauteur max de 140m.



1. Calculer la valeur de la vitesse de sortie de l'eau en km h^{-1} .
2. Il est écrit sur la page Wikipedia que la valeur de la vitesse de sortie de l'eau est de 200 km.h^{-1} .

Expliquer d'où provient la différence avec le résultat trouvé à la question précédente.